



T E S I S

APLICACION DEL ANALISIS MATRICIAL DE ESTRUCTURAS
EN LAS TRABES PREFABRICADAS

UNIVERSIDAD POPULAR AUTONOMA DEL ESTADO DE PUEBLA

46618



UPAEP – Secretaría General

Dirección General de Apoyos Académicos

Dirección del Centro de Recursos para el Aprendizaje y la Investigación.

Biblioteca Central - **Karol Wojtyła**

Tesis Digitales Restricciones de uso:

DERECHOS RESERVADOS ©

PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de textos, imágenes, gráficas, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente de donde la obtuvo mencionando el autor o autores involucrados en el documento.

Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

UPAEP
BIBLIOTECA CENTRAL
REFERENCIA
USO ÚNICAMENTE EN SALA



AL SER SUPREMO
A QUIEN LE DEBO TODO

UPAEP

BIBLIOTECA CENTRAL
REFERENCIA

ISO UNICAMENTE EN SALA

A MIS PADRES

SR JOSE LUIS RAMIREZ GUTIERREZ +
SRA CARMEN IBANEZ CENTURION +

CON AGRADECIMIENTO PROFUNDO ROGANDO A DIOS
LOS TENGA GOZANDO EN SU COMPANIA DE LA FELICIDAD ETERNA

A MI ESPOSA

SRA MARTA CISNEROS ORTA

DEDICO CON TODO MI AMOR ESTE TRABAJO
AGRADECIENDO EL APOYO Y LA AYUDA RECIBIDA
EN TODO MOMENTO PARA PODER LOGRAR ESTA META

A MIS HIJOS

JOSE LUIS
FERNANDO
MARTA
FRANCISCO JAVIER
JUAN CARLOS

QUE DIOS LOS COLME SIEMPRE DE SU GRACIA Y FELICIDAD

A MIS ABUELOS +

A MIS HERMANOS

A MIS COMPADRES Y AHIJADOS

A MIS PADRINOS

A MIS FAMILIARES

A MIS AMIGOS

A MIS COMPANEROS DE ESTUDIO

A LA UNIVERSIDAD POPULAR AUTONOMA DEL ESTADO DE PUEBLA

A LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

A LOS INGENIEROS

MI ING RAMON CERVANTES

MI ING VICTOR PORRAS

MI ING MANUEL CUATLAYOLT

ING MANUEL RAMIREZ I

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE MAESTRIA
EN ESTRUCTURAS .

PRESENTA EL SENOR :

INGENIERO JOSE LUIS RAMIREZ IBANEZ .

SOBRE EL TEMA :

"APLICACION DEL ANALISIS MATRICIAL DE
ESTRUCTURAS EN LAS TRABES PREFABRICADAS".

I.- INTRODUCCION

II.- ANALISIS MATRICIAL METODO DE LAS RIGIDECES

III.- TEORIA DEL PANDEO PARA ELEMENTOS DE COMPRESION

IV.- TEORIA DE DISENO PLASTICO DE ESTRUCTURAS DE
CONCRETO

V.- TEORIA DEL ESFUERZO CORTANTE

VI.- PROGRAMA DE COMPUTADORA

VII.- CONCLUSIONES

P R O L O G O

En los últimos años los ingenieros civiles y en general todos los profesionistas relacionados de alguna manera con la construcción nos hemos dado cuenta del reflejo de la inflación en el costo por metro cuadrado de la vivienda. Eso no solo nos debe preocupar sino nos debe motivar a utilizar nuevas teorías y nuevos métodos de cálculo que hagan más eficientes y más económicas las estructuras prefabricadas, ya que estamos convencidos que la prefabricación es un medio eficaz para abatir costos y reducir la inflación.

La idea de este trabajo es:

- 1.- Demostrar la rapidez, exactitud y eficiencia que obtenemos al usar las computadoras.
- 2.- Demostrar la ventaja que tienen los métodos de análisis y de diseño enfocados a las computadoras, como el análisis matricial de estructuras.
- 3.- También el proporcionar un elemento prefabricado que cubra dos etapas de la construcción.
 - a) Que trabaje como armadura capaz de soportar el peso propio de la losa y la carga viva del colado sin utilizar cimbra.
 - b) Que trabaje como viga de concreto reforzado una vez que ha sido colada y el concreto alcanzado su resistencia de diseño.
- 4.- Construir prefabricados que sean fáciles de manejar y que nos permitan abatir costos, quitar mano de obra y abatir por consiguiente tiempos de ejecución en obra.

Uno de los principales problemas que tenemos que resolver los ingenieros en la industria de la construcción es el problema de la mano de obra.

