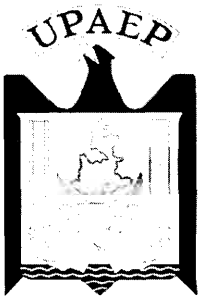


Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla
Centro Interdisciplinario de Posgrados

Investigación y Consultoría

Doctorado en Dirección y Finanzas

Modelo Explicativo del Valor en Riesgo (VaR) y Enfoque Estructural de Deuda

Proyecto de Tesis que para obtener el Grado de Doctor en:
Dirección y Finanzas
Presentan

José Raúl Castro Esparza
Roy Arturo Aguilar Moya

Puebla, México. 2009

UPAEP – Secretaría General
Dirección General de Apoyos Académicos
Dirección del Centro de Recursos para el Aprendizaje y la Investigación.
Biblioteca Central - **Karol Wojtyla**

Tesis Digitales Restricciones de uso:

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de textos, imágenes, gráficas, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente de donde la obtuvo mencionando el autor o autores involucrados en el documento.

Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

RESUMEN DE LA INVESTIGACIÓN

En esta investigación se propone un esquema alternativo de cálculo para el Valor en Riesgo (VaR), ampliamente utilizado en la práctica por casas de bolsa para medir la volatilidad de las inversiones en los mercados financieros. El supuesto clásico de normalidad para la determinación de factores estadísticos de confianza no refleja en la práctica la verdadera distribución estocástica de los rendimientos en acciones, lo cual hace necesaria la utilización de herramientas y procedimientos alternativos que robustezcan dicha medición de riesgo.

Asimismo, se hace una revisión del sistema de puntaje crediticio de empresas conocido como "Enfoque Estructural de Deuda", cuyo objetivo primordial es medir el deterioro que en valor sufren éstas a lo largo del tiempo. Se busca ofrecer, mediante un modelo computacional, un medio de implementación práctica que profundice su aplicación más allá de lo que la teoría financiera contemporánea plantea.

ABSTRACT

This research focuses on the development of a calculation proposal for the Value at Risk indicator, which is widely used in practice by stock brokers in order to measure investment volatility in financial markets. The classic assumption of normality to obtain statistical confidence factors doesn't necessarily apply to properly resemble the truly stochastic distribution of stock yields. This situation requires the use of new tools and procedures in order to provide a better picture of reality for risk assessment.

Additionally, a credit scoring system for firms known as "Structural Model of Default Risk" is reviewed in order to analyze the explicit outcome of the deterioration of the value of the firm as time goes by. The objective is to offer a computational tool for practical implementation which may allow the application of this model beyond the basic statements of contemporary finance theory.

INDICE GENERAL

Capitulo 1 INTRODUCCIÓN

1.1. Planteamiento del problema P. 1
1.1.1 El Valor en Riesgo (VaR) P. 1
1.1.2 El enfoque estructural de deuda P. 2

Capitulo 2 MODELO EXPLICATIVO DEL VALOR EN RIESGO (VaR)

2.1 Antecedentes generales P. 5
2.2 Marco teórico P. 7
2.1.1 ¿Qué es el riesgo? P. 7
2.2.2 Clasificación de los riesgos financieros P. 7
2.2.3 Lineamientos generales en el uso del VaR P. 8
2.3 Metodología P. 13
2.3.1 Modelo Delta – Normal P. 13
2.3.1 EL Modelo Delta – Normal para un activo P. 15
2.3.2 El Modelo Delta – Normal para un portafolio de activos P. 17
2.3.3 El Modelo Delta – Normal para un portafolio de n activos P. 19
2.3.4 El Enfoque no paramétrico del VaR P. 21
2.4 Enfoques alternativos para el cálculo del VaR P. 23
2.5 Enfoque alternativo propuesto para el cálculo del VaR P. 24
2.5.1 Pruebas de bondad de ajuste P. 26
2.5.1 Casos de aplicación y backtesting P. 29

Capítulo 3 ENFOQUE ESTRUCTURAL DE DEUDA

3.1 Antecedentes generales P. 37

3.2 Marco teórico P. 39

3.2.1 Deuda y valuación en un modelo estructural P. 39

3.3 Metodología P. 43

3.3.1 Implementación del Modelo de Merton con un año en el horizonte: El enfoque iterativo P. 43

3.4 Una solución usando el valor del Patrimonio y la volatilidad del patrimonio P. 51

3.4.1. Comparando enfoques diferentes P. 55

3.5 Implementando el Modelo de Merton para un horizonte a T años P. 59

3.6 Márgenes de crédito P. 66

3.7 Notas P. 67

3.7.1 Supuestos P. 67

Capitulo 4 CONCLUSIONES P. 68

BIBLIOGRAFÍA P.71

INDICE DE FIGURAS

Figura 1.1	Pago de capital y bonos corporativos con maduración T	P. 4
Figura 2.1	Límite Z al 95% de confianza	P. 16
Figura 2.2	Cálculo del VaR para un portafolio de 2 activos	P. 18
Figura 2.3	Cálculo del VaR para un portafolio de 5 activos	P. 20
Figura 2.4	Página de Yahoo Finance	P. 21
Figura 2.5	Histograma de rendimientos TELMEX – L	P. 22
Figura 2.6	Cálculo del VaR para TELMEX-L mediante el modelo de Weiner	P. 24
Figura 2.7	Ejemplo de la prueba K-S para 4 datos Muestrales	P. 25
Figura 2.8	Límite de rechazo para la prueba Chi-Cuadrada	P. 28
Figura 2.9	Prueba "Best Fit" de bondad de ajuste	P. 29
Figura 2.10	Pruebas K-S y A-D parar residuales de TELMEX-L	P. 30
Figura 2.11	Prueba Chi-Cuadrada para residuales de Rendimientos históricos TELMEX – L	P. 31
Figura 2.12	Caminata aleatoria de rendimientos pro-yectados para TELMEX-L desde 1/01/09	P. 32

Figura 2.13 Backtesting de Kupiec para VaR de TELMEX – L P. 33

Figura 2.14 Análisis de Rendimientos WALMART P. 34

Figura 2.15 Prueba Chi-Cuadrada para residuales WALMART P. 34

Figura 2.16 Caminata aleatoria de 1000 pasos para Walmart P. 35

Figura 2.17 Cálculo del VaR para el portafolio de TELMEX-L y WALMART (Período base : 2007 – 2008) P 35

Figura 2.18 Backtesting de Kupiec para Portafolio de Walmart y TELMEX-L P. 36

Figura 3.1 Probabilidad de deuda en el Modelo de Merton P. 39

Figura 3.2 Beneficio del patrimonio y de los tenedores de los bonos al tiempo de madurez T P. 42

Figura 3.3 Estructura del beneficio P. 62

CAPÍTULO 1
INTRODUCCIÓN

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1.1 EL VALOR EN RIESGO (VaR)

La noción de riesgo implica que conocemos los diversos rendimientos que potencialmente podemos conseguir al realizar una inversión y que conocemos también la probabilidad de alcanzar dichos resultados; todo ello nos permite estimar el rendimiento medio esperado y la posible desviación por "encima" o por "debajo" de ese valor medio; esto es, el riesgo.

La medida más popular y tradicional del riesgo es la volatilidad, pero ella no nos indica hacia dónde se mueve el rendimiento, si hacia arriba del valor esperado (lo que sería fantástico) o hacia abajo del mismo (lo que no nos gustaría).

Desde el punto de vista del inversor, el riesgo es la parte negativa de dicha volatilidad, es decir, la probabilidad de perder dinero (o de obtener menos de lo estimado); y el VaR está basado en esa misma idea al responder a la pregunta: ¿Cuál es el peor escenario?. Así, el Valor en Riesgo (VaR) es una medidad de riesgo de tipo estadístico que en la práctica se utiliza para estimar el riesgo de mercado de una cartera de activos (inversión). Su utilización se encuentra muy extendida entre las instituciones que necesitan medir el riesgo en carteras negociadas activamente.

Se podría realizar un seguimiento del riesgo de la cartera utilizando la volatilidad histórica como una medida de riesgo. Esto es posible hacerlo calculando la volatilidad histórica del valor de mercado de la cartera sobre un horizonte transcurrido de los últimos cien días.

Pero este sistema de cálculo implica el problema de que proporciona una medida retrospectiva del riesgo. La volatilidad histórica indica cuál ha sido el riesgo de la cartera a lo largo de los últimos cien días pero no indica nada sobre el valor del riesgo que la cartera está soportando actualmente.

Si las entidades desean gestionar el riesgo, necesitan conocer los riesgos al mismo tiempo que se toman. Si un operador cubre una cartera parcialmente, la

compañía necesita saber cuál es el margen de que dispone antes de incurrir en pérdidas. El VaR proporciona dicha medida.

De manera concreta, el VaR de una cartera se define como la máxima pérdida esperada debida a un movimiento adverso, dentro de un determinado intervalo de confianza, a lo largo de un determinado horizonte temporal. Por ejemplo, un típico informe del VaR indicaría que una cartera determinada tiene una probabilidad del 5% de perder más de 10 millones de dólares en la próxima semana (o que hay un 95% de probabilidad de perder como mucho 10 millones de dólares).

El VaR, tal y como ha sido definido anteriormente, es una poderosa herramienta de medición del riesgo. No está limitada ni a determinadas categorías de activos ni a ciertas fuentes de riesgo de mercado, sino que están incluidos todos los activos y fuentes de riesgo de mercado que contribuyen a la distribución de probabilidad de los resultados de una cartera.

El VaR tiene tres componentes básicos que se mencionan a continuación:

- Periodo de tiempo (día, mes, año, ...)
- Nivel de confianza (95% o 99%)
- Pérdida máxima (expresada en moneda o en porcentaje)

Una práctica común en la incorporación del factor de confianza para el cálculo del VaR consiste en asumir la Distribución de probabilidad Normal para los residuales del modelo estadístico asociado. En este trabajo de Tesis se pretende proponer una alternativa de cálculo que no dependa de dicho supuesto, haciendo que el indicador de riesgo VaR sea más robusto y confiable en largo plazo.

1.1.2 EL ENFOQUE ESTRUCTURAL DE DEUDA

Así como resulta importante medir el riesgo que se corre al invertir en un portafolio de acciones para diversas empresas suele ser también importante asignar algún tipo de puntaje a las empresas que permita cuantificar el riesgo de crédito asociado a ellas. Entre los enfoques más importantes de la última década destaca el uso de modelos estructurales para medir el riesgo de crédito.

Los modelos estructurales de riesgo de crédito describen el proceso implícito para medir el deterioro del valor de una firma. Los seguros corporativos en éste

sentido son vistos como posibles reclamos contingentes (opciones) sobre el valor de la firma que se ésta analizando. Una vez que el modelo para el valor de la firma ha sido asumido y la estructura de capital de la firma es conocida, es posible, asignar precios a capital y deuda utilizando formulas de asignación de precios generalmente usadas en derivados financieros (opciones).

Es posible en la práctica extraer información del valor de la firma a partir de su cotización en el mercado de valores. Una vez que esto es realizado, se pueden obtener probabilidades de que los valores de capital estén por debajo de cierto límite, lo cual resulta ser una buena alternativa a otros modelos tradicionales de asignación de puntajes.

Los modelos estructurales han ganado amplio reconocimiento entre los profesionales contemporáneos de las finanzas y cada vez más se convierten en un estándar del mercado para la mediación de riesgos. Una de las principales características de ésta clase de modelos es su habilidad para ofrecer calificaciones continuas de mercado que permita medir la confiabilidad al otorgar créditos a diferentes empresas. Desafortunadamente, los supuestos adyacentes necesarios para obtener formulas simples para el cálculo de probabilidades son en muchos casos sumamente complejas.

En este trabajo de tesis abordaremos una alternativa de implementación computacional (mediante el apoyo de Excel VBA) del modelo clásico de Merton (1974) junto con sus beneficios y limitaciones, aprovechando la teoría desarrollada por él junto con Black y Scholes para la teoría de opciones financieras. Lo anterior en vista de que la literatura contemporánea frecuentemente sólo llega a abordar el tema de forma teórica.

En su documento original de fijación de precios y opciones, Black y Scholes (1973) sugirieron usar su metodología también para el caso de determinación de precios de seguros corporativos. Merton fue el primero en usar su intuición para aplicar dicha propuesta. A partir de éste hecho muchas investigaciones académicas han sido propuestas de forma tal que algunos productos comerciales pudieran usar dicha estructura básica.

El modelo de Merton de reclamaciones contingentes para fijación de precios corporativos utiliza supuestos acerca de la dinámica del valor de la firma así como de su estructura de capital. De ésta forma una firma con valor V se asume estar financiada a través de valor de equidad (S) y bonos de descuento

puro con valor P y madurez T. El principal de la deuda se denota como K, de manera tal que en cualquier momento t el valor de la firma es la suma de sus valores.

Otro de los supuestos que usa Merton es que los tenedores de los bonos no pueden forzar a que la firma caiga en bancarrota antes de la fecha de maduración de la deuda. Así, al momento de maduración T la firma se considera solvente si su valor (que sigue el modelo clásico Browniano de caminata aleatoria) es suficiente para pagar el principal de la deuda. En caso negativo, los tenedores de bonos tienen prioridad sobre los accionistas para tomar posesión sobre la empresa bajo análisis

De lo anterior, los dueños del capital de la firma no reciben compensación alguna en caso de que la firma no sea solvente, pero se benefician de manera clara en caso contrario. Es por esta razón, que este modelo puede ser visto como un equivalente a una opción de compra "Call" con precio strike de K, donde el pago a los dueños del capital de la firma es el Max(V-K,0). Véase para fines comparativos la Figura 1.1.

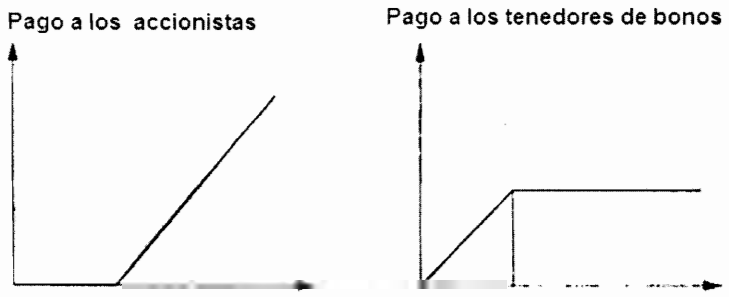


Figura 1.1 : Pago de capital y bonos corporativos con maduración T

CAPITULO 2

MODELO EXPLICATIVO DEL VALOR EN RIESGO (VaR)

2.1 ANTECEDENTES GENERALES

El valor en riesgo (VaR por sus siglas en inglés) es una medida estadística que sirve para medir el riesgo de mercado de un portafolio de inversión. El problema a resolver es crear un software que sirva a los inversionistas valuar las pérdidas máximas monetarias que pueden sufrir su o sus portafolios de inversión, utlilzando tres metodologías que propone la CNBV. Por definición de un portafolio de acciones es aquel que está completamente expuesto al riesgo de la volatilidad del mercado accionario y por lo tanto, tiene la posibilidad de afrontar pérdidas monetarias. En donde, mediante la historia registrada por las acciones podemos generar posibles escenarios que nos indiquen, bajo un nivel de confianza y un horizonte de inversión, cual podría ser nuestra pérdida máxima esperada, la cual llamaremos de ahora en adelante como VaR.

Es importante mencionar que en la actualidad existen diversas metodologías para el cálculo de dicha métrica que pueda experimentar un portafolio conformado de acciones o cualquier otro tipo de instrumento financiero como instrumentos de deuda o divisas o instrumentos financieros derivados.

El objetivo general de esta tesis es proponer una alternativa de cálculo para el VaR que no dependa del supuesto de que los errores (o residuales) en el modelo Browniano de Weiner se distribuyen de acuerdo a la distribución de probabilidad Normal Estándar. Lo anterior, debido a que en la práctica este supuesto no necesariamente se cumple, como lo demostraremos más adelante. Así, mediante el apoyo de software especializado estadístico (@Risk) modelaremos la distribución de probabilidad correcta que permita anticipar de una mejor manera la pérdida máxima esperada para un inversionista.

Como fuente de información se usará la información disponible en Yahoo Finance para las cotizaciones diarias de empresas en diversas bolsas del mundo.

Actualmente ante la crisis financiera que se vive a nivel mundial existe un gran temor entre los inversionistas sobre la volatilidad que están enfrentando los mercados financieros y en consecuencia las pérdidas millonarias que esta crisis está acarreando a los grandes inversionistas. Ante esta situación es importante estimar la pérdida que los diferentes portafolios enfrentan o podría enfrentar. Es por esto que el VaR (Value at Risk) juega un papel primordial en estos momentos de inestabilidad financiera, ya que el inversionista puede observar que portafolios o que activos son más sensibles a los movimientos del mercado accionario y que acciones representan mayores pérdidas, así el inversionista podrá administrar su o sus portafolio de manera que intente eliminar las acciones que mayor VaR tengan o registren.

A lo largo de la historia de los mercados financieros se han observado pérdidas que han llevado a la quiebra a instituciones financieras por el mal manejo del riesgo de mercado que sus activos corren. Algunos de los ejemplos más sonados son el de Nick Leeson un operador de mercado de derivados que trabajaba en la subsidiaria del banco inglés de nombre Baring localizada en Singapur, sufrió pérdidas que rebasaban el capital total del banco llevándolo a la bancarrota. Otro ejemplo es el de Bob Citrón quien fue tesorero del condado de Orange en Estados Unidos, tenía invertidos todos los activos de la tesorería en instrumentos altamente riesgosos causando la pérdida por más de 1700 millones de dólares, Toshihide Iguchi, un operador de Daiwa Bank que manejaba posiciones altamente riesgosas en mercado de dinero y que provocó la pérdida de 1100 millones de dólares en 1995. Y sin ir muy lejos, en la crisis financiera que sacudió a México en 1994 se dejó al descubierto la fragilidad de nuestro sistema financiero, ya que no hubo una sola institución que no haya presentado una pérdida provocada por riesgos de mercado y crédito.

Es por todo esto que el VaR representa una medida de suma importancia para el inversionista.

2.2 MARCO TEÓRICO

2.2.1 ¿QUÉ ES EL RIESGO?

La palabra riesgo proviene del latín *risicare,* que significa atreverse a transitar por un sendero peligroso. También se le relaciona mucho con los conceptos de peligro, daño o pérdida; sin embargo el riesgo es parte de nuestra vida diaria en las decisiones que hacemos diariamente en cada momento, sobre todo aquellas personas que toman decisiones de inversión. El concepto de riesgo para el caso particular que se maneja en finanzas como la variación del valor de la cartera de inversión con respecto de su valor actual, debido a movimientos en los factores de riesgo financiero o por cambios en las variables crediticias y de liquidez. A diferencia de la incertidumbre el riesgo es cuantificable y objetivo , con una distribución de frecuencias conocidas.

2.2.2 CLASIFICACIÓN DE LOS RIESGOS FINANCIEROS

El riesgo puede ser clasificado de la siguiente manera:

- *Riesgo de Mercado:* Pérdida potencial ante movimientos adversos en las variables de mercado o factores de riesgo (tasa de interés, tipo de cambio, precio, sobretasa) que afectan los precios de los activos que conforman el portafolio.
- *Riesgo de crédito:* Se define como la pérdida potencial producto del incumplimiento de la contraparte en una operación que incluye un compromiso de pago.
- *Riesgo de liquidez:* Se refiere a las pérdidas que se pueden obtener en una institución financiera al requerir una mayor cantidad de recursos para financiar sus activos a un costo inaceptable. El riesgo de liquidez se refiere también a la imposibilidad vender un activo en el mercado accionario.
- *Riesgo operativo:* Pérdidas por fallas en los sistemas de operación o de información, por fallas en el procesamiento de operaciones. El riesgo operativo se asocia a las pérdidas por fraude o por la ausencia de capacidad en algún empleado.

- *Riesgo legal:* Posible pérdida debida al incumplimiento de las normas jurídicas y administrativas aplicables, a la aplicación de sanciones con relación a las operaciones que la institución financiera realiza..

El valor en riesgo o VaR fue desarrollado por la división RiskMetrics de JP Morgan en 1994, y es una manera de de medir el riesgo de mercado de un activo o una cartera de activos, además de servir con *benchmark* (referencia) entre las diversas instituciones financieras por permitir comparar sus niveles de exposición a pérdidas financieras por medio de técnicas estadísticas.

2.2.3 LINEAMIENTOS GENERALES EN EL USO DEL VaR

Una definición formal del VaR es que es una medida estadística de riesgo de mercado que estima la pérdida máxima que podría registrar un portafolio, en un intervalo de tiempo y con un cierto nivel de probabilidad o confianza, en el caso de presentarse un cambio en los factores de riesgo. En términos de probabilidades; sea x una variable aleatoria que representa las pérdidas o ganancias en alguna fecha futura "t", y "Z" es la probabilidad porcentual, el VaR se define como:

$$P(x_t < VaR) = Z$$

El horizonte temporal o intervalo de tiempo elegido suele estar comprendido entre un día y un mes, para el caso de ésta tesis se utilizará un horizonte de 1, 7 y 28 días. Al igual que el horizonte temporal en la práctica el nivel de confianza que se utiliza es de 95%, 97% y 99%, pero debemos tener en mente que para el calculo del riesgo es muy importante la forma de las colas de la distribución de probabilidad.

Para entender de manera más clara como interpretar el VaR tomemos un ejemplo; supongamos que un inversionista cuenta con una cartera de activos que tiene un VaR de $50,000 con un horizonte de inversión de un día y un nivel de confianza del 95%, lo que debemos interpretar aquí es que en el caso de entrar en pérdidas lo máximo que esperaríamos o toleraríamos perder es de

$50,000. En otras palabras, se espera que 5 de cada 100 casos las pérdidas excedan los $50,000.

Es aquí donde podemos entender la fortaleza del VaR como medida estadística del riesgo de mercado ya que radica en la sencillez para su interpretación, y esto es lo que lo ha llevado a la gran aceptación entre las instituciones financieras. Además de que puede aplicarse para cualquier posición de riesgo o de carteras de inversión, en otras palabras el calculo de VaR se ha llevado a niveles de cualquier activo financiero.

Según Phillipe Jorion es necesario conocer la distribución que siguen los cambios en los factores de riesgo. Y sugiere que para estimar dicha función de probabilidad y el VaR es necesario seguir cuatro etapas:

- Identificar los factores de riesgo que pueden influir en el valor de mercado del portafolio de inversión, para el caso de esta tesis en particular el único factor de riesgo que se tiene en las acciones son los precios.

- Estimar la distribución de probabilidad de los cambios en los factores de riesgo que podrían ocurrir durante el horizonte de inversión.

- Construir la distribución de probabilidad de los cambios en el valor de mercado del portafolio, a partir de la combinación de las distribuciones de probabilidad estimadas en la etapa anterior.

- Calcular el VaR de las posiciones individuales y de todo el portafolio de inversión.

Es sumamente clara que esta definición y conceptualización del valor en riesgo es válida bajo condiciones "normales" de mercado, para momentos de crisis la pérdida esperada se define por escenarios de stress.

Los escenarios de stress o pruebas de valores extremos son semejantes al valor en riesgo, ya que entrega la pérdida máxima probable bajo condiciones de turbulencias financieras o crisis.

En México la circular 1423 expedida por la CNBV establece que las instituciones de Crédito complementarán su medición de riesgos con pruebas bajo condiciones extremas, para identificar el riesgo al que están expuesto bajo dichas condiciones, para reconocer las posiciones que son más vulnerables.

Para el cálculo de los escenarios de stress se analiza un escenario en específico en el que las condiciones de mercado observadas son extremas y no favorables, por ejemplo:

- El Crack bursátil de 1987.
- El ajuste al alza de los intereses estadounidenses y la crisis mexicana de 1994 (efecto tequila).
- Desplome bursátil asiático de 1997 (efecto Dragón).
- La crisis de la deuda rusa durante 1998 (efecto Vodka).
- El derrumbe del NASDAQ en el 2001, después del atentado terrorista (efecto Torres).
- El colapso del modelo argentino en el 2002 (efecto Tango).
- Y la crisis financiera actual.

. El escenario puede ser definido como suponga el responsable de riesgos de la empresa, sin dejar de ser extremo, esto es, que podemos utilizar para su valuación cualquier mecanismo como escenarios ya observados como los mencionados anteriormente o simplemente estresando los spreads observados entre los diferentes activos.

En conclusión, los escenarios de stress sirven como complemento en la medición de riesgos ya que permiten contestarnos la pregunta ¿qué pasa si...? Es por eso que son importantes para la administración integral de riesgos.

El "Backtesting" es una prueba estadística indispensable en la medición de riesgos ya que evalúa la efectividad del modelo estadístico para el cálculo del VaR, y por lo tanto decidir si el modelo que se esta siguiendo es correcto o necesita ser calibrado. Este procedimiento consiste en comparar el valor en riesgo observado contra las pérdidas y ganancias reales.

Uno de los métodos más utilizados para verificar si el modelo es adecuado es el desarrollado por Kupiec en 1995. Dicho método consiste en contar las veces que las pérdidas y/o ganancias exceden el VaR durante un período determinado. Se asume que N es el número de observaciones que exceden la pérdida o ganancia, y para un nivel de confianza dado (1-p) se prueba si la N observada es estadísticamente diferente a la probabilidad de error "p" que se considera para el cálculo del VaR.

La probabilidad de observar N excesos durante el período de T observaciones en total, se explica con una distribución binomial dada por :

$$(1-p)^{T-N} p^{N}$$

Así, la decisión práctica que se necesita tomar consiste en determinar si la relación de excesos de pérdidas y/o ganancias contra las observaciones totales (1.5%, 6%, 16%, etc) es estadísticamente diferente a la probabilidad que se utiliza para el cálculo del valor en riesgo (es decir, del 1%, 5%, 10%, etc.).

Kupiec desarrolló unas regiones de confianza con base en una distribución Chi-Cuadrada con un grado de libertad, considerando la hipótesis nula de que p es estadísticamente igual a la probabilidad utilizada para el VaR (a la cual llamaremos p_0) contra la hipótesis alternativa de que p sea diferente a dicha probabilidad. De forma estadística esto se representa como :

$$H_0 : p = p_0 \quad \text{vs} \quad H_a : p \neq p_0$$

Estas regiones fueron determinadas de los extremos de la máxima verosimilitud dada por la siguiente expresión :

$$L = -2\ln\left((1-p)^{T-N} p^{N}\right) + 2\ln\left(\left(1-\left(\frac{N}{T}\right)\right)^{T-N}\left(\frac{N}{T}\right)^{N}\right)$$

donde :

p = Probabilidad de error

Zona	Número de excepciones
Verde	0, 1, 2, 3 ó 4
Amarilla	5, 6 , 7, 8 y 9
Roja	10 ó más

Tabla 2.2 : Tabla de BIS

En este enfoque, la zona verde significa que el modelo no tiene problemas de calidad y no se requiere modificación alguna. La zona amarilla indica que no se puede concluir algo acerca del modelo, por lo que podría o no calibrarse. La zona roja precisa que es necesario modificar el modelo, ya que presenta problemas de calidad y precisión. Sin embargo, este criterio no usa algún respaldo estadístico que vaya más allá de un conjunto de valores empíricos.

2.3 METODOLOGÍA

2.3.1 MODELO DELTA - NORMAL

Bajo esta metodología se asume que la distribución de los rendimientos sigue la distribución normal. Esta es la hipótesis manejada por RiskMetrics, y a nivel práctico es la hipótesis más manejada por casas de bolsa. La ventaja del supuesto de normalidad es que con base en las estimaciones de la media y la desviación estándar muestral es posible determinar la probabilidad de que una variable aleatoria se sitúe en cualquier rango dentro de la distribución de probabilidad

Para el caso de que la cartera se conforme de un solo activo se sigue la siguiente metodología. Primero se define el valor de la cartera actual y ésta es:

$$VM = NT * PC$$

donde:

VM = Valor de Mercado.

NT = Número de títulos que se tienen en posición del activo.

PC = Precio al cierre del activo en análisis.

Como definimos anteriormente el VaR es la pérdida máxima que puede experimentar mi portafolio según el horizonte de inversión que se haya elegido para un nivel de confianza dado.

El punto de partida consiste en generar un vector de rendimientos, los cuales son calculados de la siguiente manera:

$$R_{t,t-h} = \frac{P_t - P_{t-h}}{P_{t-h}}$$

donde :

P_t = Precio del activo en el tiempo t

$R_{t,\,t-h}$ = Rendimiento del activo entre los días t y t-h (el cual suele abreviarse simplemente como R_t)

Por otro lado, la varianza muestral de los rendimientos puede estimarse de la siguiente manera : $\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(R_i - \bar{R})^2}{n-1}$

donde

n= Número de Rendimientos Calculados

$\bar{R}$= Rendmiento esperado (promedio de los rendimientos calculados)

R_i= Rendimiento en tiempo i

σ= Desviación Estándar

Donde la desviación estándar es simplemente la raíz de la varianza, y nos indica en promedio, que tanto se alejan los datos del esperado.

Otro parámetro fundamental para el cálculo del VaR Delta-Normal es el del valor Z estadístico asociado a una distribución Normal estándar, cuya función de densidad de probabilidad es la siguiente :

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Por ejemplo si deseamos conocer la probabilidad que tiene un portafolio de registrar un rendimiento menor al 0.40%, cuando se observa un rendimiento promedio de 0.13% y tiene una volatilidad histórica del 2.21% , el valor estándar de la curva normal sería entonces:

$$Z=\left(\frac{0.004-.0013}{0.0221}\right)=0.1221$$

Este valor nos servirá entonces para calcular el área bajo la curva de la cola inferior, que se encuentran en cualquier tabla de la curva normal.

2.3.1 EL MODELO DELTA – NORMAL PARA UN ACTIVO

El Valor en Riesgo de un activo se calcula de la siguiente manera :

$$VaR = Z_\alpha \cdot S \cdot \sigma\sqrt{t}$$

donde :

Z_α = Percentil $1-\alpha$ asociado a la curva de distribución

Normal Estándar

S = Monto total de la inversión (o exposición total al riesgo)

σ = Desv. estándar de los rendimientos del activo

t = Horizonte del tiempo ("Holding period")

Ejemplo :

Considere la compra de 10,000 acciones con precio de $30 por acción y volatilidad del 20% anual. ¿Cuál es el VaR diario de esta posición al 95% de confianza

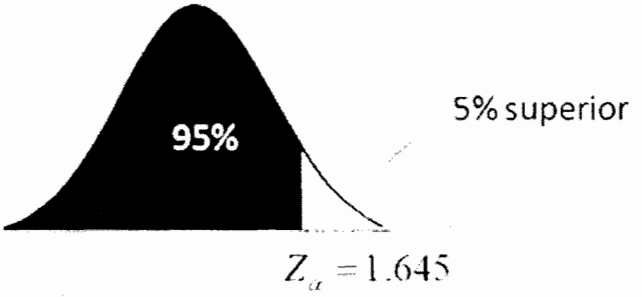


Figura 2.1 : Límite Z al 95% de Confianza

Por otro lado, dado que un año consta de 252 días de mercado tenemos :

$$t = \frac{1}{252}$$

De lo cual se desprende que :

$$VaR = Z_\alpha \cdot S \cdot \sigma \sqrt{t} = (1.645)(300.000)(0.20)\sqrt{\frac{1}{252}}$$
$$= 6,236.41$$

Interpretación : 1 día hábil de cada mes (0.05x20) se espera que el inversionista sufra una pérdida de $6,236.41 o más.

2.3.2 EL MODELO DELTA – NORMAL PARA UN PORTAFOLIO DE ACTIVOS

El modelo delta-normal o método de varianza-covarianza parte de la teoría del portafolio de Markowitz. Para explicar la metodología tomaremos el caso más simple: supongamos que el portafolio estará formado por dos activos cada uno con determinado peso en la cartera *w1 y w2* donde:

$$w_1 + w_2 = 1$$

Y siguiendo la teoría desarrollada por Markowitz la varianza del portafolio se define como:

$$\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$$

Donde la constanta rho (ρ_{12}) es el coeficiente de correlación entre los rendimientos de los dos activos. El VaR del portafolio se define en este caso como:

$$VaR_p = Z_\alpha(S)\sigma_p\sqrt{t}$$

donde :

S = Monto total de la inversión (o exposición total al riesgo)

t = Horizonte de tiempo de la inversión

por tanto :

$$VaR_p = Z_\alpha(S)\sqrt{w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2}\sqrt{t}$$

Ejemplo :

Considere el portafolio conformado por los activos mostrados en la Tabla 2.3 :

	Monto	Volatilidad anual
Activo 1	$2,000	20%
Activo 2	$1,500	26%

Tabla 2.3 : Matriz de inversiones y volatilidades

y cuya matriz de correlaciones corresponde a la Tabla 2.4 :

	Activo 1	Activo 2
Activo 1	1	0.38
Activo 2	0.38	1

Tabla 2.4 : Matriz de correlaciones

Si deseamos calcular el VaR diario asociado a este portafolio al 98% de confianza en estos activos de manera que podamos visualizar en cuánto se reduce el VaR al diversificar mediante el portafolio, tendríamos la Tabla 2.3 :

	Monto	Volatilidad Anual
Activo 1	$ 2,000	20%
Activo 2	$ 1,500	26%

	Activo 1	Activo 2
Activo 1	1	0.38
Activo 2	0.38	1

w1	57%
w2	43%

Varianza del Portafolio	0.035155918	$\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$
Z_α	2.053749	
S	$ 3,500.00	$VaR_p = \sqrt{VaR_1^2 + VaR_2^2 + 2\rho_{12}(VaR_1)(VaR_2)}$
VaR del Portafolio	$ 84.90	$VaR_p = Z_\alpha(S)(\sigma_p)\sqrt{t}$

VaR (Alternativo) $ 84.90

VaR_1	$ 51.75	$VaR_1 + VaR_2$	$ 102.21
VaR_2	$ 50.46		

Figura 2.2 : Cálculo del VaR para un portafolio de 2 activos

Como puede verse arriba, el VaR del portafolio es menor a la suma de los VaR's individuales para cada activo ($ 84.90 < $102.21).

2.3.3 EL MODELO DELTA – NORMAL PARA UN PORTAFOLIO DE N ACTIVOS

Para el caso general en que se tienen más de 2 activos en el portafolio tenemos que :

$$VaR_p = Z_\alpha(S)\sigma_p\sqrt{t} = Z_\alpha(S)\left[W\sigma C\sigma W^T\right]^{\frac{1}{2}}\sqrt{t}$$

donde :

$W = W_{1xn}$ = Vector de pesos de inversión asignados a los activos

Las matrices de volatilidades y correlaciones se representan mediante :

$$\sigma = \sigma_{nxn} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_n \end{bmatrix} \qquad C = C_{nxn} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

De lo anterior también es posible expresar lo siguiente :

$$VaR_p = \sqrt{VaR_{1xn}(C_{nxn})VaR_{nx1}^T}$$

donde :

VaR_{1xn} = Vector de VaR's individuales para los activos

C_{nxn} = Matriz de correlaciones de los activos

VaR^T_{1xn} = Vector transpuesto de VaR´s individuales para los activos

Consideremos por ejemplo el portafolio conformado por cinco activos, de acuerdo a los montos planeados de inversión para cada uno de ellos, su

volatilidad anual y porcentajes (pesos) a invertir en cada uno de ellos, de acuerdo a la Tabla 2.5 :

	Monto	Volatilidad Anual	Pesos (W_i's)
Activo 1	$ 2,000	20.0%	40.0%
Activo 2	$ 1,500	26.0%	30.0%
Activo 3	$ 500	26.0%	10.0%
Activo 4	$ 300	12.3%	6.0%
Activo 5	$ 700	9.7%	14.0%

Tabla 2.5 : Cálculo del VaR para un portafolio de 2 activos

y cuya matriz de correlaciones es la siguiente :

	Activo 1	Activo 2	Activo 3	Activo 4	Activo 5
Activo 1	1	0.38	0.43	-0.23	-0.18
Activo 2	0.38	1	0.24	0.65	-0.085
Activo 3	0.43	0.24	1	-0.98	0.72
Activo 4	-0.23	0.65	-0.98	1	0.07
Activo 5	-0.18	-0.085	0.72	0.07	1

Tabla 2.6 : Cálculo del VaR para un portafolio de 2 activos

Para este caso podemos calcular el VaR del portafolio al 96% de confianza :

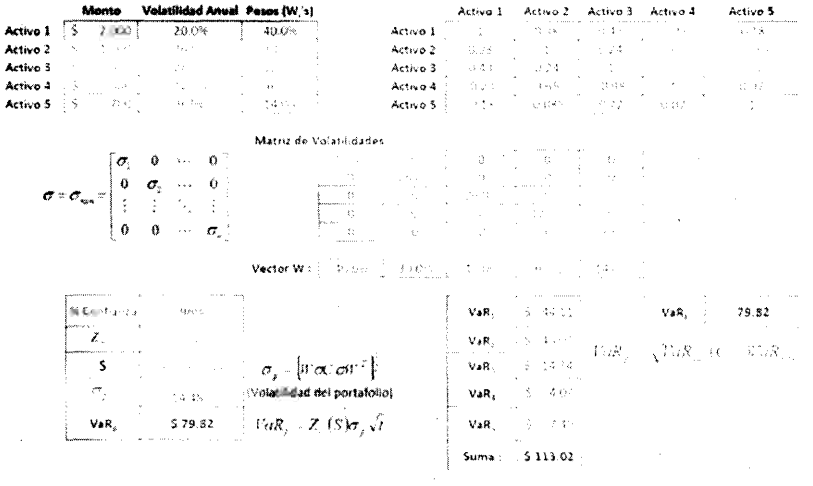


Figura 2.3 : Cálculo del VaR para un portafolio de 5 activos

2.3.4 El Enfoque no paramétrico del VaR

En este caso se utiliza una serie histórica de precios de la posición de riesgo (portafolio) para construir una serie de tiempo de precios y/o rendimientos simulados o hipotéticos, con el supuesto de que se ha conservado el portafolio durante el período de tiempo de la serie histórica.