Cuando esta era económica nos podíamos dar el lujo de tener una cantidad exagerada de albaniles y esto no tenía una repercusión de importancia ni en el costo ni en el tiempo.

Sin embargo los tiempos han cambiado y esto que antes no tenía importancia, hoy en día pasa a ser importantísimo porque los costos de mano de obra son muy altos y el tiempo se convierte en uno de los principales enemigos de la obra por la altísima inflación que tenemos en nuestro país.

Una de las formas de reducir la mano de obra es el uso de los elementos prefabricados que existen en el mercado.

Los elementos prefabricados idóneos en las construcciones urbanas son los enfocados a la prefabricación ligera y los que más se están usando en la Cd. de Puebla son las losas prefabricadas, estas pueden ser pretensadas o reforzadas, en ambos casos con el sistema de vigueta y bovedilla.

También en algunas obras se han usado las trabes prefabricadas, reforzadas y pretensadas, con el serio inconveniente de tener que usar gruas ya que estas piezas pesan más de cinco toneladas.

La idea de realizar este trabajo es la de proporcionar una trabe prefabricada sin cimbra que sin estar colada pueda ser capaz de soportar las cargas del peso propio de la losa y el de la trabe junto con la carga viva del colado y que además se pueda levantar para su colocación sin necesidad de grua.

Esta trabe prefabricada es de alma abierta y tiene un doble trabajo estructural, primero soportar todas las cargas del colado sin estar colada la trabe y segundo una vez que fraguó el concreto, hacerla trabajar como una viga de concreto reforzado diseñada plásticamente.

El análisis de esta trabe lo hemos resuelto usando el análisis matricial de estructuras, analizando la trabe en su primera fase como armadura, el uso de la computadora nos dio la posibilidad de hacer el cálculo con una rapidez y exactitud asombrosa.

La fabricacion de este tipo de estructura es de facil realizacion y se puede sistematizar rapidamente con soldadores no especializados usando equipo normal no muy costoso y con rendimientos hasta de 100 metros lineales producidos por cada soldador. De tal manera que con un personal calificado de 15 soldadores podriamos fabricar 1500 metros lineales en un turno de ocho horas.

El uso de este tipo de prefabricados en la obra es muy comodo y practico pues con un tirfor podemos manipular las traveses y colocarlas en su lugar sin necesidad de gruas complicadas y costosas y como son elementos auto sustentables sobre ellos mismos se puede colocar el fondo y los costados de madera necesarios para poder color la trabe.

II.- ANALISIS MATRICIAL METODO DE LAS RIGIDECES

El modelo matematico y sus leyes:

Armaduras analizadas en el plano.

Una armadura es un caso particular de una estructura esquelletal y una estructura esquelletal es aquella formada a base de barras.

Para resolver el como se analizan este tipo de armaduras procederemos a estudiar una barra usando la teoria del medio continuo y dentro de un contexto especifico que es el de la teoria de la elasticidad lineal.

Primero estudiamos la influencia que tiene la geometria de la barra en la distribucion de esfuerzos y luego discutimos los modelo matematicos obtenidos.

Dentro de la "Teoria del medio continuo", usaremos para obtener los modelos matematicos que nos resuelven el problema, las leyes fundamentales de la mecanica del medio continuo y los axiomas necesarios dentro del contexto de la teoria de la "Elasticidad lineal".

De esta manera podremos modelar nuestra estructura que estara definida por su geometria, el material de que esta compuesto y las diversas cargas que actuan sobre ella.

La primera Ley es el 'Principio de la conservacion de las masas', que nos dice que un cuerpo no cambia durante el movimiento.

La ecuacion que la define nos dice, que la suma de la parcial de la densidad de masa por unidad de volumen de un cuerpo con respecto al tiempo, con la derivada parcial respecto a las variables espaciales del producto del componente del vector velocidad por la densidad de masa por unidad de volumen de un cuerpo, es igual a cero.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\rho v_k) ; k = 0$$

$$\text{Si } (\rho v_k) ; k = \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho v_k)$$

La segunda Ley es el 'Principio del balance de la cantidad de movimiento' y nos dice que la rapidez de cambio respecto al tiempo de la cantidad de movimiento del cuerpo, es igual a la fuerza resultante del mismo debido a cargas exteriores.

Esta ley se conoce con el nombre de: "Primera Ecuacion de Couchy de movimiento".