Para aplicar esta metodología se deben identificar primero los componentes de los activos del portafolio y reunir los datos de los precios diarios históricos considerando un período que oscila entre 250 y 500 datos. Al partir del histograma de frecuencias de los rendimientos simulados se calcula el percentil correspondiente de dicho histograma (por ejemplo, se tomaría el primer percentil en caso de que el nivel de confianza sea del 99%). Así, en este criterio se invierte el área de interés a diferencia de cómo se manejaba previamente.

Ejemplo :

Supongamos que deseamos aproximar el VaR diario para el precio de la acción de TELMEX-L de acuerdo al enfoque no paramétrico de rendimientos históricos para el período 2007 – 2008, bajo un nivel de confianza del 99% y una inversión de $200,000. Al extraer la información histórica de Yahoo Finance (www.finance.yahoo.com) tenemos :

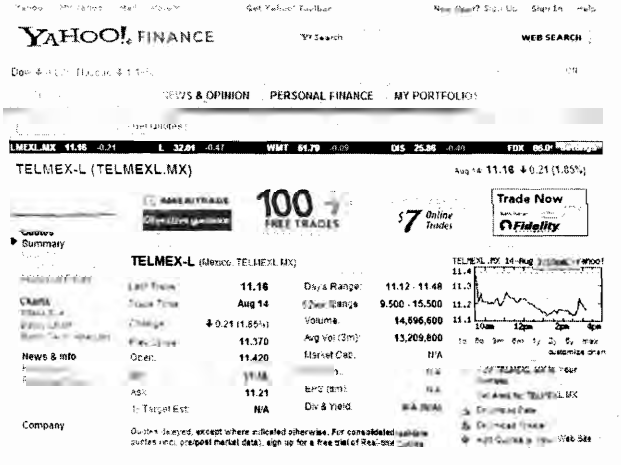


Figura 2.4 : Página de Yahoo Finance

En primera instancia se obtiene : $$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

donde :

R_t = Rendimiento en el tiempo t

P_t = Precio de la acción en el tiempo t

La tabla de valores para el período citado se puede checar a continuación en la Tabla 2.8 :

Date	Close	Rendimiento
01/01/2007	15.32	
02/01/2007	15.39	0.0046
03/01/2007	15.38	-0.0006
04/01/2007	15.5	0.0078
05/01/2007	15.15	-0.0226
08/01/2007	14.95	-0.0132
09/01/2007	14.52	-0.0288
[illegible]	[illegible]	[illegible]
29/12/2008	14.16	-0.0084
30/12/2008	14.35	0.0134
31/12/2008	14.35	0.0000

Tabla 2.7 : Rendimientos TELMEX-L (2007-2008)

El histograma de frecuencias de los rendimientos queda de la siguiente manera:

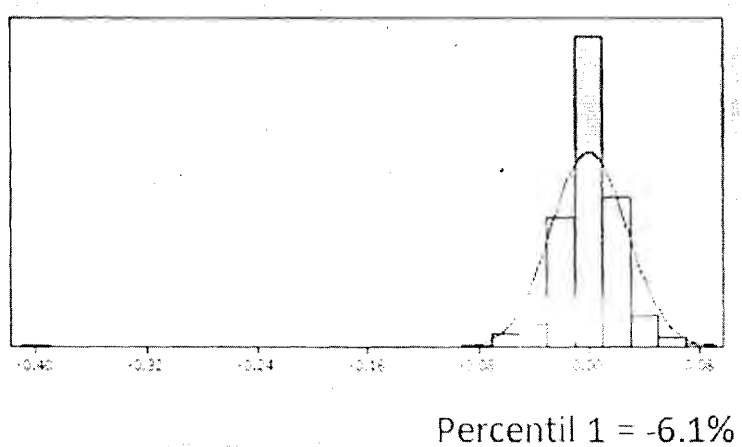


Figura 2.5 : Histograma de rendimientos TELMEX – L (2007 – 2008)

El VaR diario para este activo queda calculado de la siguiente manera :

$$VaR = 0.061(200{,}000) = \$\ 12{,}200$$

2.4 ENFOQUES ALTERNATIVOS PARA EL CÁLCULO DEL VaR

Phelim P. Boyle (*Journal of Financial Economics*, 1977) fue el primero en proponer la generación de números aleatorios para calcular el valor de un portafolio generando escenarios, con la idea de determinar posibles pérdidas o ganancias

Este proceso se repite un gran número de veces (al menos con 10,000 escenarios distintos) y los resultados se ordenan de tal forma que pueda determinarse un nivel de confianza específico.

Un método común para la generación de escenarios consiste en utilizar el Modelo de Weiner (que modela el proceso estocástico llamado «Movimiento Geométrico Browniano») :

$$\frac{ds}{s} = \mu dt + \sigma \varepsilon_t \sqrt{dt}$$

donde :

$\mu =$ Media de los rendimientos

$\sigma =$ Desviación estándar de los rendimientos

De manera verbal la expresión anterior se interpreta de la siguiente manera :

"Los rendimientos de un activo (denotados por ds/s) están determinados por un componente determinístico (μdt) y un componente estocástico ($\sigma \varepsilon_t \sqrt{dt}$) que contiene un ruido blanco (o "choque aleatorio") dado por ε_t "

Ahora bien, este modelo se expresa en términos discretos como :

$$\frac{S_t - S_{t-1}}{S_t} = \mu \Delta t + \sigma \varepsilon_t \sqrt{dt}$$

Por lo que al despejar el precio del activo en el tiempo t queda :

$$S_t = S_{t-1} + S_{t-1}\left(\mu\Delta t + \sigma\varepsilon_t\sqrt{dt}\right)$$

donde : $\varepsilon_t \sim N(0,1)$

Ejemplo :

Supóngase que se desea aproximar el VaR diario para el precio de la acción de TELMEX – L de acuerdo al enfoque de Weiner para el período 2007 – 2008, bajo un nivel de confianza del 99% y una inversión de $200,000 . La figura 2.6 muestra los resultados correspondientes :

Date	Close	Rendimientos
01/01/2007	15.32	
02/01/2007	15.39	0.0046
03/01/2007	15.38	-0.0006
04/01/2007	15.5	0.0078
05/01/2007	15.15	-0.0226
08/01/2007	14.95	-0.0132
09/01/2007	14.52	-0.0288

Media de Rendimientos		0.0003	Confianza	99%
Desv Est de Rendimientos		0.027494889	Percentil 1	-0.0615419
	Precio proyectado	Rendimientos	VaR Diario	$ 12,308.37
1	13.64596269			
2	12.99690746	-0.047563902		
3	13.31160629	0.024213362		
4	13.20063367	-0.008336531		

Figura 2.6 : Cálculo del VaR para TELMEX – L mediante modelo de Weiner

2.5 ENFOQUE ALTERNATIVO PROPUESTO PARA EL CÁLCULO DEL VaR

Bajo el criterio propuesto, se elimina la necesidad de asumir la Distribución Normal Estándar en el componente estocástico del Modelo de Weiner, de manera que pueda estimarse un VaR mucho más real mediante el uso de la Simulación.

Para este propósito, se debe determinar inicialmente la distribución de probabilidad más adecuada al comportamiento del componente aleatorio en el modelo del Movimiento Browniano. Esto implica determinar la mejor distribución de probabilidad que ajuste al componente aleatorio ε_t para cada elemento de la serie histórica :

$$\varepsilon_t = \frac{\dfrac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}} - \mu\Delta t}{\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

Las pruebas estadísticas de bondad de ajuste a utilizar para determinar cuál es la distribución de probabilidad más adecuada de ε_t son las siguientes (en orden de rigurosidad) : Kolmogorov – Smirnov, Anderson – Darling y Chi – Cuadrada.

2.5.1 PRUEBAS DE BONDAD DE AJUSTE

1. Prueba de Kolmogorov – Smirnov (K-S)

   Compara la Distribución Acumulada Muestral (o empírica) procedente de contra aquella Función de Distribución relacionada a la Distribución de probabilidad propuesta. Su estadístico de prueba está basado en la discrepancia máxima existente entre el porcentaje acumulado por los datos y el que debería existir cuando los datos provienen de la función de densidad propuesta. Así, el estadístico involucrado D_n se calcula mediante :

$$D_n^+ = \underset{1 \le i \le n}{Max} \left\{ \frac{i}{n} - \hat{F}\left(X_{(i)}\right) \right\} \qquad D_n^- = \underset{1 \le i \le n}{Max} \left\{ \hat{F}\left(X_{(i)}\right) - \frac{i-1}{n} \right\}$$

$$D_n = Max\left\{D_n^+, D_n^-\right\}$$

   donde : $\hat{F}\left(X_{(i)}\right)$ = Función de acumulación de la distribución propuesta evaluada en el i-ésimo valor muestral

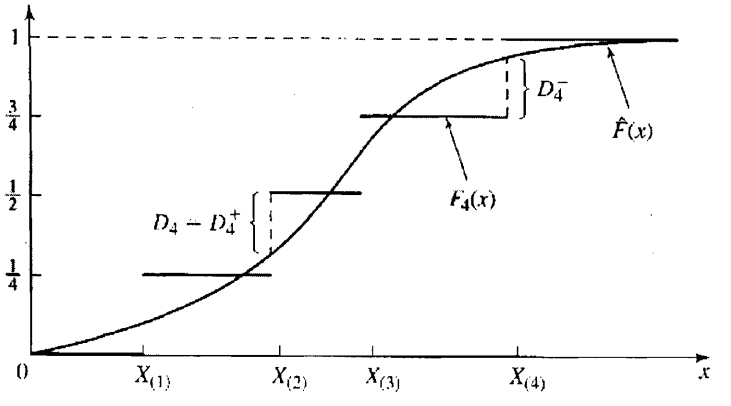


Figura 2.7 : Ejemplo de la prueba K-S para 4 datos muestrales

Así, la prueba K-S evalúa en función de la máxima discrepancia existente entre la evidencia muestral y la propuesta teórica. El resultado de Dn es entonces comparado con los estadísticos ajustados y un nivel de confianza (1 – Alfa) de la Tabla mostrada en la Figura 2.8. En caso de que dicho estadístico ajustado exceda a los valores límites hay evidencia suficiente para rechazar a la distribución propuesta.

		$1-\alpha$				
Caso	Estadístico de prueba ajustado	**0.850**	**0.900**	**0.950**	**0.975**	**0.990**
Todos los parametros son conocidos	$\left(\sqrt{n}+0.12+\frac{0.11}{\sqrt{n}}\right)D_n$	1.138	1.224	1.358	1.480	1.628
$N(\bar{X}(n), S^2(n))$	$\left(\sqrt{n}-0.01+\frac{0.85}{\sqrt{n}}\right)D_n$	0.775	0.819	0.895	0.955	1.035
$\exp(\bar{X}(n))$	$\left(D_n-\frac{0.2}{n}\right)\left(\sqrt{n}+0.26+\frac{0.5}{\sqrt{n}}\right)$	0.926	0.990	1.094	1.190	1.308

Tabla 2.8 : Valores críticos de referencia para la prueba K-S

2. Prueba de Anderson – Darling (A-D)

   Bajo este criterio se ponderan de manera diferente cada una de las discrepancias entre la función de acumulación muestral y la teórica propuesta. El estadístico A-D definido como A_n^2 se calcula mediante :

$$A_n^2 = n\int_{-\infty}^{\infty}\left[F_n(x)-\hat{F}(x)\right]\psi(x)\hat{f}(x)dx$$

   donde se tiene la función de peso : $\psi(x)=\frac{1}{\hat{F}(x)\left(1-\hat{F}(x)\right)}$

   La idea es ponderar los pesos más fuertemente en valor de $\hat{F}(x)$ cercanos a 1(cola derecha) y más débilmente en valores cercanos a 0 (cola izquierda).

   En términos prácticos, la integral anterior suele aproximarse mediante :

$$A_n^2 = \frac{\left(-\sum_{i=1}^{n} (2i-1)[\ln Z_i + \ln(1 - Z_{n+1-i})] \right)}{n} - n$$

donde : $Z_i = \hat{F}(X_{(i)})$ para $i = 1,2,...,n$

$X_{(i)} =$ i - ésimo valor de la muestra (ascendente)

De manera análoga a la prueba K-S, se debe calcular un estadístico de prueba ajustado en función de la distribución de probabilidad propuesta para efectos de comparación contra valores críticos. Véase la Tabla 2.6 para dicho efecto.

Caso	Estadistico de prueba ajustado	$1-\alpha$			
		0.900	0.950	0.975	0.990
Con parámetros conocidos	A_n^2 for $n \geq 5$	1.933	2.492	3.070	3.857
$N(\bar{X}(n), S^2(n))$	$\left(1 + \frac{4}{n} - \frac{25}{n^2}\right)A_n^2$	0.632	0.751	0.870	1.029
$Expo(\bar{X}(n))$	$\left(1 - \frac{0.6}{n}\right)A_n^2$	1.070	1.326	1.587	1.943
$Weibull(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$	$\left(1 + \frac{0.2}{\sqrt{n}}\right)A_n^2$	0.637	0.757	0.877	1.038
$Log\text{-}logistic(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$	$\left(1 + \frac{0.25}{\sqrt{n}}\right)A_n^2$	0.563	0.660	0.769	0.906

Tabla 2.9 : Valores críticos de referencia para la prueba A-D

3. Prueba Chi – Cuadrada

Aunque esta prueba resulta ser la menos exigente en materia de bondad de ajuste con respecto a las dos anteriores, tiene la ventaja de ser aplicable a cualquier distribución de probabilidad propuesta (a diferencia de la K-S y la A-D, donde su rango de aplicabilidad es limitado). Para su utilización deben generarse k intervalos de igual probabilidad teórica para cada uno de ellos, de manera tal que pueda compararse el número de valores que caen en cada uno de ellos (denotado por N_j) contra el número esperado de valores que la distribución de probabilidad fija como válidos (denotado por np_j). El estadístico de prueba es el siguiente :

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{k} \frac{\left(N_j - np_j\right)}{np_j}$$

El estadístico anterior debe entonces compararse contra el valor crítico ofrecido por una Chi-Cuadrada de (k-1) grados de libertad, a un nivel de confianza de (1-Alfa). En caso de ser mayor se rechaza la aplicabilidad de la distribución propuesta para los datos muestrales (ver Figura 2.8 para dicho efecto).

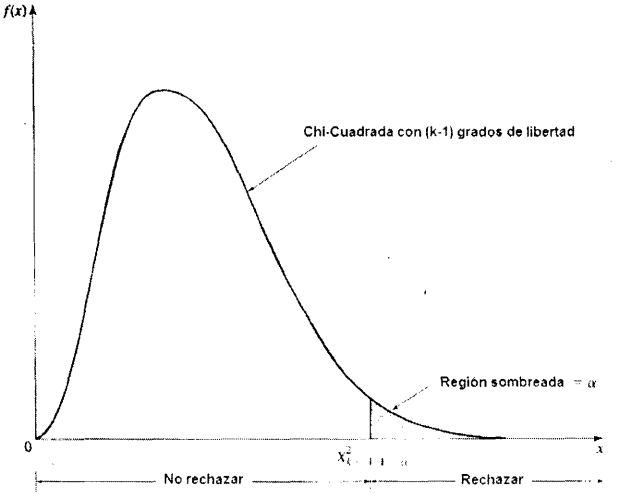


Figura 2.8 : Límite de rechazo para la prueba Chi-Cuadrada

Debido a que las 2 primeras pruebas sólo son aplicables a un grupo limitado de distribuciones de probabilidad, es necesario en la práctica dar prioridad en función del valor de significancia deseado (también conocido como « Valor p » o « p-value », de sus siglas en inglés). Dicho valor de referencia establece el riesgo real que se corre al aceptar la hipótesis alternativa (Ha) del siguiente par de hipótesis de prueba :

$$\begin{cases} H_0 : \text{La distribución de probabilidad propuesta es adecuada} \\ H_a : \text{La distribución de probabilidad propuesta es incorrecta} \end{cases}$$

Para fines de nuestro análisis, manejaremos un nivel de riesgo máximo aceptable (también denominado como Nivel Alpha) del 5%, de forma tal que si el valor p excede a dicho valor no rechazaremos la Hipótesis nula. Lo anterior al no tener evidencia estadística suficiente para afirmar que la distribución

propuesta es inadecuada. Así, se van reduciendo las opciones en función de aquellas pruebas más exigentes y de los valores p más altos.

2.5.1 CASOS DE APLICACIÓN Y BACKTESTING

Ejemplo :

Supóngase que se desea aproximar el VaR diario para el precio de la acción de TELMEX – L de acuerdo al enfoque propuesto para el período 2007 – 2008, bajo un nivel de confianza del 99% y una inversión de $200,000.