La ecuacion que la define nos dice, que la suma de la derivada parcial de los componentes del tensor de esfuerzo de Couchy, con el producto de la resta de los componentes del vector de fuerza de cuerpo por unidad de masa, menos la derivada material de los componentes del vector velocidad, que son los componentes del vector aceleracion por la densidad de masa por unidad de volumen del cuerpo son cero.

$$\frac{\partial \tau_{x_i}}{\partial x_i} + \rho (F_k - \dot{v}_k) = 0$$

La tercera Ley es el 'Principio de la conservacion de la energia' y nos dice que la rapidez de cambio, de la suma de las energias cinetica e interna del cuerpo, es igual al trabajo que por unidad de tiempo desarrollan las fuerzas externas, mas otras energias que por unidad de tiempo entran y salen del cuerpo.

La ecuacion que la define nos dice que el producto de la densidad de masa por unidad de volumen, con la primera derivada material de la densidad de energia interna por unidad de masa, es igual a la suma del producto de los componentes del tensor de esfuerzos de Couchy, por la primera derivada parcial de los componentes del vector velocidad, mas la divergencia del vector calor que por unidad de tiempo entra o sale de la superficie frontera del cuerpo k, mas el producto de la fuente de calor por unidad de masa, por la densidad de masa por unidad de volumen de un cuerpo.

$$\rho \dot{\epsilon} = \tau_{k1} v_{i, k} + q_{k, k} + \rho h$$

La cuarta Ley es el 'Principio del balance del momento de la cantidad de movimiento' y nos dice que la rapidez de cambio respecto al tiempo, del momento de la cantidad de movimiento del cuerpo respecto a un origen, es igual al momento resultante respecto al mismo origen, de las fuerzas externas actuantes sobre dicho cuerpo.

Esta es conocida como Segunda ley de Cauchy de movimiento y establece la simetría del tensor de esfuerzo.

$$\sqrt{k1} = \sqrt{1k}$$

La quinta Ley es el 'Principio de entropía' que establece que la rapidez de cambio de la entropía total del cuerpo nunca es menor que la entropía que entra a través de la superficie frontera del cuerpo más las fuentes de entropía por unidad de masa.

$$\rho \left(\dot{\eta} \frac{\dot{\epsilon}}{\theta} \right) + \frac{1}{\theta} \sqrt{k,1} + \frac{1}{\theta^2} q_k, \theta, k \geq \theta$$

$\dot{\eta}$ Es la derivada material de la densidad de entropía por unidad de masa.

θ Es la temperatura absoluta.

$\theta_{,k}$ Es el gradiente de temperatura.

Con estas ecuaciones constitutivas queda especificado el modelo General, necesitamos particularizar y esto se podrá hacer con la Ecuación constitutiva que gobierna el problema, la magnitud de la configuración deformada y el tipo de la sollicitación que causó la deformación.

Las características del material se toman en cuenta al desarrollar la ecuación constitutiva para lo cual se necesita que el modelo matemático satisfaga los axiomas de la teoría constitutiva que sirven para definir las variables de las ecuaciones y sus restricciones.

Podemos obtener también otras ecuaciones si se establece que el tensor de esfuerzo $\sqrt{k_l}$, el vector calor q_k , la densidad de energía interna ϵ , la densidad de entropía η , quedan determinadas por las historias del movimiento y de la temperatura de los puntos materiales del cuerpo.

Nosotros particularizaremos dentro del contexto de la teoría de la elasticidad lineal.

Teoria de la Elasticidad Lineal.

La teoria de la elasticidad lineal esta basada en dos hipotesis.

La primera es que el material es un solido elastico lineal.

La segunda es que la magnitud de los desplazamientos de los puntos del cuerpo son pequenos y el tensor de deformaciones es infinitesimal.

El cuerpo antes de cargarse posee una configuracion original, despues de la carga adquiere una serie de configuraciones que describen el movimiento, esta historia se conoce al saber como se pasa de una configuracion a otra entre dos sucesivas, la primera se llama 'Configuracion inicial no deformada', la segunda se llama 'Configuracion final deformada'.

$$|dp|^2 - |dp'|^2 = 2 \epsilon_{kl} dx^k dx^l - 2 \epsilon'_{kl} dx^k dx^l$$

El cambio de magnitud del vector dp no deformado al vector dp' deformado.

Se puede cuantificar por dos sistemas, El Lagrangiano y el Euleriano.

El Lagrangiano se cuantifica por el tensor de deformaciones de Lagrange.