Inicialmente debemos encontrar cuál fue el factor aleatorio para cada precio de la serie histórica (en base a la Media y Desviación Estándar de los rendimientos) :

Date	Close	Rendimientos	et	Media	0.0003
01/01/2007	15.32			Desv Est	0.02749
02/01/2007	15.39	0.0046	0.15475		
03/01/2007	15.38	-0.0006	-0.03506		
04/01/2007	15.50	0.0078	0.27234		
05/01/2007	15.15	-0.0226	-0.8327		

Tabla 2.10 : Factores aleatorios para rendimientos históricos de TELMEX- L

A continuación debe checarse cuál es la distribución de probabilidad más adecuada para modelar el componente aleatorio (mediante el uso de @Risk 5.0) :

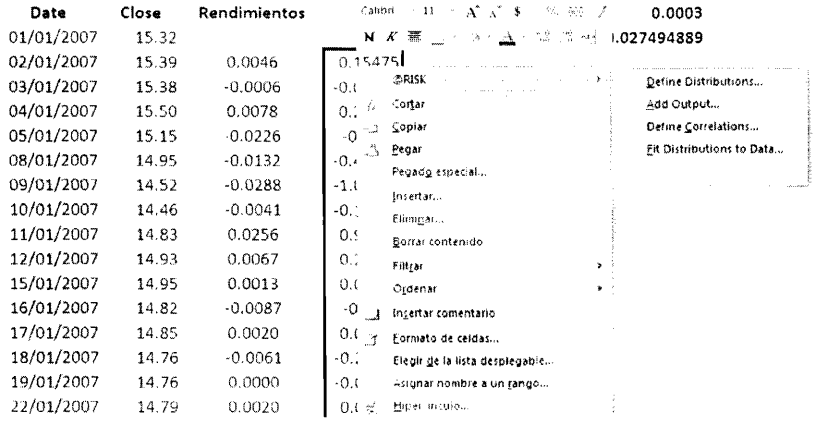


Figura 2.9 : Prueba "Best Fit" de bondad de ajuste

Para el caso bajo análisis (TELMEX-L período 2007-2008) se propone una distribución distinta a la normal, la distribución Logística, cuya función de densidad es (para $-\infty < x < \infty, -\infty < \alpha < \infty, \beta > 0$) :

$$f(x) = \frac{\operatorname{sech}^2\left[\frac{1}{2}\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)\right]}{4\beta}$$

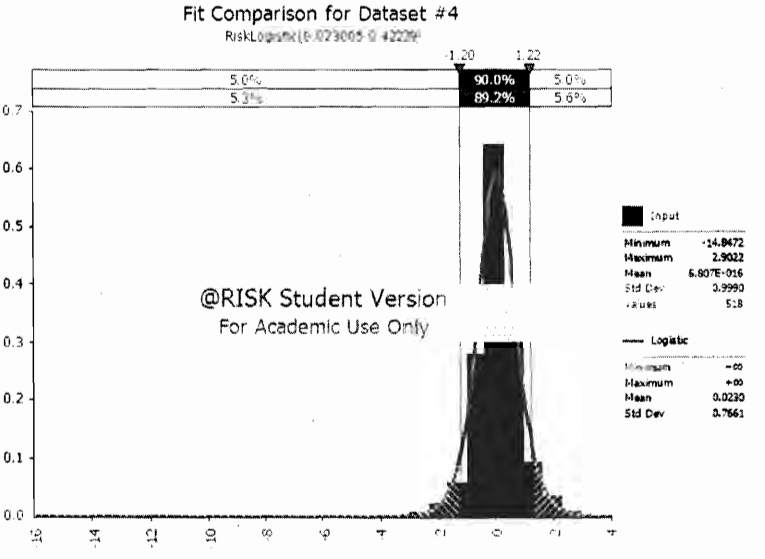


Figura 2.8 : Distribución inicial propuesta por @Risk para errores de rendimientos TELMEX - L

Procedemos entonces a revisar los resultados de la prueba K-S y A-D para dichos errores aleatorios históricos :

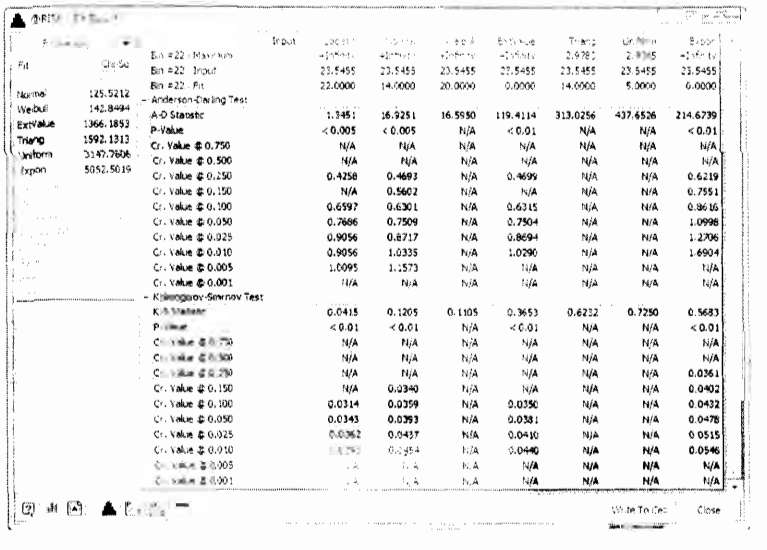
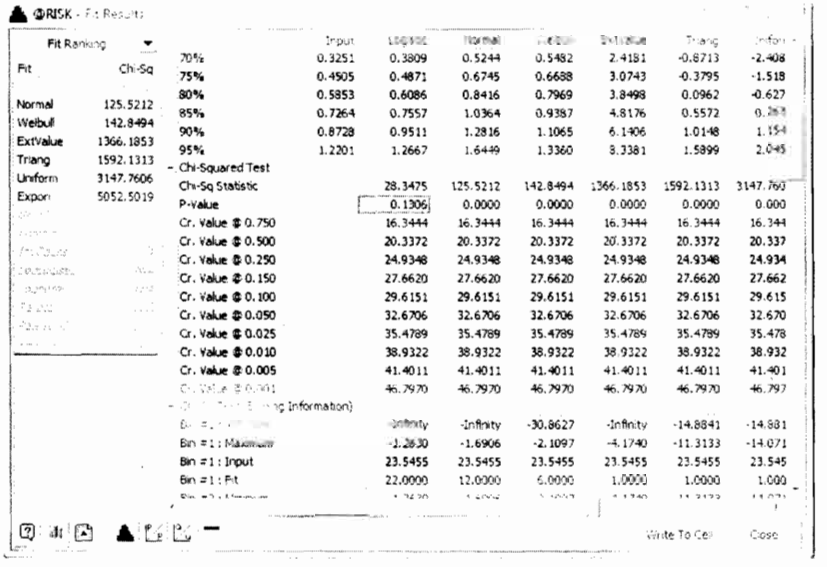


Figura 2.10 : Pruebas K-S y A-D para residuales TELMEX-L

Al tener valores p muy debajo (todos ellos por debajo de 0.05) para todas las distribuciones estadísticas disponibles, procedemos entonces a revisar la bondad de ajuste bajo la prueba Chi-Cuadrada :



Fit Ranking	
Fit	Chi-Sq
Normal	125.5212
Weibull	142.8494
ExtValue	1366.1853
Triang	1592.1313
Uniform	3147.7606
Expon	5052.5019

	Input	Logistic	Normal	[illegible]	ExtValue	Triang	Uniform
70%	0.3251	0.3809	0.5244	0.5482	2.4181	-0.8713	-2.408
75%	0.4505	0.4871	0.6745	0.6688	3.0743	-0.3795	-1.518
80%	0.5853	0.6086	0.8416	0.7969	3.8498	0.0962	-0.627
85%	0.7264	0.7557	1.0364	0.9387	4.8176	0.5572	0.263
90%	0.8728	0.9511	1.2816	1.1065	6.1406	1.0148	1.154
95%	1.2201	1.2667	1.6449	1.3360	8.3381	1.5899	2.045
Chi-Squared Test							
Chi-Sq Statistic		28.3475	125.5212	142.8494	1366.1853	1592.1313	3147.760
P-Value		0.1306	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000
Cr. Value @ 0.750		16.3444	16.3444	16.3444	16.3444	16.3444	16.344
Cr. Value @ 0.500		20.3372	20.3372	20.3372	20.3372	20.3372	20.337
Cr. Value @ 0.250		24.9348	24.9348	24.9348	24.9348	24.9348	24.934
Cr. Value @ 0.150		27.6620	27.6620	27.6620	27.6620	27.6620	27.662
Cr. Value @ 0.100		29.6151	29.6151	29.6151	29.6151	29.6151	29.615
Cr. Value @ 0.050		32.6706	32.6706	32.6706	32.6706	32.6706	32.670
Cr. Value @ 0.025		35.4789	35.4789	35.4789	35.4789	35.4789	35.478
Cr. Value @ 0.010		38.9322	38.9322	38.9322	38.9322	38.9322	38.932
Cr. Value @ 0.005		41.4011	41.4011	41.4011	41.4011	41.4011	41.401
[illegible]		46.7970	46.7970	46.7970	46.7970	46.7970	46.797
[illegible] Information)							
[illegible]		-Infinity	-Infinity	-30.8627	-Infinity	-14.8841	-14.881
Bin #1 : Maximum		-1.2830	-1.6906	-2.1097	-4.1740	-11.3133	-14.071
Bin #1 : Input		23.5455	23.5455	23.5455	23.5455	23.5455	23.545
Bin #1 : Fit		22.0000	12.0000	6.0000	1.0000	1.0000	1.000
[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Write To Cel... Close

Figura 2.11 : Prueba Chi-Cuadrada para residuales de rendimientos históricos TELMEX-L

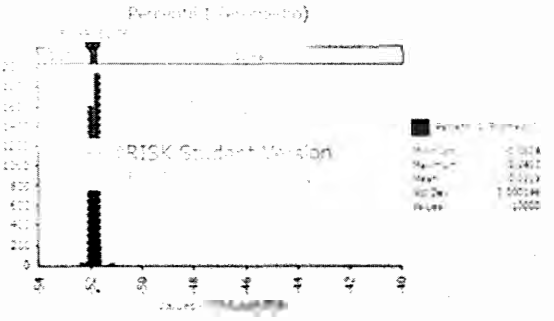
Resulta interesante observar cómo en este caso la prueba Chi-Cuadrada recomienda a la Distribución Logística (con una valor p de 0.1306) mientras que la Distribución Normal es completamente descartada. Esto contradice el supuesto que el Modelo Delta – Normal generalmente efectúa sobre los errores aleatorios de los rendimientos asociados al portafolio.

Así, tomando en cuenta el resultado anterior, podemos generar el proceso de "Caminata Aleatoria", con la distribución de probabilidad correcta, de manera que bajo la simulación de escenarios pueda calcularse el VaR de forma correcta (ver Figura 2.11). De dichos resultados puede verse que bajo el criterio tradicional Delta – Normal se está sobre-estimando al VaR en aproximadamente un 23% (al compararse con el VaR previamente calculado de $12,308.37), lo cual hace evidente la necesidad de usar una distribución correcta de probabilidad para los errores de los rendimientos en el modelo de Weiner.

=B520+B520*(SGS1+SG$2*RiskLogistic(0.023005,0.42239,RiskName("Dataset #4")))

30/12/2008	14.35	0.0134	0.47659	2
31/12/2008	14.35	0.0000	-0.01143	1
1	14.75	RENDIMIENTOS		
2	15.18	0.0289		
3	15.19	0.0008		
4	15.68	0.0324		
5	15.27	-0.0260		
6	15.50	0.0148		
7	15.64	0.0092		
8	16.45	0.0516		
9	16.14	-0.0188		
10	15.61	-0.0327		
11	15.15	-0.0300		
12	14.82	-0.0216		
13	15.48	0.0448		
14	15.42	-0.0041		
15	15.41	-0.0005		
16	15.14	-0.0179		
17	15.06	-0.0047		
18	15.25	0.0123		
19	15.45	0.0132		

Percentil 1 -0.05116642 (Muestral)
Promedio
Percentil 1 -0.05186253 (10,000 Escenarios)



VaR diario (Promedio)	$ 10,372.51
Lim Inferior del VaR	$ 10,352.00
Lim Superior del VaR	$ 10,398.00

(al 99% de Confianza)

Figura 2.12 : Caminata aleatoria de rendimientos proyectados para acciones de TELMEX – L, a partir de 1/01/2009

El concepto de Backtesting , como fue mencionado anteriormente, es esencial en el proceso de evaluar y calibrar los modelos de medición de riesgos. Para realizar un « Backtesting » es necesario comparar el valor en riesgo observado y con las pérdidas y/o ganancias reales. En dicha prueba lo que se mide es la eficiencia en el modelo, contando las observaciones de pérdidas y/o ganancias que fueron mayores al VaR.

Ejemplo :

Aplicaremos a continuación la prueba de Kupiec para las acciones de TELMEX – L previamente analizadas, para el período del 24/06/2008 al 28/06/2009 (suficiente para tener 255 días de análisis). Los resultados se muestran a continuación en la Figura 2.12, de donde se observa que la suma de días en donde el límite superior del VaR es excedido (obtenido previamente con un valor de $10,398) asciende a 11, valor que supera al límite máximo de 7. Esto es sin duda producto de la alta volatilidad de los precios de las acciones en el mes de Octubre de 2008 (pues en el 2009 sólo se excedió 3 veces, lo cual equipara a la mitad de días (del total de 255) con 123 observaciones.

	Date	Close	Rendimiento	Ganancia / Pérdida sobre 200,000	> VaR = 10,398?
1	24/06/2008	12.00			
2	25/06/2008	12.21	0.0175	3,500.00	0
3	26/06/2008	12.09	[illegible]	-1,965.60	0
4	27/06/2008	12.14	[illegible]	827.13	0
5	30/06/2008	12.24	[illegible]	1,647.45	0
132	30/12/2008	14.35	[illegible]	2,683.62	0
133	31/12/2008	14.35	[illegible]	0.00	0
134	02/01/2009	14.36	[illegible]	139.37	0
135	05/01/2009	14.1	-0.01810585	-3,621.17	0
136	06/01/2009	13.61	-0.03475177	-6,950.35	0
137	07/01/2009	12.87	-0.05437179	-10,874.36	1
251	23/06/2009	10.49	0.015488867	3,097.77	0
252	24/06/2009	10.17	-0.03050524	-6,101.05	0
253	25/06/2009	10.43	0.025565388	5,113.08	0
254	26/06/2009	10.5	0.006711409	1,342.28	0
255	29/06/2009	10.74	0.022857143	4,571.43	0
				SUMA	11

Figura 2.13 : Backtesting de Kupiec para VaR de TELMEX - L

Para la estimación del VaR en el caso de un portafolio de varios activos usamos la expresión desarrollada previamente :

$$VaR_p = \sqrt{VaR_{1xn}(C_{nxn})VaR^T_{nx1}}$$

No olvidemos que en la generación del vector de VaR's se tendrán diversas distribuciones de probabilidad asociadas de acuerdo a la volatilidad histórica de los activos (tal y como se hizo de manera previa).

Ejemplo :

Aproxime el VaR diario para un portafolio conformado por $200,000 en acciones de TELMEX – L y $100,000 en acciones de WALMART de acuerdo al enfoque propuesto para el período 2007 – 2008, bajo un nivel de confianza del 99%. Al analizar los rendimientos de WALMART tenemos la Figura 2.13 :

Date	Close	Rendimientos	et		
03/01/2007	47.55			Media	0.00048
04/01/2007	47.78	0.004837014	0.25021	Desv Est	0.01742
05/01/2007	47.39	-0.008162411	-0.49595		
08/01/2007	47	-0.008229584	-0.4998		

Figura 2.13 : Análisis de Rendimientos WALMART (2007 – 2008)

Nuevamente la Distribución de Probabilidad que mejor se ajusta a los datos es la Logística (ver Figura 2.14).

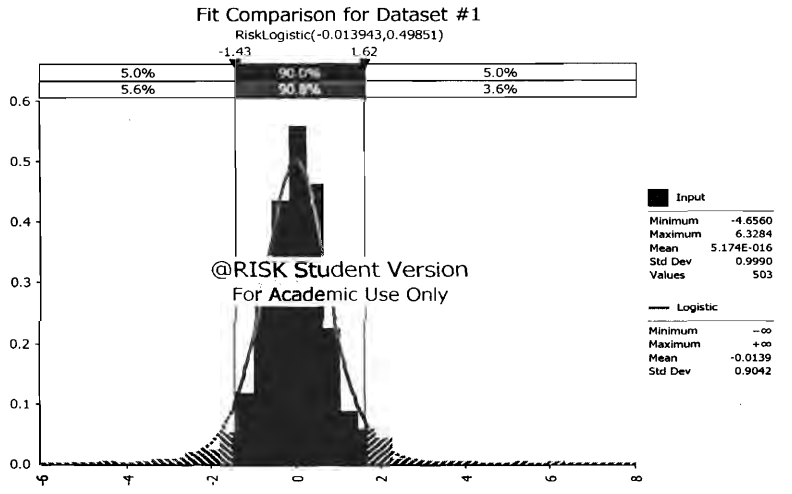


Figura 2.14 : Análisis de Rendimientos WALMART (2007 – 2008)

Dicha propuesta se ve soportado por el valor p de la prueba Chi-Cuadrada del 18.08% como se muestra en la Figura 2.15 :

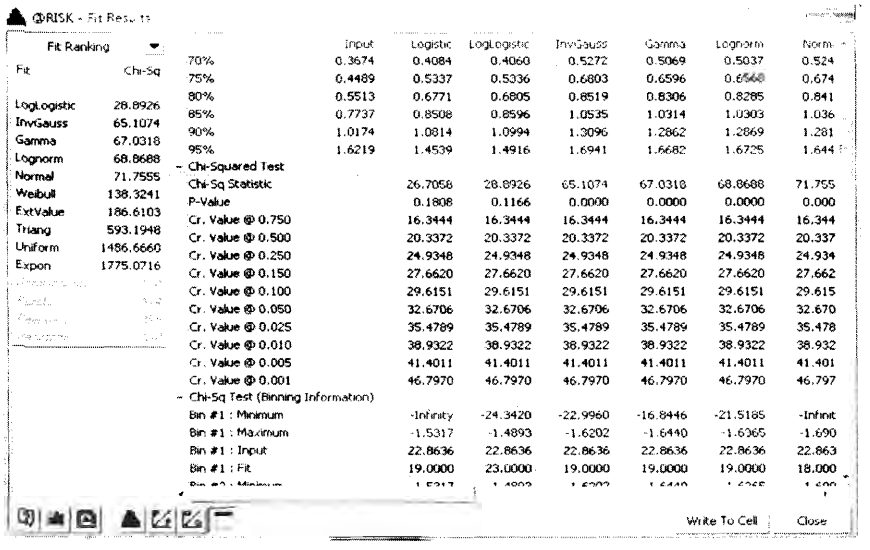
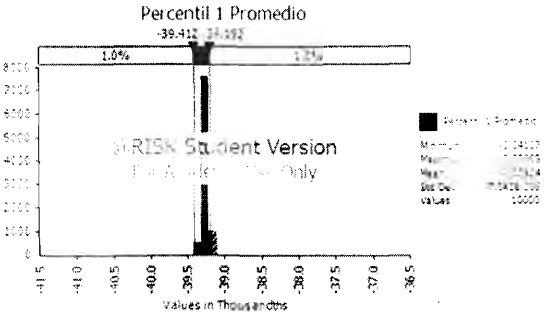


Figura 2.15 : Prueba Chi-Cuadrada para residuales WALMART

Procedemos ahora a generar la "Caminata Aleatoria" para aproximar el VaR de esta empresa con el monto de $100,000 como se muestran en la Figura 2.16.