Estos tensores se expresan en terminos del vector desplazamiento, si utilizamos los componentes de u medidos en referencia Euleriana y en la notacion tradicional tenemos:

$$u = u_i + v_j + w_k$$

Los componentes del tensor deformacion de Euler quedan expresados asi:

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right]$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right]$$

$$2\epsilon_{yx} = 2\epsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - \left[\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right]$$

$$2\epsilon_{zy} = 2\epsilon_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} - \left[\frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial z} \right]$$

$$2\epsilon_{xz} = 2\epsilon_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} - \left[\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial z} \right]$$

Pero como los desplazamientos son pequeños sus componentes u, v, w , son pequeños sus derivadas son infinitesimales y sus productos son de orden superior y las ecuaciones anteriores quedan así:

$$e_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$e_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$e_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}$$

Ecs a ECUACIONES
DEL TENSOR DE
DEFORMACION

$$2e_{xy} = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} = f_{xy}$$

$$2e_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = f_{yz}$$

$$2e_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = f_{zx}$$

Ahora como estamos trabajando con un material elástico lineal y sabemos por la teoría constitutiva que este se deforma al cargarse y se recupera al descargarse su posición original, para que esto sea sensible se necesita que el tensor de esfuerzo $\sqrt{K}L$, la densidad de energía interna E , a densidad de entropía N , sean derivables de un potencial Σ y además que el vector calor q_k se anule o sea:

$$\sqrt{K}L = \frac{\rho_0}{\rho} \frac{\partial \Sigma}{\partial E_{KL}} (K, KXL), L$$

$$q_k = 0$$

$$E = \frac{1}{\rho_0} \left(\Sigma - \theta \frac{\partial \Sigma}{\partial \theta} \right)$$

$$f = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \Sigma}{\partial \theta}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial \Sigma_{X(KKX)}}{\partial E_{KL}}, L = 0$$

Para el material lineal potencial Σ se aproximara mediante un desarrollo de serie de potencias hasta los terminos quadraticos en E, K, L.

$$\Sigma = \Sigma_0 + \Sigma_{KL} E_{KL} + \frac{1}{2} \Sigma_{KLMN} E_{KL} E_{MN}$$

Por la simetria del tensor de deformacion los coeficientes de la ecuacion deben satisfacer las condiciones siguientes:

$$\Sigma_{KL} = \Sigma_{LK} \quad \Sigma_{KLMN} = \Sigma_{MNKL} = \Sigma_{LKMN} = \Sigma_{LKNM}$$

EL tensor de esfuerzo $\sqrt{K_i}$ se puede expresar en terminos del tensor de deformacion de Euler;

$$\sqrt{KL} = C_{KLMN} E_{MN}$$

Las 21 constantes C_{Klmn} , estan gobernadas por el axioma de la Invarencia material de la Teoria de las Ecuaciones Constitutivos. Si las propiedades del material son simetricas respecto a un plano. El numero de constantes independientes C_{Klmn} se reduce a 14 material ortotropico.

Si existe simetria respecto a dos planos ortogonales las constantes C_{Klmn} se reduce a 9 .

Si existe simetria exagonal o sea aquella que comprende simetria respecto a giros arbitrarios de uno de los ejes coordenados, las constantes C_{Klmn} se reducen a 5 .

Si existe isotropia, cuando la simetria corresponde a giros arbitrarios de todos los ejes coordenados las constantes C_{Klmn} se reducen a dos, que son las constantes de Lamé y el tensor de esfuerzo queda asi;

$$\sqrt{KL} = \lambda C_{mn} \delta_{KL} + 2\mu C_{KL}$$

Estas constantes son teoricas y se determinan en laboratorio.

$$\lambda = \frac{E \nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

E = MODULO DE YOUNG

$$\mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

ν = COEFICIENTE DE POISSON

El modelo matemático de la teoría de la elasticidad lineal basado en el principio del balance de la cantidad de movimiento en el Sistema de Referencia Tradicional

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \rho f_y = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho f_z = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \rho f_x = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

ECUACIONES B DE COUCHY DE MOVIMIENTO.

Si utilizamos las constantes de laboratorio (Constantes de Lame) en la Ley de Hooke Couchy tendremos:

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\epsilon_{xx} + \nu(\epsilon_{xx} + \epsilon_{zz})]$$

$$\sigma_{yy} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\epsilon_{yy} + \nu(\epsilon_{xx} + \epsilon_{zz})]$$

$$\sigma_{zz} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\epsilon_{zz} + \nu(\epsilon_{zz} + \epsilon_{yy})]$$

ECS e ECUACIONES CONSTITUTIVAS.

$$\tau_{xy} = \frac{E}{1+\nu} \epsilon_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy}$$

$$\tau_{yz} = \frac{E}{1+\nu} \epsilon_{yz} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{yz}$$

$$\tau_{zx} = \frac{E}{1+\nu} \epsilon_{zx} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{zx}$$