31/12/2008	56.06	0.018346957	1.02567
1	55.99	Rendimientos	
2	56.23	0.004133214	
3	55.77	-0.008188948	
4	55.62	-0.002635309	
5	56.49	0.015741891	
6	56.38	-0.001950253	
7	56.99	0.010728282	
8	56.35	-0.011183187	
9	56.76	0.007273909	
10	57.50	0.012930529	
11	57.24	-0.004371265	
12	57.74	0.008628029	
13	58.92	0.020410231	
14	57.77	-0.019493864	
15	57.73	-0.000639867	
16	57.77	0.000692666	
17	57.68	-0.00152448	
18	57.55	-0.002303738	
19	58.04	0.008577392	

Percentil 1	-0.0417466
Percentil 1 Promedio	-0.0392405



VaR Diario Promedio	3,924.05	
Lim. Inferior del VaR	3,919.20	(al 99% de
Lim. Superior del VaR	3,941.20	Confianza)

Figura 2.16 : Caminata aleatoria de 1000 pasos para Walmart

En el último paso del proceso se calculan las correlaciones entre TELMEX y Walmart, para finalmente calcular el Valor en Riesgo asociado al portafolio bajo las cantidades a invertir para cada activo y considerando los límites superiores de confianza para cada caso (ver Figura 2.17) :

Vector VaR	
10,398.00	3,941.20

Matriz C de Correlaciones

	TELMEX	WALMART
TELMEX	1	-0.56717
WALMART	-0.56717	1

$$VaR_p = \sqrt{VaR_{1xn}(C_{nxn})VaR_{nx1}^T}$$

$$VaR_p = Z_\alpha(S)\left[W\sigma C\sigma W^T\right]^{\frac{1}{2}}\sqrt{t}$$

VaR del Portafolio (diario)	8,784.39

VaR Tradicional (Asumiendo Normalidad)	11,011.94

Cantidades a invertir		Desv Est
TELMEX	$ 200,000.00	0.027495
WALMART	$ 100,000.00	0.017422

Matriz de Volatilidades

0.02749489	0
0	0.0174219

Vector W

0.66666667	0.333333333

Z	2.326348
S	$ 300,000

Figura 2.17 : Cálculo del VaR para el portafolio de TELMEX-L y WALMART (Período base : 2007 – 2008)

Nótese que el VaR calculado bajo el método tradicional está sobre-estimado un 25.36%. Al igual que en el caso para el portafolio con un activo, resulta conveniente hacer la prueba de "Backtesting" de Kupiec. Se opta por el período del 16/06/2008 al 29/06/2008 de acuerdo a la Figura 2.18 :

	Date	TELMEX	Rend. TELMEX	Ganancia ó Perdida sobre 200,000	WALMART	Rend. WALMART	Ganancia ó Perdida sobre 100,000	Flujo Total	Flujo > VaR = 8,784.39
1	16/06/2008	12.47			59.31				
2	17/06/2008	12.27	-0.01603849	-3,207.70	58.69	-0.010453549	-1,045.35	-4,253.05	0
3	18/06/2008	12.04	-0.01874491	-3,748.98	57.67	-0.017379451	-1,737.95	-5,486.93	0
4	19/06/2008	12.09	0.00415282	830.56	57.69	0.000346801	34.68	865.24	0
135	30/12/2008	14.35	0.01341808	2,683.62	55.05	-0.001088732	-108.87	2,574.74	0
136	31/12/2008	14.35	0.00000000	0.00	56.06	0.018346957	1,834.70	1,834.70	0
137	02/01/2009	14.36	0.00069686	139.37	57.18	[illegible]	1,997.86	2,137.23	0
138	05/01/2009	14.1	-0.01810585	-3,621.17	56.52	[illegible]	-1,154.25	-4,775.42	0
139	06/01/2009	13.61	-0.03475177	-6,950.35	56.02	[illegible]	-884.64	-7,835.00	0
254	26/06/2009	10.5	0.00671141	1,342.28	48.63	-0.010579858	-1,057.99	284.30	0
255	29/06/2009	10.74	0.02285714	4,571.43	48.76	0.002673247	267.32	4,838.75	0
								TOTAL	15

Figura 2.18 : Backtesting de Kupiec para Portafolio de Walmart y TELMEX-L

Nuevamente el valor de N queda por arriba del límite máximo de 11, lo cual al revisar en los datos históricos tiene su origen en la alta volatilidad de precios (más allá de lo normal) para el mes de Octubre del 2008. De hecho, incluso al aplicar el límite para el VaR bajo el supuesto de Normalidad éste también es rebasado (pues en ese caso N = 13).

CAPITULO 3

EL ENFOQUE ESTRUCTURAL DE DEUDA

3.1 ANTECEDENTES

Los modelos estructurales de riesgo por deuda, son modelos de causa y efecto. Desde el razonamiento económico identificamos las condiciones bajo las cuales esperamos que los usuarios y/o prestatarios caigan en deuda, para así subsecuentemente estimar la probabilidad de que esas condiciones obtengan un estimado de la probabilidad de deuda.

Para sociedades de responsabilidad limitada, la deuda se espera que ocurra si el valor de sus activos no es suficiente para cubrir los pasivos de dicha sociedad.

Para identificar lo anterior tenemos lo siguiente:

- De la igualdad

  $$Valor\ del\ Activo\ =\ Valor\ de\ equidad\ (patrimonio)\ +\ Valor\ del\ pasivo$$

- La norma de que los accionistas reciben el valor residual de la compañía.

Se desprende que el valor del patrimonio es negativo si el valor del activo es menor al valor del pasivo. Si el resultado tiene algo con valor negativo y se puede eliminar inmediatamente sin ningún costo, se estará más dispuesto a llevarlo a cabo. Esto es lo que se espera que realicen los tenedores de valores. Ellos practican la opción de salida (walk-away) que tienen debido al pasivo limitado y dejan la compañía a los acreedores. Conforme el valor del activo disminuye, en relación al valor de los pasivos, las demandas de los acreedores no son totalmente cubiertas, significando que la firma se encuentra en deuda. La opción de salida puede ser valorada con criterios estandarizados de teoría de opciones de valor.

Es por esto que los modelos estructurales son también definidos como modelos de "Teoría de Opción" o "Reclamo de la Contingencia". Otro nombre común es el "Modelo Merton" porque fue Robert Merton (1974) quien primero aplico la teoría al problema de valuación de pasivos en las compañías o sociedades en la presencia de deuda y pasivos limitados.

Explicaremos cómo los modelos estructurales pueden ser usados para estimar las probabilidades de deuda y valuación de las compañías en sus pasivos. Posteriormente mostraremos como implementar modelos estructurales acordes al modelo original de Merton. Nos enfocaremos en la estimación de probabilidad de deuda más que en su valuación.

3.2 MARCO TEÓRICO

3.2.1 DEUDA Y VALUACIÓN EN UN MODELO ESTRUCTURAL

La premisa básica de los modelos estructurales es que la deuda ocurre si el valor de los activos cae críticamente debajo del valor asociado con los pasivos de la compañía. Para clarificar éstos temas consideramos lo examinado por Merton: Los pasivos de las compañías y/o sociedades consisten básicamente en un bono cupón-cero con valor L madurando en el tiempo T. No existen pagos hasta T, y los tenedores de valores esperarán hasta T para tomar la decisión de contraer la deuda o no (Si adquirieren la deuda antes de T, renunciaran a la oportunidad de beneficiarse por un incremento del valor en los activos).Por consiguiente la probabilidad de deuda es entonces la probabilidad de que en el tiempo T, el valor de los activos se encuentre por debajo del valor de los pasivos.

¿Qué se requiere para determinar ésta probabilidad? Si vemos la figura 3.1, observamos los pasivos de las compañías de la hoja de balance.

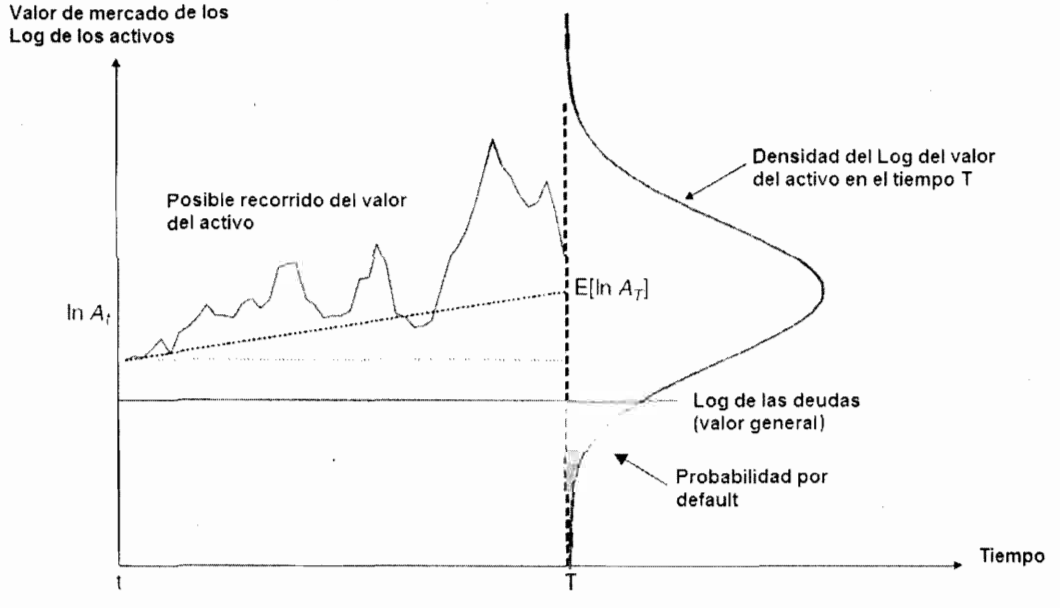


Figura 3.1 Probabilidad de deuda en el Modelo de Merton

Necesitamos entonces especificar la distribución de probabilidad del valor de los activos en el tiempo de maduración T. Una suposición común es que el valor de los activos financieros se distribuye de manera Log – Normal, es decir que el logaritmo del valor de los activos tiene una distribución normal. Denotemos el cambio de la varianza anual en el logaritmo del valor de los activos como σ^2.

El cambio del valor esperado anual en el logaritmo del valor de los activos es denotado $\mu - \sigma^2/2$, donde μ es el parámetro a la deriva. Dejemos que t denote el día de hoy. De esta manera el logaritmo del valor de los activos en T sigue una distribución normal con los siguientes parámetros:

$$Ln\, A_t \sim N(Ln\, A_t + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t), \sigma^2(\mathrm{T}-\mathrm{t})) \qquad (3.1)$$

Si conocemos L, A, μ y σ^2 determinar la probabilidad de deuda es un ejercicio en estadística elemental.

En general, la probabilidad de que una variable x con distribución normal caiga por debajo de z, está dado por $\phi\,[(\,z - E[x]\,) / \sigma(x)]$, donde ϕ denota una función acumulativa de una distribución normal estándar.

Aplicando éste resultado a nuestro caso, tenemos lo siguiente:

$$Prob\ (Deuda) = \phi[\frac{\mathrm{Ln\ L - Ln\ A_t} - \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(\mathrm{T-t})}{\sigma\sqrt{\mathrm{T-t}}}]$$

$$\phi[\frac{\mathrm{Ln\ (L\ /\ A_t)} - \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(\mathrm{T-t})}{\sigma\sqrt{\mathrm{T-t}}}] \qquad (3.2)$$

En los libros de texto, generalmente se usa el término de distancia de deuda (DD). Éste mide el número de desviaciones estándar a las que se encuentra alejado el valor esperado del valor de los activos A_t, de la deuda. Por lo tanto:

$$DD = \frac{\text{Ln } A_t + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t) - \text{Ln } L}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

Entonces:

$$Prob\,(Deuda) = \phi\,[-DD] \qquad (2.3)$$

Hasta ahora no hemos usado ninguna fórmula de opción de precio. De hecho no hay razón teórica para utilizarlas al determinar las probabilidades de deuda, sin embargo hay una forma de utilizarlas para efectos prácticos: Para una compañía típica, no podemos observar el valor de los activos de mercado, lo que podemos observar son los valores de activo en libros, los cuales difieren de los valores del mercado por muchas razones. Si no observamos el valor de los activos, no sabremos el valor actual del activo A_t, necesario para la formula (3.2). Además no podemos utilizar el valor observado de los activos para obtener una estimación de la volatilidad de los activos σ.

La teoría de opción de precios puede ayudarnos, ya que esta implica una relación entre lo no observable (A_t, σ) y las variables observables.

En compañías que cotizan públicamente podemos observar que el valor de mercado de equidad (patrimonio), esta dado por el precio de la acción multiplicado por el número de acciones en circulación.

Al tiempo de madurez T, podemos establecer la siguiente relación entre el valor del patrimonio y los activos (3.2): Mientras que el valor de los activos se encuentre por debajo del valor de los pasivos, el valor del patrimonio es cero siempre que todos los activos sean solicitados por los tenedores de valores. Si el valor del activo es mayor que el valor del bono cupón cero, sin embargo los tenedores del patrimonio reciben el valor residual, y así su beneficio (pay-off) se incrementa de manera lineal con el valor de los activos.

Matemáticamente el beneficio (pay-off) de los tenedores de valores se puede describir como:

$$E_t = max\,(0\,, A_t - L\,) \qquad (3.4)$$

Este es el beneficio (pay-off) de una opción call europea. Los activos subyacentes del call son los activos de la firma; el precio de ejercicio es L. El beneficio de los tenedores de la acción, corresponde a un portafolio compuesto de un bono cupón cero a una tasa libre de riesgo con valor L y un put con posición corta sobre los activos de la firma, de nuevo con precio de ejercicio L.

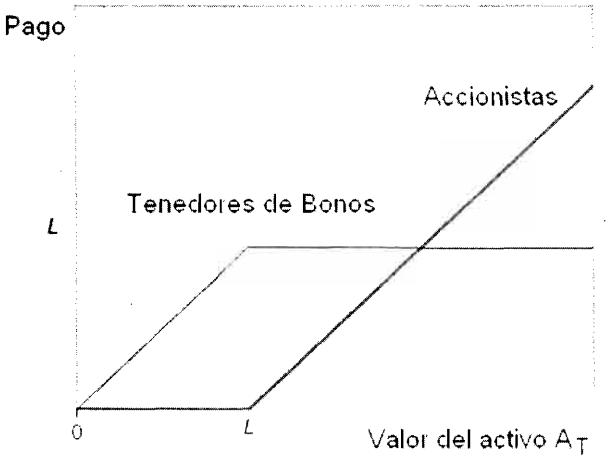


Figura 3.2 Beneficio del patrimonio y de los tenedores de los bonos al tiempo de madurez T

Si la compañía no paga dividendos el valor del patrimonio puede ser calculado mediante la fórmula estándar de Black Scholes:

$$E_t = A_t * \phi(d_1) - L * e^{-r(T-t)} * \phi(d_2) \tag{3.5}$$

Donde:

- $d_1 = \frac{Ln(A_t/L) + (r + \frac{\sigma^2}{2})(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$
- $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$

(3.6)

r denota la tasa libre de riesgo del rendimiento logarítmico.

Recuerde el problema para determinar el valor del activo A_t y la volatilidad del activo σ. Ahora tenemos una ecuación que liga el valor observable (Valor del

patrimonio) y estas dos incógnitas (σ entra a (3.5) por medio de (3.6)). Sin embargo, solo tenemos una ecuación, pero dos variables desconocidas. ¿Entonces a donde vamos con esto? Podemos retomar el pasado para incrementar nuestra información disponible. Hay gran cantidad de formas para usar esta información, nosotros ilustraremos dos formas diferentes en las siguientes dos secciones.

3.3 METODOLOGÍA

3.3 IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO DE MERTON CON UN AÑO EN EL HORIZONTE: EL ENFOQUE ITERATIVO:

Modificando la formula de Black – Scholes (3.5), obtenemos:

$$A_t = \left[E_t + Le^{-r(T-t)}\phi(\mathrm{d}_2)\right]/\phi(\mathrm{d}_1) \tag{3.7}$$

Si volvemos en el tiempo, digamos 260 dias, obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} A_t &= \left[E_t + L_t e^{-r_t(T-t)}\phi(\mathrm{d}_2)\right]/\phi(\mathrm{d}_1) \\ A_{t-1} &= \left[E_{t-1} + L_{t-1} e^{-r_{t-1}(T-(t-1))}\phi(\mathrm{d}_2)\right]/\phi(\mathrm{d}_1) \\ &\bullet \\ &\bullet \\ A_{t-260} &= \left[E_{t-260} + L_{t-260} e^{-r_{t-260}(T-(t-260))}\phi(\mathrm{d}_2)\right]/\phi(\mathrm{d}_1) \end{aligned} \tag{3.8}$$

Por simplicidad no hemos añadido subíndices de tiempo a d_1 y d_2. Sin embargo hemos añadido estos a otras variables que pueden cambiar sobre el tiempo. Usar tasas de interés que varían con el tiempo y pasivos, es de alguna forma inconsistente con el modelo Merton, en donde las dos son constantes. Sin embargo podemos esperar acercarnos más a las valuaciones de mercado con éste acercamiento, ya que finalmente esto estará basado en la información que se tenga del mercado en una fecha en particular.

El sistema (3.8) está compuesto de 261 ecuaciones en 261 escenarios desconocidos (Valor de activos). ¿Hemos tenido algún progreso?, aunque parezca que tenemos una variable adicional desconocida, la volatilidad de los

activos σ, esto no nos debería de molestar, ya que ésta variable puede ser estimada mediante una serie de tiempo sobre los valores de los activos (A´s). Por lo tanto el sistema de ecuaciones puede resolverse.

Antes de aplicar este proceso al ejemplo de una empresa, tenemos que trasladar los datos, que modificamos para el modelo Merton, al mundo real. Comúnmente las empresas tienen diferentes vencimientos de sus pasivos en diferentes puntos del tiempo, de un día a treinta años o más.

Lo siguiente es una solución comúnmente aplicada en libros de texto: Supongamos que la empresa solo tiene pasivos que vencen en un año. La elección puede parecer adecuada y exagerada, por lo que es meramente utilizada por conveniencia. Los modelos estructurales son comúnmente usados para generar probabilidades por deuda a un año. Supongamos que necesitamos calcular la probabilidad de deuda a un tiempo de madurez de digamos tres años, no nos resultara obvio convertir dicha probabilidad de tres años a una de un año.

Si utilizamos la suposición adecuada de que la madurez es a un año, no existe ninguna razón por la cual no podamos aplicarla a cada día en el pasado. Por otro lado parece natural, ya que las compañías comúnmente tienen estructuras de vencimiento relativamente estables, es decir, emiten nuevos pasivos una vez que parte de la deuda es eliminada.

Si establecemos que (T- t) es igual a 1 para cada día dentro de los 12 meses anteriores, (3.8) se simplifica a lo siguiente:

$$A_t = [E_t + L_t e^{-r_t}\phi(\mathrm{d}_2)]/\phi(\mathrm{d}_1)$$

$$A_{t-1} = [E_{t-1} + L_{t-1} e^{-r_{t-1}}\phi(\mathrm{d}_2)]/\phi(\mathrm{d}_1)$$

$$\bullet \qquad (3.9)$$

$$\bullet$$

$$A_{t-260} = [E_{t-260} + L_{t-260} e^{-r_{t-260}}\phi(\mathrm{d}_2)]/\phi(\mathrm{d}_1)$$

Éste sistema de ecuaciones pueden ser resuelto a través del siguiente proceso iterativo:

- Iteración 0: Establecer los valores iniciales A_{t-a} para cada $a = 0,1,\ldots,260$. Una posible opción sería establecer A_{t-a} como la suma entre el valor de mercado del patrimonio E_{t-a} y el valor del libro de pasivos L_{t-a}. Establecer σ como la desviación estándar del logaritmo de los rendimientos de las acciones calculados con A_{t-a}.

Para cualquier iteración posterior $k = 1,\ldots$

- Iteración k: Insertar A_{t-a} y σ de la iteración anterior en la formula de Black – Scholes d_1 y d_2. Insertar d_1 y d_2 en la ecuación 3.7 para calcular la nueva A_{t-a}. Nuevamente usemos A_{t-a} para calcular la volatilidad del activo.

Realicemos esto hasta que el procedimiento converja. Una manera de comprobar la convergencia es examinar el cambio del valor de los activos de una iteración a otra, si la suma de las diferencias al cuadrado entre el valor consecutivo de los activos está por debajo de un valor muy pequeño (como por ejemplo 10^{-10}) paremos.

Implementemos este proceso para Enron, tres meses antes de su quiebra en Diciembre de 2001. En ese momento lo sucedido a Enron represento la deuda corporativa más grande jamás antes vista, tomo por sorpresa a muchos inversionistas, ya que Enron contaba con buenas valoraciones hasta escasos días antes del quiebre.

Tomemos los datos cuatrimestrales de los pasivos de Enron de la base de datos SEC Edgar. El rendimiento del bono de EEUU a un año, nos servirá para calcular la tasa libre de riesgo. El valor de mercado del capital o patrimonio podrá ser obtenido de varios proveedores de datos.

Cuando unamos los datos diarios del valor del patrimonio con los datos del pasivo cuatrimestral, tomemos los datos más recientes disponibles. La fecha de disponibilidad es tomada del archivo de datos establecido en SEC. El 31 de julio de 2001, por ejemplo, los datos del pasivo son del reporte del primer cuatrimestre de 2001, archivado el 15 de Mayo de 2001. Por lo tanto únicamente utilizamos información actual disponible en el mercado al día de realizar la valuación.

Los datos y cálculos están contenidos en la tabla 3.1. Empecemos ingresando los valores iníciales de los valores de los activos en la columna F. El valor de los activos es igual a el valor de mercado del patrimonio mas el valor de los pasivos (libros). La celda F4, por ejemplo se leería =B4+C4.

La columna G contiene el sistema de ecuaciones (3.9). Para cada día calculemos el valor de los activos usando la formula modificada de Black-Scholes por conveniencia creamos una función en VBA BSd1 para computar d1, como en la ecuación (3.6):

```
Function BSd1(S, x, h, r, sigma)
'S=value underlying, x=strike, h=time to maturity,
'r=risk-free rate, sigma=volatility underlying
BSd1 = (Log(S / x) + (r + 0.5 * sigma ^ 2) * h) / (sigma * h ^ 0.5)
End Function
```

* Nótese que el horizonte $(T - t)$ se encuentra denotado por h.

En la columna H calculamos el logaritmo del rendimiento del valor de los activos de la columna F. Usamos la función STDEV para determinar su desviación estándar, y multiplicamos el resultado por la raíz cuadrada de 260 (Número de días de transacciones en un año) para transformarlo en una volatilidad anual (esta es una aplicación de "The root-T-rule" explicada en Caja 3.1)

El proceso iterativo es implementado a través de la macro "iterate". Su trabajo es muy simple, solamente copie la columna G dentro de la columna F hasta que la suma de las diferencias al cuadrado de los valores de los activos (en G y F) sea inferior a 10^{-10} .La suma de las diferencias al cuadrado se almacenara en la celda J6 utilizando la función SUMXMY2.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
2		Capit.	Deuda	Tasa R		Valores activo		Rendim.	Volatilidad del activo	
3	Fecha	Mdo. E	L			iter k	iter k+1	iter k	iter k	
4	8/31/00	62716	34797	6.0%		95,490	95,490		28.23%	
5	9/1/00	63039	34797	6.0%		95,797	95,797	0.32%	**Total cuad. errores**	
6	9/4/00	63039	34797	6.0%		95,805	95,805	0.01%	4.49E-11	
7	9/5/00	63547	34797	6.0%		96,321	96,321	0.54%		
8	9/6/00	62346	3479							
9	9/7/00	61330	3479							
10	9/8/00	62208	3479							
11	9/11/00	63547	3479							
12	9/12/00	63639	3479							
13	9/13/00	63870	3479							
14	9/14/00	64240	3479							
15	9/15/00	66087	3479							
16	9/18/00	66087	34797	5.9%		98,894	98,894	0.02%		
...	...	...	...							
261	8/27/01	28315	5							
262	8/28/01	28615	5							
263	8/29/01	27970	5							
264	8/30/01	26620	5							
265	8/31/01	26237	51652	3.4%		77,395	77,395	-0.52%		

G4: =(B4+C4*EXP(-D4*1)*NORMSDIST(BSd1(F4,C4,1,D4,I$4))-I$4)/NORMSDIST(BSd1(F4,C4,1,D4,I$4))

Puede ser copiado en G5:G265

H5: =ln(F5/F4)

Puede ser copiado en H5:H265

I4: =STDEV(H5:H265)*260^0.5

I6: =SUMXMY2(F4:F265,G4:G265)

```
... Range("I6") > 10 ^ -10
    ... values from iteration k- ... iteration k
    Range("F4:F265") = Range("G4:G265")
Loop
End Sub
```

Tabla 3.1 Usando el enfoque iterativo para estimar el valor y volatilidad del activo.

El cambio de porcentaje en el precio sobre T periodos desde $t = 0$ hasta $t = T$ puede ser escrito como:

$$\frac{P_t}{P_0} = R_{0,T} = R_1 * R_2 * R_3 * \ ... \ * R_T$$

Donde P denota precio y R el rendimiento bruto. Con rendimientos logaritmicos $r = Ln(R)$ tenemos (Recuerde que $Ln(xy) = Ln(x) + Ln(y)$):

$$r_{0,T} = r_1 + r_2 + r_3 + \ ... \ + r_T$$

Si los rendimientos son independientes a traves de los periodos, la varianza de los T periodos es solamente la suma de las varianzas de los periodos individuales

$$Var(r_{0,T}) = Var(r_1) + Var(r_2) + Var(r_3) + \ ... \ + Var(r_T)$$

Si los rendimientos de las varianzas son iguales a traves del tiempo, $Var(r_1) = Var(r_2) = Var(r_3) = \ ... \ = Var(r_T)$, podemos reescribir

$$Var(r_{0,t}) = T * Var(r_t)$$

Para la desviación estándar de los rendimientos, se sigue que:

$$\sigma(r_{0,T}) = \sqrt{T} * \sigma(r_t)$$

Esto es la "root-T-rule". Un ejemplo de aplicación es el siguiente:multiplicamos la desviación estándar de los rendimientos mensuales con la raíz cuadrada de 12, para obtener la desviación estándar anualizada de los rendimientos. La desviación estándar anualizada comunmente se denomina como volatilidad.

Caja 3.1 "Root-T-rule" escalando las desviaciones estandar del rendimiento

Para la fórmula de probabilidad de deuda, necesitamos el cambio esperado en los valores de los activos. Con los valores de los activos obtenidos de la tabla 3.1, podemos aplicar el procedimiento estándar para estimar los rendimientos esperados con el "Capital Asset Pricing Model" CAPM (Modelo de Fijación de precios de activos de capital).

Obtenemos la beta de los activos con respecto al índice de mercado y luego aplicamos la fórmula del CAPM para el rendimiento de un activo en i:

$$E[R_i] - R = \beta_i(E[R_M] - R_f$$

Con R denotando la tasa de rendimiento simple libre de riesgo ($R = exp\,(r) - 1$).Tomamos el índice de rendimientos $S\&P\,500$ para representar R_M (el rendimiento del portafolio de mercado), el cálculo se muestra en la tabla 3.3. El primer paso es copiar los valores de los activos de la columna G de la tabla 3.1 en la columna B de la tabla 3.2, posteriormente añadimos los valores obtenidos del índice $S\&P$ y la tasa libre de rendimiento. En las columnas F y G calcularemos el rendimiento en exceso entre los activos y el índice de $S\&P\,500$ (el rendimiento en exceso es la diferencia entre el rendimiento y la tasa libre de riesgo).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	**Datos**					**Rend. Exced.**			**Calculos CAPM**	
2		**Valor**		**Tasa**		**Valor**			**Prima de mercado asumida 4%**	
3	**Fecha**	**Activo**	S&P	**R**		**Activo**	S&P			
4	8/31/00	95,490	1517.68	6.18%					Beta	
5	9/1/00	95,797	1520.77	6.23%		0.30%	0.18%		0.283	
6	9/4/00	95,805	1520.77	6.21%		-0.02%	-0.02%		=SLOPE(F5:F265,G5:G265)	
7	9/5/00	96,321	1507.08	6.18%		0.51%	-0.92%		**Rendimiento activo esperado**	
8	9/6/00	95,117	1492.25	6.19%		-1.27%	-1.01%		0.046	
9	9/7/00	94,092	1502.51	6.22%		-1.10%	0.66%		=D265+I5*0.04	
10	9/8/00	94,976	1494.50	6.20%		0.91%	-0.56%		*Tasa Drift* u	
11	9/11/00	96,314	1489.26	6.20%		1.39%	-0.37%		0.045	
12	9/12/00	96,416	1481.99	6.17%		0.08%	-0.51%		=LN(1+I8)	
13	9/13/00	96,662	1484.91	6.12%		0.23%	0.17%		F5: =B5/B4-(1+$D4/260)	
14	9/14/00	97,029	1480.87	6.13%		0.36%	-0.30%		*(Puede ser copiado de F4:F265)*	
...	...	...	...	...		...	...		G5: =C5/C4-(1+$D4/260)	
265	8/31/01	77,395	1133.58	3.47%		-0.53%	0.39%		*¡Puede ser copiado de G5:G265)*	

Tabla 3.2 Usando valores estimados de los activos y el CAPM para obtener un estimado de la tasa de cambio de los rendimientos de las acciones.

Realizando una regresión en los rendimientos de los valores de los activos en los rendimientos $S\&P\ 500$, obtenemos un estimado de los activos beta. Esto se realiza en la celda 15 mediante la función $SLOPE$. Asumiendo un valor estándar del 4% para la prima de riesgo del mercado $E[R_M]-R$, el valor esperado del rendimiento de los activos es de 4.6%. Esto sin embargo no es la tasa de cambio μ que utilizamos en la formula (3.2), la tasa de cambio μ es para los rendimientos logarítmicos. Calculamos μ como $Ln(1.046)$.

Ahora que tenemos estimados de la volatilidad de los activos, del valor de los activos y de la tasa cambiante, podemos calcular la probabilidad de caer en deuda. Esto se realizó en la tabla 3.3. La tasa estimada a un año de la probabilidad de caer en deuda para el 1 de agosto del 2001 es de 7.34%.

3.4 Una solución usando el valor del patrimonio y la volatilidad del patrimonio

La solución iterativa de la última sección, usa la formula de Black – Scholes

$$E_t = A_t\phi(d_1) - L\,e^{-r(T-t)}\phi(d_2) \qquad (3.11)$$

	A	B	C	D
1	**Estimaciones**			
2	Valor activo A_t	77,395	(De la tabla 2.1)	
3	Volatilidad activo σ	28.2%	(De la tabla 2.1)	
4	Tasa activo drift μ	4.5%	(De la tabla 2.2)	
5				
6	**Hoja de balance**			
7	Deudas L	51,652	(De la tabla 2.1)	
8				
9	**Probabilidad de calculos para default**			
10	Distancia al default	1.45	=(LN(B2)+(B4-B3^2/2)-LN(B7))/B3	
11	Probabilidad default	7.34%	=NORMSDIST(-B10)	
12				

Tabla 3.3 Usando los estimados para determinar la probabilidad implícita de caer en deuda

Y resuelve el problema de una ecuación con dos incógnitas examinando (3.11) para varias fechas t.

Otro acercamiento común es usar (3.11) únicamente para la fecha actual t, e introducir una ecuación que también contenga dos incógnitas. Ya que el patrimonio es un préstamo en el valor del activo, su riesgo depende del riesgo del valor del activo. Específicamente, podemos mostrar que la volatilidad del patrimonio σ_E está relacionada al valor del activo A_t y a la volatilidad del activo σ de la siguiente manera:

$$\sigma_E = \sigma\,\phi(d_1)A_t/E_t \qquad (3.12)$$

Donde d_1 es la forma estándar de Black–Scholes dada en la ecuación (3.6). Si conocemos el valor del patrimonio E_t y tenemos un estimado de la volatilidad del patrimonio σ_E, podemos ver (3.11) y (3.12) como dos ecuaciones con dos

incógnitas. Este sistema de ecuaciones no tiene una solución exacta, pero podemos apoyarnos de sistemas numéricos para resolverla.

En adelante, aplicaremos este enfoque al caso estudiado en la sección anterior. Utilicemos los mismos datos y supuestos, es decir, establezcamos el horizonte $T-t$ a un año, tomemos el valor del patrimonio E_t del mercado bursátil, igualemos el valor de los pasivos L al libro de pasivos y por ultimo utilicemos la rentabilidad a un año de los bonos del tesoro de EEUU como nuestra tasa de rendimiento libre de riesgo. El único nuevo parámetro que necesitamos es un estimado de la volatilidad del patrimonio σ_E.Nosotros escogimos basar nuestro estimado en la volatilidad histórica observada en los últimos 260 días. Los datos y cálculos utilizados se muestran en la Tabla 3.4.

Los precios diarios de las acciones de Enron se encuentran en la columna B, en la columna C se encuentra el logaritmo del rendimiento diario de dichos precios. Por ejemplo, para la celda C3, su formula seria LN(B3/B2). Aplicando la función $STDEV$ al rango que contiene los rendimientos, obtenemos la desviación estándar de los rendimientos diarios. Multiplicando esta cifra por la raíz cuadrada de 260 obtenemos la volatilidad anualizada del patrimonio (ver Caja 3.1). Entonces la fórmula utilizada en la celda E2 es:

=STDEV (C3:C263)*260^0.5

	A	B	C	D	E	F
1	**Fecha**	**Precio Mdo. ($)**	**Log. Rend Diario**		**Volatilidad (Por año)**	
2	31-Aug-00	84.88			45.65%	
3	1-Sep-00	85.31	0.51%		=STDEV(C3:C263)*260^0.5	
4	4-Sep-00	85.31	0.00%			
5	5-Sep-00	86	0.81%			
6	6-Sep-00	84.38	-1.90%			
7	7-Sep-00	83	-1.65%			
8	8-Sep-00	84.19	1.42%			
9	11-Sep-00	86	2.13%			
10	12-Sep-00	86.13	0.15%			
11	13-Sep-00	86.44	0.36%		=LN(B11/B10)	
12	14-Sep-00	86.94	0.58%		(Puede ser copiado en C3:C265)	
...						
262	30-Aug-01	35.5	-4.95%			
263	31-Aug-01	34.99	-1.45%			

Tabla 3.4 Estimación de la volatilidad del patrimonio obtenida de los precios de las acciones

Ahora tenemos todos los datos necesarios para resolver el sistema de ecuaciones de Black-Scholes. Como se muestra en la Tabla 3.5, los datos que introdujimos se encuentran contenidos en el rango B2:B6.

Los parámetros desconocidos se encuentran en las celdas B9:B10, y es necesario aplicarles valores iniciales factibles, es decir, valores mayores a cero.

Para agilizar el procedimiento de búsqueda numérico, es aconsejable elegir valores iniciales tales que estos ya se encuentren cerca de los valores que resuelven el sistema.