Estas Ecuaciones Constitutivas tambien se pueden escribir asi:

$$\sigma_{xx} = \frac{1}{E} [\epsilon_{xx} - \nu (\epsilon_{yy} + \epsilon_{zz})]$$

$$\sigma_{yy} = \frac{1}{E} [\epsilon_{yy} - \nu (\epsilon_{xx} + \epsilon_{zz})]$$

$$\sigma_{zz} = \frac{1}{E} [\epsilon_{zz} - \nu (\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy})]$$

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{2} \sigma_{yx} = \frac{1+\nu}{E} \epsilon_{xy}$$

$$\sigma_{yz} = \frac{1}{2} \sigma_{zy} = \frac{1+\nu}{E} \epsilon_{yz}$$

$$\sigma_{zx} = \frac{1}{2} \sigma_{xz} = \frac{1+\nu}{E} \epsilon_{zx}$$

Si sustituimos las ecuaciones A, ecuaciones del tensor de deformacion, en las ecuaciones B, ecuaciones de Cauchy de movimiento y el resultado de estas ultimas en las ecuaciones C, ecuaciones constitutivas tendremos:

$$G \left[\nabla^2 u + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] + \rho f_x = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$G \left[\nabla^2 v + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] + \rho f_y = \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$

$$G \left[\nabla^2 w + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] + \rho f_z = \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$$

Estas son las ecuaciones de Navier.

Como son validas punto a punto se necesita integrarlas en la region que ocupa el cuerpo y habra que especificar las condiciones de frontera.

Tambien habra que integrarlas respecto al tiempo y especificar las condiciones iniciales de movimiento del cuerpo.

Idealización de la Barra:

A.- Su Representación Geométrica.

Para lograr esta idealización haremos las siguientes consideraciones:

- 1) Todos los puntos de una barra se podrán localizar si definimos el eje de la barra que supondremos que esta formada por una curva con puntos del cuerpo alveada y arbitraria.
- 2) La sección transversal de la barra son los puntos de la barra contenidos en su intersección con un plano cuya normal es tangente al eje de la barra y a cada punto del eje le corresponde una sección transversal.
- 3) La geometría de una barra queda definida por el eje de la barra y sus secciones transversales correspondientes.

B.- Sus Fuerzas Interiores Resultantes.

Consideraciones:

- 1) Las cargas resultantes en los puntos interiores del cuerpo se cuantifican en base al concepto de esfuerzo y se definen para cada sección transversal.
- 2) El sistema de referencia a usar es Cartesiano con los ejes contenidos en el plano de la sección transversal y normal a ella el eje X.
- 3) A cada punto interior de la barra contenida en la sección transversal le corresponde un vector de esfuerzo.

C.- Las cargas resultantes provocadas medidas respecto a un sistema de referencia local son:

- 1) Fuerzas resultantes paralelas al eje X que son la contribución de fuerzas diferenciales provocadas por el componente de esfuerzo normal \sqrt{xx}

$$N_x = \int_{\rho} dN_x = \int_{\rho} \sqrt{xx} da \quad \text{Fuerza Normal.}$$

- 2) Fuerza resultante paralela al eje Y que son la contribución de las fuerzas diferenciales provocadas por el componente de esfuerzo cortante \sqrt{xy}

$$V_y = \int_{\rho} dV_y = \int_{\rho} \sqrt{xy} da \quad \text{Fuerza Cortante.}$$

3) Fuerza resultante paralela al eje Z que son la contribucion de las fuerzas diferenciales provocadas por el componente de esfuerzo cortante \sqrt{xz}

$$V_z = \int_{\rho} dV_z = \int_{\rho} \sqrt{xz} \, da \quad \text{Fuerza Cortante.}$$

4) Momento resultante respecto al eje X, es el momento que provocan las fuerzas cortantes diferenciales respecto al eje X

$$M_x = \int_{\rho} dM_x = \int_{\rho} (y \sqrt{xz} - z \sqrt{xy}) \, da \quad \text{Momento Torsionante.}$$

5) Momento resultante respecto al eje Y, es el momento provocado por las fuerzas normales diferenciales.

$$M_y = \int_{\rho} dM_y = \int_{\rho} z \sqrt{xx} \, dx \quad \text{Momento Flexionante.}$$

6) Momento resultante respecto al eje Z, es el momento provocado por las fuerzas normales diferenciales.

$$M_z = \int_{\rho} dM_z = \int_{\rho} y \sqrt{xx} \, da \quad \text{Momento Flexionante.}$$

Relacion entre los elementos mecanicos de la barra.