Una buena elección para el valor inicial de los activos en la celda B9 es la suma entre el valor del patrimonio en el mercado y el valor del libro de los pasivos. Una aproximación de la volatilidad desconocida de los activos en la celda B10 puede obtenerse por medio de la ecuación (3.12). Resolviendo esta ecuación con respecto a σ y asumiendo que $\phi(d_1) = 1$, obtenemos la siguiente aproximación:

$$\sigma = \sigma_E \, E_t / A_t$$

	A	B	C	D
1	**Datos/Supuestos**			
2	Valor capital E_t	26,237		
3	Vol. capital σ_E	45.65%		
4	Deuda L_t	51,652		
5	Tasa libre r	3.41%		
6	Horizonte (T-t)	1		
7				
8	**Desconocidos**			
9	Valor activo A_t	76,148	Valor inicial: =B2+B4	
10	Vol. Activo σ_A	15.78%	Valor inicial: B3*B2/B9	
11				
12	**Valores del modelo de la formula Black-Scholes**			
13	d_1	2.75	=(LN(B9/B4)+(B5+B10^2/2)*B6)/(B10*B6^0.5)	
14	d_2	2.60	=B13-B10*B6^0.5	
15	Valor capital E_t	26,237	=B9*NORMSDIST(B13)-B4*EXP(-B5*B6)*NORMSDIST(B14)	
16	Vol. capital σ_E	45.65%	=(B9/B15)*B10*NORMSDIST(B13)	
17	**Err. Rel. Cuad**			
18	**Objetivo: Modelo de minimizacion para desviacion de datos**			
19		0.0000161	=(B15/B2-1)^2+(B16/B3-1)^2	
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				
31				
32				
33				
34				

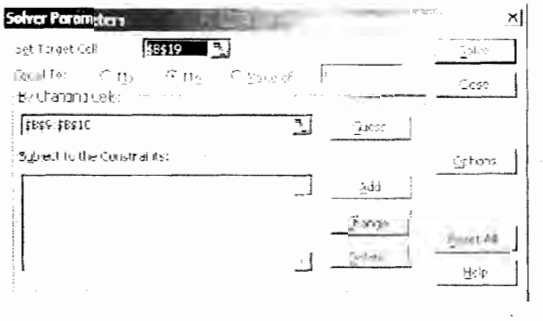


Tabla 3.5 Ajuste del modelo de Merton al valor y volatilidad del patrimonio.

Para ver si la ecuación (3.3) nos es útil, probamos si se mantiene el supuesto de $\phi(d_1) = 1$. Por las propiedades de la distribución normal, $\phi(d_1)$ debe de tomar valores entre 0 y 1. Para valores grandes en d_1 , $\phi(d_1)$ se aproxima a la unidad. Comparando la ecuación para d_1 (3.6) con la ecuación para la distancia de deuda (3.3), observamos que tienen la misma estructura, y difieren solamente en la tasa de cambio y el signo de la varianza en el numerador. Por lo tanto, un valor grande para d_1 lleva consigo un valor grande de distancia de deuda, y una probabilidad baja de deuda. Si esto es verdad (la mayoría de las compañías tienen probabilidades de deuda inferiores al 5%) la aproximación (3.3) es razonable.

Las ecuaciones de precio de las opciones se ingresaron en B13:B16. Podemos utilizar de nuevo nuestra función Bd_1. Para propósitos de la variación, escribimos la formula d_1 y d_2 en las celdas B13 y B14 respectivamente. Las dos ecuaciones de Black-Scholes (3.11) y (3.12), se encuentran en las celdas B15 y B14 respectivamente.

El sistema de ecuaciones se resuelve si la diferencia entre los valores del modelo y los valores observados es cero. Esto es, nosotros queremos lograr B15 = B2 y B16=B3, cambiando las celdas B9 y B10. Para llegar a la solución, podemos minimizar la suma de las diferencias al cuadrado entre los valores del modelo y los valores observados. Puesto que el valor y la volatilidad del patrimonio son de un orden diferente, es aconsejable minimizar la suma de las diferencias de los porcentajes al cuadrado. De otra manera, el sistema numérico podrá ser insensible a errores en la volatilidad del patrimonio y parar en una solución que no establezca ambas ecuaciones a cero.

La función objetivo que vamos a minimizar será:

$$= \left(\frac{Modelo\ E_t}{ObservadoE_t} - 1\right)^2 + \left(\frac{Modelo\ \sigma_E}{Observado\ \sigma_E} - 1\right)^2$$

= (B15/B2 – 1) ^ 2 + (B16/B3 – 1) ^ 2

La cual se escribió en la celda B19. Utilizando solver, minimizamos la celda B19 cambiado las celdas B9 y B10 (ver imagen en Tabla 3.5). La opción de precisión en solver se encuentra establecida en 0.000001. También debemos seleccionar las casillas de "Assume non-negative" y "Use Automatic Sacaling".

La herramienta Solver trabaja bien para este ejemplo, los valores del modelo son muy cercanos a los valores observados, y la convergencia fue rápida. En los casos donde la herramienta Solver para, debido a que Solver considera un valor de cero para la volatilidad de los activos, debemos añadir la restricción B10 ≥ 0.000001 en la ventana de Solver. En algunos casos, jugar alrededor de la función objetivo también podría funcionar.

Para calcular la probabilidad de deuda, necesitamos de nuevo la tasa de cambio del rendimiento de los activos. Podemos, por ejemplo, obtenerla de manera similar a la sección anterior. Aplique los cálculos de la Tabla 3.5 a una serie de datos histórica, obtenga una serie de valores de activos y use el modelo CAPM como en la Tabla 3.2. Por simplicidad, nosotros no explicamos con detalle los cálculos, ya que preferimos usar la tasa de cambio obtenida en la sección previa, que era del 4.5%. La probabilidad de deuda podrá ser determinada como en la Tabla 3.3. Esto nos arroja un valor de 0.38%.

3.4.1. COMPARANDO ENFOQUES DIFERENTES

Lo siguiente resume los resultados importantes obtenidos con los dos enfoques diferentes:

	Iterativo	**2 Ecuaciones**
Valor de los activos	77,395	76,146
Volatilidad de los activos	28.23%	15.78
Probabilidad de Dafaut	7.35%	0.38%

Comparativo bajo ambos enfoques

El procedimiento iterativo y el procedimiento basado en resolver un sistema de dos ecuaciones nos arrojan valores de activos que son relativamente cercanos (el valor del activo obtenido del procedimiento de las dos ecuaciones se encuentra aproximadamente 1.9% por debajo del valor obtenido mediante el

procedimiento iterativo). Las volatilidades de los activos, sin embargo, difieren dramáticamente, esta es la razón principal del por qué las probabilidades de deuda difieren de la forma en que lo hacen.

Esto podrá resultar raro ya que utilizamos los mismos precios históricos del patrimonio a un año con ambos enfoques. Sin embargo, los usamos de manera diferente. En el enfoque de las dos ecuaciones, estimamos la volatilidad del patrimonio mediante esos precios. Esta es una buena manera de estimar la volatilidad si consideramos que se mantendrá constante a través del tiempo. Pero el patrimonio es una opción call en el mundo de Merton, con un riesgo que varía si la relación ente activos y patrimonios A_t/E_t varía (ver ecuación 3.12). Equivalentemente podemos decir que el riesgo del patrimonio varía con el apalancamiento (leverage), ya que el apalancamiento puede ser medido a través de la igualdad $(A_t - E_t)/A_t = 1 - E_t/A_t$.

Durante el periodo de tiempo del análisis, la relación entre los activos y el patrimonio de Enron cambió dramáticamente. Utilizando las cifras obtenidas en la Tabla 3.1, se incrementa de 1.52 en agosto del 2000 a 2.96 en agosto del 2001. El apalancamiento creció de 34% a 66%. La volatilidad del patrimonio se calculo con valores pasados por lo tanto se mezclaron observaciones de un régimen de volatilidad baja con aquellas de un régimen de volatilidad alta.

Por el contrario, en el enfoque iterativo, modelamos los cambios en el apalancamiento. Recuerde que hemos recolectado los datos históricos de los pasivos, los cuales se ingresaron en las ecuaciones de Black-Scholes. Dependemos del supuesto de que la volatilidad de los activos se mantiene constante a través del tiempo, pero este es un supuesto que se encuentra también incluido implícitamente en el enfoque de las dos ecuaciones (la volatilidad del patrimonio es constante si ambos, apalancamiento y volatilidad del activo, son constantes). Para datos caracterizados por cambios grandes en apalancamiento, uno podrá por lo tanto preferir el enfoque iterativo.

Podemos también comparar nuestros estimados con aquellos obtenidos mediante una implementación comercial al modelo Merton, la medida EDF^{TM} de Moody's KMV (MKMV, vea la Caja 3.2 para una breve descripción).

Un elemento que MKMV añade al enfoque simple de Merton, es el ajuste entre el resultado del modelo y los datos por defecto. Por varias razones (por ejemplo rendimientos anormales en los activos) las probabilidades de deuda de Merton pueden subestimar las probabilidades de deuda actuales. Partiendo de este razonamiento, $EDFs$ son comúnmente más grandes que las probabilidades de deuda obtenidas mediante implementaciones como las vistas aquí.

Una implementación comercial del modelo de Merton es la medida EDF^{TM} de Moody's KMV (MKMV). Los aspectos importantes del modelo son los siguientes:

- MKMV utiliza un modelo de valuación modificado de Black-Scholes que se acopla a diferentes tipos de pasivos.
- En el modelo, se caera en deuda si el valor del activo cae por debajo de la suma de la deuda a corto plazo más una fracción de la deuda a largo plazo.Esta regla se deriva de un analisis de las deudas historicas.
- La distancia de deuda proveniente del modelo es transformada en probabiidades de deuda, ajustando las tasas de las deudas historicas.

Caja 3.2 La medida EDF^{TM} de Moody's KMV

En agosto del 2001, el EDF para ENRON fue aproximadamente 2%, que es mayor que el resultado obtenido con el enfoque de las dos ecuaciones, pero menor que el resultado obtenido mediante el enfoque iterativo. Esto último resulta de cierta forma atípico. Una de las razones podría ser que el valor crítico que provoca la deuda en el modelo EDF, no proviene totalmente de los pasivos, sino más bien de una deuda a corto plazo aunada a una fracción de pasivos a largo plazo.

Cuando este ajuste incrementa la calidad del EDF en el promedio, nos lleva a una subestimación para ENRON. Debido a transacciones fuera del balance Off-balance sheet, los estados financieros de los pasivos de Enron fueron

subestimados. Usando el total de pasivos, sin darnos cuenta, corregimos esta tendencia.

En resumen, el caso que hemos examinado resulta ser de cierta forma atípico, en el sentido que una simple implementación del modelo de Merton nos lleva a probabilidades de deuda relativamente altas, las cuales parecen cercanas a la probabilidad real de deuda. En muchos casos, un enfoque simple al modelo de Merton producirá probabilidades de deuda que son muy pequeñas, tales como 0.0000001%, sin embargo tenemos una buena razón para pensar que estas deberían de ser mas grandes. De esta forma podemos estar un poco inseguros al momento de utilizar el resultado del modelo como un estimador actual de la probabilidad de deuda. Estudios empíricos, sin embargo, nos muestran que los resultados pueden no obstante ser muy útiles para ordenar compañías de acuerdo a su riesgo de caer en deuda.

3.5 IMPLEMENTANDO EL MODELO MERTON PARA UN HORIZONTE A T – AÑOS

Hasta ahora hemos implementado el Modelo Merton estableciendo el tiempo de madurez de la deuda a un año, una arbitraria pero conveniente suposición. Comúnmente la madurez promedio de la deuda de una empresa es mayor a un año, por lo tanto ¿podremos esperar tener mejores resultados al alinear el tiempo de madurez del modelo con los tiempos de madurez de las deudas actuales?, la respuesta no es inmediatamente obvia. Si la única cosa que cambiamos es el horizonte (por ejemplo cambiar la celda B6 de la tabla 3.5, de 1 a 5), habremos fallado en modelar el hecho de que la empresa realice pagos antes del periodo de madurez, como intereses regulares en bonos y préstamos, o dividendos. Resultaría confiable ignorar tales pagos provisionales mediante un horizonte a un año. Un bono a un año con cupones anuales de pago es de hecho un bono cupón cero, las compañías no pagan usualmente dividendos grandes poco antes de caer en deuda.

Sin embargo, para un horizonte a varios años, los pagos internos deberán ingresar a nuestra fórmula de valuación de una manera consistente.

En adelante, implementaremos dicho enfoque, el cual mantiene las condiciones del Modelo Merton, en el sentido de que sólo existe una fecha en la cual los pasivos son deudas, sin embargo, tomamos los pagos dentro de la cuenta. Los pasos claves a seguir son:

1. Asumir que la compañía ha emitido solamente un bono cupón con madurez igual al promedio de madurez de los pasivos.
2. Acumular el interés y los pagos de los dividendos, a la madurez asumida en el paso 1, es decir, cambiar hipotéticamente las fechas de sus pagos hacia el futuro.
3. Puesto que se asume que los dividendos e intereses son acumulados como deuda al tiempo de madurez (aunque de hecho sean pagados antes), se deberán tratar como pasivos que tienen mayor prioridad que el capital del bono.

Empecemos con el paso 1. En la hoja de Balance de la compañía, los pasivos son distribuidos dentro de los pasivos actuales (con madurez menor a un año) y pasivos a largo plazo (madurez mayor a un año).

Información adicional sobre la madurez puede ser obtenida mediante el reporte anual, bonos emitidos o por otras fuentes. Sin embargo, usualmente esta información no es suficiente para determinar con precisión la madurez promedio. Aquí, seguiremos una regla simple que requiere poca información: asumir que los pasivos actuales (a largo plazo) tienen un promedio de madurez de 0.5 (10) años, el promedio de madurez se obtiene como (L representa los pasivos totales, CL son los pasivos actuales):

$$[0.5 * CL + 10 * (L - CL)]/L$$

Con la hoja de balance del reporte cuatrimestral para junio del 2001 de Enron, nos llevaría a una madurez de $T - t = 5.53\ años$.

Una vez modificada T, podemos proceder al paso 2 y calcular el valor del pago del interés y dividendos acumulados al tiempo T. Asumamos que los dividendos se pagan anualmente, y que crecen a una tasa de interés anual de g. Con el dividendo pagado (D_0), el valor final del flujo de dividendos, que denotaremos como D, se calculara de la siguiente manera:

$$D = \sum_{\tau=t+1}^{T} D_0(1+g)^{\tau} \exp\big(r(T-\tau)\big) \qquad (3.14)$$

A partir del reporte anual de Enron, el dividendo para el año 2000 fue $D_0 = 368\,m$, 3.66% por encima del obtenido en 1999. Esto motiva nuestro supuesto de $g = 3\%$. Nótese que acumulamos los dividendos a una tasa libre de riesgo r, la cual se tomo como la tasa de rendimiento a 5 años para los bonos del tesoro. Utilizar una tasa libre de riesgo parece adecuado, debido a que los dividendos son riesgosos. Esto tiene su justificación, en cuanto a que los dividendos serán tratados por encima de la deuda, por lo que es probablemente una mejor opción que la de los rendimientos en las deudas de Enron.

Los pagos de los intereses son tratados de manera similar. Asumiendo que estos son debidos anualmente, y que la tasa cupón es c, el valor final del pago de los intereses (denotado por I) es:

$$I = \sum_{\tau=t+1}^{T} c * L * \exp\big(r(T-\tau)\big) \qquad (3.15)$$

Podríamos inferir la tasa cupón examinando los cupones en los bonos emitidos por Enron en el tiempo t. Aquí solo asumimos un valor de $c = 4\%$.

Ahora podemos pasar al paso 3. Como observamos en las primeras dos secciones, el analizis descansara en la formula del precio de la opcion, la cual nos proporciona el valor del patrimonio como una funcion del valor del activo,de los pasivos y de la volatilidad del activo. Para entender como debera ser valuado el patrimonio, examinemos el beneficio de los tenedores del patrimonio en el tiempo de maduración T. Asumiendo que los dividendos acumulados D tienen prioridad sobre el capital L, y que los intereses acumulados I y los dividendos acumulados tienen la misma prioridad, podemos distinguir tres escenarios diferentes (A_T es el valor del activo en el tiempo de madurez) :

- $A_T < L + I$: La compañía se encuentra en deuda, y el valor del activo no es suficiente para cubrir reclamaciones provenientes de dividendos e intereses. Los tenedores del patrimonio reciben su parte $D/(D+I)A_T$.

- $L + D + I > A_T > I + D$: El valor del activo es suficiente para cubrir las reclamaciones provenientes de dividendos e intereses, pero la compañía se encuentra en deuda debido a que el capital L no es completamente cubierto. Los tenedores del patrimonio reciben solo la parte acumulada de los dividendos D.

- $A_T > L + I + D$: El valor del activo es suficiente para cubrir todos los reclamos. Los tenedores del patrimonio reciben $A_T - L - I$. Notesé que esto incluye los dividendos reclamados D. De manera explicita los tenedores del patrimonio reciben:

$$D + (A_T - L - I - D) = A_T - L - I$$

	A	B	C	D
1	**Datos ejemplo**			
2	Div. Crudos D	100		
3	Int. Crudos I	50		
4	Deuda L	250		
5				
6	**Pagos**			
7	Valor del activo A_t	**Pago capital**		
	0	0	=IF(A8<B$2+B$3,B$2/(B$2+B$3)*A8, IF(B$2+B$3+B$4>A8,B$2,A8-B$3-B$4))	
8				
9	50	33.33	(Puede ser copiado de B8:B28)	
10	100	66.67		
11	150	100		
12	200	100		
13	250	100		
14	300	100		
15	350	100		
16	400	100		
17	450	150		
18	500	200		
19	550	250		
20	600	300		
21	650	350		
22	700	400		
23	750	450		
24	800	500		
25	850	550		
26	900	600		
27	950	650		
28	1000	700		

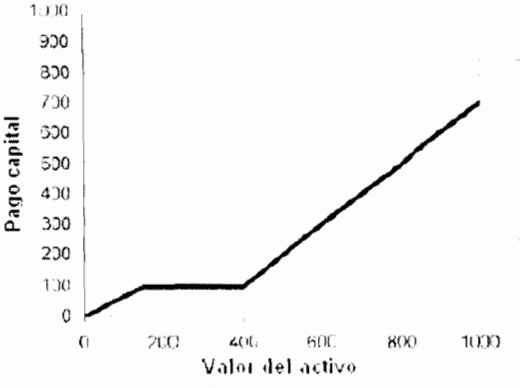


Tabla 3.6 Estructura del beneficio si los dividendos acumulados e interés tienen prioridad sobre otros pasivos L.