El vector esfuerzo en los puntos inferiores de la barra esta generado por los cargas exteriores. Por lo que a continuacion definiremos las cargas actuantes en las barras y su relacion con los elementos mecanicos equilibrantes.

$$\frac{dV_y^e}{dx} = -P_y$$

$$\frac{dM_z}{dx} = -V_y$$

$$\frac{d^2M_z}{dx^2} = P_y$$

$$\frac{dV_z^e}{dx} = -P_z$$

$$\frac{dM_y^e}{dx} = V_z$$

$$\frac{d^2M_y}{dx^2} = -P_z$$

Distribucion de la componente normal de esfuerzo.

Ya vimos que; $N^e_x = \int_A dN_x = \int_A \sqrt{xx} da = \text{Fuerza Normal.}$

$$M^e_y = \int_A dM_y = \int_A z \sqrt{xx} da = \text{Momento Flexionante.}$$

$$M^e_z = \int_A dM_z = -\int_A y \sqrt{xx} da = \text{Momento Flexionante.}$$

En estas tres expresiones interviene la componente normal de esfuerzo \sqrt{xx} en la teoria de las barras se supone conocida.

La forma en que se distribuye tal componente mediante la hipotesis de Navier que establece lo siguiente:

Las secciones planas y normales al eje de la barra antes de la deformacion permanecen planas y normales al eje despues de la deformacion de acuerdo con esto se establece la ecuacion; $u = \theta + f y + \delta z$ ①

donde θ y δ son constantes para cada seccion transversal y funciones de x $\theta = \theta(x)$; $f = f(x)$; $\delta = \delta(x)$

Al sustituir 1 en: $\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right)$

Se tiene: $\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{dP}{dx} + \frac{d\gamma}{dx} y + \frac{d\delta}{dx} z$

Si hacemos: $b = \frac{dP}{dx}$; $c = \frac{d\gamma}{dx}$; $d = \frac{d\delta}{dx}$

Al sustituir: $\frac{d^2 M_z}{dx^2} = P_y$ en $\epsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})]$

Se tiene: $b + cy + dz = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})]$

Que se escribe como: $\sigma_{xx} = E (b + cy + dz) + \nu (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})$

Si aplicamos la hipótesis de la teoría de barras donde los esfuerzos normales son independientes a la ecuación anterior:

$\nu = 0$ La ecuación $\frac{dV_z}{dx} = -P_y$ Se expresa en

la siguiente forma: $\sigma_{xx} = E (b + cy + dz)$ al sustituir

esta ecuación en: $N_x = \int_A dN_x = \int_A \sigma_{xx} dA$

Obtendremos: $N_x = E \left(b \int_A dA + c \int_A y dA + d \int_A z dA \right)$

$$-M_z = E \left(b \int_A y dA + c \int_A y^2 dA + d \int_A yz dA \right)$$

$$M_y = E \left(b \int_A z dA + c \int_A yz dA + d \int_A z^2 dA \right)$$

Las propiedades de área de la sección transversal se representan como sigue:

$$A = \int_A dA$$

Área.

$$Q_y = \int_A z dA$$

Momento estático.

$$Q_z = \int_A y dA$$

Momento estático.

$$I_y = \int_A z^2 dA$$

Momento de inercia.

$$I_z = \int_A y^2 dA$$

Momento de inercia.

$$I_{xy} = \int_A yz dA$$

Momento de inercia.

Las ecuaciones anteriores se pueden escribir así:

$$\frac{1}{E} N_x = A b + Q_z C + Q_y d$$

$$-\frac{1}{E} M_z = Q_z b + I_z C + I_y d$$

$$\frac{1}{E} M_y = Q_y b + I_y C + I_z d$$

Si resolvemos estas ecuaciones tenemos:

$$b = \frac{1}{EA} (I_y I_z - I_{yz}^2) N_x - (Q_y I_z - Q_z I_{yz}) M_y + (Q_z I_y - Q_y I_{yz}) M_z$$

$$C = \frac{1}{EA} (Q_y I_{yz} - Q_z I_y) N_x + (Q_y Q_z - A I_{yz}) M_y - (A I_y - Q_y^2) M_z$$

$$d = \frac{1}{EA} (Q_z I_{yz} - Q_y I_z) N_x + (A I_z - Q_z^2) M_y + (A I_{yz} - Q_y Q_z) M_z$$

$$A = A (I_y I_z - I_{yz}^2) + Q_y (Q_z I_{yz} - Q_y I_z) + Q_z (Q_y I_{yz} - Q_z I_y)$$

Los coeficientes del componente normal de esfuerzo b , c , d , A , están referidos al sistema de referencia local ad-vitatorio.

Si el sistema de referencia local es centroidal,

$$\int_A yz dA = 0$$

$$b = \frac{EA}{1}$$

$$c = - \frac{1}{(I_{YMZ} + I_{ZMY})} E (I_{YZ} - I^2_{YZ})$$

$$d = \frac{1}{(I_{ZMY} + I_{YMZ})} E (I_{YZ} - I^2_{YZ})$$

$$\sqrt{KX} = \frac{A}{NX} \frac{(I_{YMZ} + I_{ZMY})}{(I_{YMZ} + I_{ZMY})} y + \frac{A}{(I_{YZ} - I^2_{YZ})} z$$

Sistema de referencia local centroidal y principal:

$$\int_A y dA = \int_A z dA = \int_A yz dA = 0$$

$$b = \frac{EA}{1}$$

$$c = - \frac{1}{MZ} EIZ$$

$$d = \frac{1}{MY} EIZ$$

El esfuerzo normal queda:

$$\sqrt{KX} = \frac{A}{NX} - \frac{IZ}{MZ} y + \frac{IY}{IY} z$$

Distribucion de los componentes constantes de esfuerzo.

Los componentes de corte del tensor de esfuerzo;

\sqrt{xy} ; \sqrt{xz} de las ecuaciones;

$$U_y = \int_A dU_y = \int \sqrt{xy} dA$$

$$U_z = \int_A dU_z = \int \sqrt{xz} dA$$

Se determinan en forma analogo

Calculo de la componente \sqrt{xy}

Se aisla una cuna y esta se construye mediante un corte hipotetico con un plano paralelo al eje xz, las fuerzas que equilibran la cuna valen;

$$F = \int_A \sqrt{xx} dA \quad U_y = \int_A \sqrt{xy} dA$$

Se suponen las siguientes hipotesis para los ecuaciones de equilibrio de la cuna.

El esfuerzo constante y el esfuerzo normal \sqrt{yx} y \sqrt{yy} se distribuyen uniformemente a lo largo de la linea de corte con el plano de la seccion transversal a lo largo de la distancia bz .

Las ecuaciones de equilibrio de la cuna son:

Equilibrio de fuerzas paralelas al eje x

$$\sum F_x = 0$$

$$- F - \sqrt{yx} bz Ax + F + AF = 0$$

$$\sqrt{yx} = \frac{1}{bz} \frac{AF}{Ax} \quad \text{Si } Ax \rightarrow 0 \quad \sqrt{yx} = \frac{1}{bz} \frac{dF}{dx}$$

46618

Equilibrio de fuerzas paralelas al eje Y

$$\sum F_y = 0$$

$$- U_y - \sqrt{yy} b_z \Delta x + U_y + \Delta U_y = 0$$

$$\sqrt{yy} = \frac{1}{b_z} \frac{\Delta U_y}{\Delta x} \quad \text{cuando } \Delta x \rightarrow 0 \quad \sqrt{yy} = \frac{1}{b_z} \frac{d U_y}{d x}$$

Se utilizara un sistema de referencia centroidal y la

ecuacion:
$$\sqrt{xx} = \frac{N_x}{A} - \frac{I_y M_z + I_{yz} M_y}{I_y I_z - I_{yz}^2} y + \frac{I_z M_y + I_{yz} M_z}{I_y I_z - I_{yz}^2} z$$

$$F = \int_A \left(\frac{N_x}{A} - \frac{I_y M_z + I_{yz} M_y}{I_y I_z - I_{yz}^2} y + \frac{I_z M_y + I_{yz} M_z}{I_y I_z - I_{yz}^2} z \right) dA$$

Como $I_y, I_z, I_{yz}, N_x, M_y, M_z$, son constantes para cualquier region de la seccion transversal, la expresion de F se puede escribir:

$$F = \frac{N_x}{A} \int_A dA - \frac{I_y M_z + I_{yz} M_y}{I_y I_z - I_{yz}^2} \int_A y dA + \frac{I_z M_y + I_{yz} M_z}{I_y I_z - I_{yz}^2} \int_A z dA$$

Para la seccion transversal de la cuna se pueden definir

las constantes siguientes: $A = \int_A dA, Q_y = \int_A z dA, Q_z = \int_A y dA$.