- Una participación de $D/(D+I)$ en los activos; más
- Una participación de $D/(D+I)$ en una posición corta de un call en los activos con un precio de ejercicio de $D+I$; más
- Un call en los activos con precio de ejercicio $L+D+I$.

= Valor del Patrimonio.

Representación gráfica:

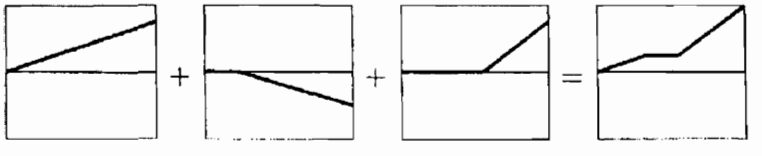


Figura 3.3 Estructura del beneficio

Inspeccionando cuidadosamente la estructura del beneficio, notamos que es un ejercicio de ingeniería financiera replicar el beneficio en el patrimonio mediante un portafolio compuesto por opciones call e inversiones directas en los activos subyacentes. Específicamente, el patrimonio es equivalente al mostrado en la figura 3.3.

Ahora podemos utilizar la formula estándar para el precio de la opción de Black –Scholes, para modelar el valor actual del patrimonio. Obtenemos:

$$E_T = A_t * \phi(d_1) - (L + D + I)e^{-r(T-t)}\phi(d_2) + \frac{D}{D+I}[A_t - A_t\phi(k_1)$$

$$+(D + I)e^{-r(T-t)}\phi(k_2)] \quad (3.16)$$

Donde:

$$d_1 = \frac{Ln\left[\frac{A_t}{L+D+I}\right] + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \quad (3.17)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

$$k_1 = \frac{Ln\left[\frac{A_t}{D+I}\right] + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \quad (3.18)$$

$$k_2 = k_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

Podemos obtener una segunda ecuación relacionando la volatilidad del patrimonio y la volatilidad del activo (3.19), y determinar las incognitas A_t y σ resolviendo (3.16) y (3.19).

$$\sigma_E = \frac{\sigma A_t}{E_t}\left[N(d_1) + \frac{D}{D+I}\left(1 - N(k_1)\right)\right] \quad (3.19)$$

En la tabla 3.7, el enfoque es aplicado a Enron. Dividendos e intereses son acumulados en E1:G12 utilizando las ecuaciones (3.14) y (3.15) respectivamente.

El valor inicial para el valor del activo es igual al valor del patrimonio sumado al valor del libro de pasivos; el valor inicial para la correlación de los activos es igual a la correlación del patrimonio multiplicada por E_t/A_t. Las celdas B19:B24 contienen las formulas (3.16) a (3.19). Ahora, se podrá utilizar la herramienta solver para minimizar los errores cuadrados de los porcentajes entre los valores observados (para el valor y la volatilidad del patrimonio) y su contraparte modelada.

Se determinara la probabilidad de deuda (celda B29). Asumiendo una tasa de cambio del 4.5% como en las secciones previas, obteniendo una probabilidad de deuda de 31.37%. Nótese que esta es una probabilidad de deuda sobre un horizonte a 5.5 años. Dentro de nuestro esquema, no resulta obvio como convertirlo a una probabilidad de deuda anual, ya que el modelo no permite deudas provisionales. Para darnos una idea, podemos derivar una probabilidad de deuda anual bajo el supuesto de que las probabilidades de deuda son constantes a través del tiempo. Esto nos lleva a:

$$Prob(Deuda) = 1 - (1 - 0.3137)^{1/5.5} = 6.58\%$$

Cuando comparamos este resultado con los resultados anteriores, note que hay muchos efectos en el trabajo. Los supuestos acerca de los dividendos e intereses no son la única diferencia entre un enfoque anual y uno multianual. La sensibilidad de la probabilidad de deuda, hacia un cambio dado en los activos y a una volatilidad del activo dada, también cambia con el horizonte. Esto es evidente por los resultados. La volatilidad del activo en la tabla 3.7 es cercana a aquella que se obtuvo del enfoque de las dos ecuaciones con plazo a un año. La probabilidad de deuda, por otro lado, es cercana a aquella obtenida por medio del enfoque iterativo.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**Datos/Supuestos**				Valor de pagos en T			
2	Valor de capital E_t	26,237			Ano	Dividendos	Interes	
3	Vol. capital σ_E	45.65%			1	464	1,979	
4	Deuda L_t	51,652			2	457	1,893	
5	Tasa riesgo r	4.47%			3	450	1,810	
6	Horizonte (T-t)	5.53			4	443	1,731	
7	Tasa de cupón c	4%			5	437	1,655	
8	Dividendo D_0	368			6	0	0	
9	Crec. Dividendo g	3%			7	0	0	
10	Div. crudo D	2,252	=SUM(F3:F12)		8	0	0	
11	Int. Crudo I	9,069	=SUM(G3:G12)		9	0	0	
12					10	0	0	
13					F12: =(E12<=B$6)*B$8*(1+B$9)^E12*EXP(B$5*(B$6-E12))			
14	**Desconocidos**				G12: =(F12<=B$6)*B$7*B$4*EXP(B$5*(B$7-E12))			
15	Valor Activos A_t	69,835	(Valor inicial: =B2+B4)		Puede ser copiado de F3:F11 y G3:G11, respectivamente			
16	Vol. Activo σ	20.59%	(Valor inicial: =B3*B2/B15)					
17								
18	**Modelo**							
19	d_1	0.97	=(LN(B15/(B4+B10+B11))+(B5+B16^2/2)*B6)/(B16*B6^0.5)					
20	d_2	0.48	=B19-B16*B6^0.5					
21	k_1	4.51	=(LN(B15/(B10+B11))+(B5+B16^2/2)*B6)/(B16*B6^0.5)					
22	k_2	4.00	=B21-B16*B6^0.5					
23	Valor capital E_t	26,237	=B15*NORMSDIST(B21)-EXP(-B5*B6)*(B10+B11)*NORMSDIST(B22)					
24	Vol. capital σ_E	45.65%	=B16*B15/B23*(NORMSDIST(B19)+B10/(B10+B11)*(1-NORMSDIST(B21)))					
25								
26	**Objetivo: Minimizar la desviacion de datos del modelo**							
27	Rel Err. Cuad	0.00000%	=(B23/B2-1)^2+(B24/B3-1)^2					
28								
29	Prob (default)	31.37%	=NORMSDIST(-(LN(B15/(B4+B10+B11))+(0.045-B16^2/2)*B6)/(B16*B6^0.5))					

Tabla 3.7 Ajustando el modelo multi-periodo a la volatilidad y valor del patrimonio.

3.6 MÁRGENES DE CRÉDITO

Con las estimaciones de la tabla 3.7, podemos determinar el rendimiento de los pasivos de Enron. En nuestro modelo, la compañía solo tiene un bono que paga $L + I$ en madurez (si la compañía no se encuentra en deuda). El valor actual del bono B_t es igual al pago en T descontado al rendimiento y. También sabemos que es igual al valor del activo menos el valor del patrimonio. De esta forma tenemos:

$$B_t = A_t - E_t = \frac{L+I}{(1+y)^{T-t}} \tag{3.20}$$

Resolviendo para el rendimiento y obtenemos:

$$y = \left(\frac{L+I}{A_t - E_t}\right)^{1/(T-t)} - 1 = 6.17\% \tag{3.21}$$

Aquí, se insertaron los resultados de la tabla3.7. El margen s, es decir la diferencia entre el rendimiento del bono corporativo y la tasa libre de riesgo) es:

$$s = y - R = y - (\exp(r) - 1) = 1.60\% \tag{3.22}$$

De acuerdo con la probabilidad de deuda relativamente grande, obtenemos un margen que es comúnmente relativo al riesgo por deuda, el cual parece ser sensible.

Sin embargo en estudios empíricos margen producidos por el modelo Merton son comúnmente menores que los margen del mercado observados. Una razón puede ser que el modelo Merton tiende a subestimar el riesgo de deuda. Adicionalmente el margen de mercado compensa a los inversionistas por la liquidez y la desventaja de impuestos y bonos corporativos, factores que están separados del riesgo de deuda.

3.7 NOTAS

3.7.1 SUPUESTOS

El modelo de Merton, como cualquier otro modelo, simplifica la realidad para hacer las cosas tratables. Supuestos importantes en el modelo de Merton (1974) son: no hay costos de transacción, no hay costos por bancarrota, no hay impuestos, préstamos sin restricción y tasas de interés libres de riesgo, no hay restricciones para ventas en corto, no hay incertidumbre acerca de los pasivos, activos se distribuyen Log-normal. Muchas extensiones al modelo de Merton (1974) han sido propuestas y probadas, el diseño y aplicación práctica de los modelos estructurales es aun alto en la agenda de la investigación del riesgo de crédito.

CAPITULO 4

CONCLUSIONES

A través de este trabajo se puede comprender que el valor en riesgo es una métrica fundamental para el análisis y comparación de portafolios de inversión entre diferentes instituciones o por un portafolio "Benchmark". La fortaleza del valor en riesgo se concentra en su sencillez al momento de ser calculado y de su interpretación ya que resume todo en un número medido en unidades monetarias. Asimismo, la alta dirección de una institución financiera puede comprender perfectamente a qué riesgos esta expuesta sin tener que involucrarse en la complejidad técnica requerida para su valuación.

El VaR se puede aplicar a todas las posiciones de riesgo de cualquier cartera de inversión que sea conformada por los diferentes activos o instrumentos financieros en cualquiera de los mercados financieros y a cualquier nivel de una institución financiera. En la actualidad el VaR es utilizado por aseguradoras, operadoras de sociedades de inversión, fondos de pensiones, etc. A través de esta métrica es que podemos entender la naturaleza de los riesgos que conforman los mercados financieros, y es así como podemos entender el cómo anticiparnos a ellos.

El riesgo al que está expuesta una institución financiera no sólo es el riesgo de mercado, también enfrenta otro tipo de riesgos los cuáles complementan al VaR. La administración de riesgos debe tener en cuenta esto, para monitorear y controlar cada una de las pérdidas a las que una institución esta expuesta. Así mismo, como se mencionó, el valor en riesgo deben ser complementado con backtesting para la validación del modelo, porque de no ser así y tener un modelo incorrecto podríamos estar sobre-estimando o sub-estimando nuestras pérdidas o ganancias.

Como se ha mostrado hasta el momento, la Distribución de Probabildad Normal no necesariamente modela adecuadamente la volatilidad incluída en el componente respectivo para cálculo del VaR. Más aún, de diversas pruebas se observa que al usar la distribución correcta bajo un modelo de caminata aleatoria dicha métrica es sobre-estimada al asumir tal supuesto.

Entre las alternativas de modelación estocástica destacan así las Distribuciones Logística y Log-logística, para las cuales se ha encontrado de manera experimental que pasan mucho mejor las pruebas de bondad de ajuste a que se sometieron los datos históricos. Sin embargo, debe quedar claro que la métrica del VaR sólo es aceptable cuando el mercado bajo análisis no se encuentra sometido a alta volatilidad (como ocurrió en los ejemplos mostrados en este trabajo).

Algunas de las ventajas del método propuesto son:

- Toma en cuenta escenarios que no se observan en cualquiera de las otras metodologías.
- Al tomar en cuenta estos escenarios nos ofrece un mejor resultado, ya que es el más completo estadísticamente.

Sin embargo este modelo requiere de mucha información, y fácilmente puede tener problemas al ser utilizado, además:

- Requiere de un hardware con una alta capacidad de procesamiento
- El modelo requiere de la revisión de más conceptos estadísticos que los métodos tradicionales.

El VaR debe ser complementado con otras métricas como el ETL (Expected Tail Loss), el índice de Sharpe o el indicador de Treynor.

En relación al modelo de Merton propuesto para el "Enfoque Estructural de Deuda", podemos comentar que brinda un mejor entendimiento de la relación entre el valor fundamental de una empresa y sus activos. El modelo original, sin embargo, recae en supuestos muy fuertes :

- La estructura de capital es simple : Capital + Emisión de Deuda mediante Bonos Cupón Cero.
- El valor de la firma se asume que es perfectamente observable por el público en general.
- El valor de la firma sigue en proceso de "difusión" log-normal. Con este tipo de proceso, un incremento repentino no podría ser detectado, pues los cambios bajo este tipo de distribución son graduales.

- El tiempo de referencia para el análisis es únicamente la fecha de maduración (no antes).
- Las tasas de interés libres de riesgo son constantes desde el principio y hasta la fecha de maduración.
- El modelo no permite una re-negociación de la deuda entre los dueños del capital y los dueños de la deuda (acreedores y prestamistas).
- No existen ajustes de liquidez

Sin embargo, a pesar de los inconvenientes anteriores, se cuenta en la práctica con una gran número de casos de éxito en donde los modelos estructurales han sido capaces de capturar señales de alerta en los mercados de capitales. Entre estos ejemplos podemos encontrar el caso de "WorldCom" (para el período 1998-2002), por lo que herramientas computacionales como la propuesta en este trabajo pueden llegar a ser de mucha utilidad al ahorrar tiempo en materia de cálculo.

En la práctica muchos bancos han desarrollado sistemas basados en el Modelo de Merton para extraer información temprana que les mande señales sobre variables del mercado. El ingrediente adicional que proporciona la interpretación que el analista hace de cada caso suele ser la clave para complementar los supuestos que este modelo realiza, de manera que se tenga una mejor visión del panorama completo. Si se dejan las decisiones enteramente en manos de indicadores numéricos como los presentados aquí, se corre el riesgo de no detectar cambios abruptos.

Tal es el caso de falsas señales costosas en etapas de "boom" financiero en mercados (como el de 1999), donde se registraron bajas probabilidades de pérdida para casi todas las firmas de aquella época.

BIBLIOGRAFÍA

Aragonés, José y BLANCO, Carlos "Valor en Riesgo" pirámide. Madrid. (2000).

Arnaud de Servigny, Olivier Renault, Arnaud de Servigny, and Olivier Renault "The Standard & Poor's Guide to Measuring and Managing Credit Risk" (Mar 26, 2004)

Arnaud/ Renault, Olivier/ Servigny, Arnaud De De Servigny "Measuring and Managing Credit Risk" (April 1, 2004)

Arnaud de Servigny; Olivier Renault "The Standard & Poor's Guide to Measuring & Managing Credit Risk" (Jan 1, 2004)

Arnaud de Servigny and Norbert Jobst, "The Handbook of Structured Finance" Kindle Edition (Jan 22, 2007)

Blaise Ganguin and John Bilardello "Standard & Poor's Fundamentals of Corporate Credit Analysis" Kindle Edition, (Dec 9, 2004)

Christopher Lee Marshall, "Measuring and Managing Operational Risks in Financial Institutions, Tools, Techniques, and other Resources" (Wiley Frontiers in Finance) (Jan 12, 2001)

Clark R. Abrahams and Mingyuan Zhang, "Credit Risk Assessment: The New Lending System for Borrowers, Lenders, and Investors" Kindle Edition (April 6, 2009)

Dale F. Cooper, Stephen Grey, Geoffrey Raymond, and Phil Walker "Project Risk Management Guidelines: Managing Risk in Large Projects and Complex Procurements", Kindle Edition (Dec 17, 2004)

De Lara Haro, Alfonso. "Medición y control de riesgos financieros". México DF: Editorial Limusa S.A. de C.V.. México DF (2008).

Dennis I. Dickstein and Robert H. Flast "No Excuses: A Business Process Approach to Managing Operational Risk", Kindle Edition (Dec 22, 2008)

Frank J. Fabozzi, Steven V. Mann, and Moorad Choudhry "Measuring and Controlling Interest Rate and Credit Risk", Kindle Edition (May 16, 2003)

Georg Ch Pflug and Werner Romisch, "Modeling, Measuring and Managing Risk" (Aug 13, 2007)

Greg N. Gregoriou and Christian Hoppe "The Handbook of Credit Portfolio Management" , Mcgraw-Hill Finance & Investing, (Sep 22, 2008)

Hawkings, Ian "Risk Analysis Techniques". Rent A Quant Research Paper. (1997)

Hull, J. Options, Futures and other Derivates. (6ta Ed.).USA. Pearson. (2005).

Jeffrey R. Bohn and Roger M. Stein "Active Credit Portfolio Management in Practice" (April 6, 2009)

Jon Gregory and Angelo Arvanitis "Credit: The Complete Guide to Pricing, Hedging and Risk Management" (April 1, 2001)

John B. Caouette, Edward I. Altman, and Paul Narayanan, "Managing Credit Risk: The Next Great Financial Challenge" Kindle Edition, (Nov 3, 1998)

John B. Caouette Edward I. Altman, Paul Narayanan, and Robert Nimmo "Managing Credit Risk: The Great Challenge for Global Financial Markets", Kindle Edition (May 16, 2008)

Jorion, P "Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk. Irwin". Chicago. 1997

Linda Allen, Jacob Boudoukh, and Anthony Saunders, "Understanding Market, Credit, and Operational Risk" The Value at Risk Approach (Jan 7, 2004)

Linsmeier, Thomas y Pearson, Neil "Risk Measurement: An Introduction to Value at Risk". University of Illinois (Urbana-Champaign). Julio. (1996).

Lynagh, Stephen "Value at Risk". Note nº 9-297-069. Harvard Business School. 15de julio (1997).

Martín, José; Oliver, María y de la Torre, Antonio "Value at risk: Un modelo de control del riesgo de mercado". Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa vol 6, nº 3. Págs.: 139-154. (1997)

McDonald, Robert L. "Derivatives Market". Boston: Addison Wesley, Inc. United States of America (2001).

Morton Glantz and Johnathan Mun, "The Banker's Handbook on Credit Risk: Implementing Basel II", Kindle Edition, (May 7, 2008)

Omotunde E. G. Johnson "Financial Risks, Stability, and Globalization:" Papers Presented at the Eighth Seminar on Central Banking, Washington, D.C. June 5-8, 2000 by D. C.) Central Banking Seminar 2000 (Paperback - Mar 2002)

Ross, Stephen y Randolph Westerfield. "Finanzas Corporativas". Distrito Federal: McGraw-Hill. México (2005). México.

Sánchez Cerón, Carlos. "Valor en Riesgo y otras aproximaciones". México: ES Publicidad (2001).

Srichander Ramaswamy, "Managing Credit Risk in Corporate Bond Portfolios" (Dec 1, 2003)