Substituyendo tendremos:

$$F = \frac{N_x}{A} \int_A dA - \frac{I_y M_z + I_{yz} M_y}{I_y I_z - I_{yz}^2} \int_A y dA + \frac{I_z M_y + I_{yz} M_z}{I_y I_z - I_{yz}^2} \int_A z dA$$

Si, $A = \int_A dA, \bar{Q}_y = \int_A z dA, \bar{Q}_z = \int_A y dA$,

$$F = \frac{A}{A} N_x - \frac{I_y M_z + I_{yz} M_y \bar{Q}_z}{I_y I_z - I_{yz}^2} + \frac{I_z M_y + I_{yz} M_z \bar{Q}_y}{I_y I_z - I_{yz}^2}$$

Al calcular $\frac{dF}{dx}$ se consideraba que todas las cantidades de la ecuacion anterior excepto M_y y M_z , son constantes respecto a la variable x , esto por la hipotesis de seccion transversal constante y porque N_x solo se considera actuando en los extremos de la barra.

$$\frac{dF}{dx} = \frac{1}{I_y I_z - I_{yz}^2} \left[- (I_y \bar{Q}_z - I_{yz} \bar{Q}_y) \frac{dM_z}{dx} + (I_z \bar{Q}_y - I_{yz} \bar{Q}_z) \frac{dM_y}{dz} \right]$$

Si substituimos, $\frac{dM_z}{dx} = -V_y$ y $\frac{dM_y}{dx} = V_z$ en la ecuacion anterior,

$$\frac{dF}{dx} = \frac{1}{I_y I_z - I_{yz}^2} (I_y \bar{Q}_z - I_{yz} \bar{Q}_y) V_y + (I_z \bar{Q}_y - I_{yz} \bar{Q}_z) V_z$$

Como: $\sqrt{yx} = \frac{1}{bz} \frac{dF}{dx}$ tenemos:

$$\sqrt{xy} = \frac{1}{bz(I_y I_z - I_{yz}^2)} \left[(I_y \bar{Q}_z - I_{yz} \bar{Q}_y) V_y + (I_z \bar{Q}_y - I_{yz} \bar{Q}_z) V_z \right]$$

Si el sistema de referencia es centroidal y principal

$$\int_A y \, dA = \int_A z \, dA = \int_A yz \, dA = 0$$

$$\sqrt{xy} = \frac{1}{bz} \left(\frac{Q_z}{I_z} V_y + \frac{Q_y}{I_y} V_z \right)$$

Para cuantificar la expresion del refuerzo normal:

$$\sqrt{yy} = \frac{1}{bz} \frac{dV_y}{dx}$$

se requiere de una ecuacion integral, $\bar{V}_y = \int_A \sqrt{xy} \, dA$

con el fin de reducir la magnitud del problema en la determinacion de la ecuacion anterior hacemos la hipotesis siguiente:

$$\sqrt{yy} (Axbz) - \bar{V}_y + V_y + A\bar{V}_y = 0$$

$$\bar{V}_y = \frac{A^*}{A} V_y \quad \frac{V_y}{A^*} = \frac{V_y}{A} \quad V_y = \frac{A^*}{A} V_y$$

Al substituir esta ecuacion: $\sqrt{yy} = \frac{1}{bz} \frac{d\bar{U}_y}{dx}$ tenemos:

$$\sqrt{yy} = \frac{1}{bz} \frac{A^*}{A} \frac{d\bar{U}_y}{dx}$$

$$\sqrt{yy} = \frac{-A^*}{A} \frac{P_y}{bz} \quad \text{Si} \quad \frac{d\bar{U}_y}{dx} = P_y$$

La componente de corte \sqrt{xz} y la componente normal \sqrt{zz} se obtienen con un procedimiento similar,

para una referencia centroidal,

$$\sqrt{xz} = \frac{1}{b_y (I_y I_z - I_{yz}^2)} \left| (I_y Q_z - I_{yz} Q_y) U_y + (I_z Q_y - I_{yz} Q_z) U_z \right|$$

Para una referencia centroidal y principal,

$$\sqrt{xz} = \frac{1}{b_y} \left(\frac{Q_z}{I_z} U_y + \frac{Q_y}{I_y} U_z \right)$$

La componente normal \sqrt{zz} sera:

$$\sqrt{zz} = \frac{A^*}{A} \frac{P_z}{b_y}$$

A^* = Region de la seccion transversal de la cuna

b_y = Dimension de la cuna de corte

Deflexiones debidas al esfuerzo normal:

Denominaremos deflexiones a las componentes del vector Desplazamientos de los puntos del e.e de la barra, Y elastico de la barra a la configuracion deformada del eje de la barra que se define al conocer los desplazamientos de todos sus puntos.

Componentes de desplazamiento paralelos al eje X
 En la direccion del esfuerzo normal \sqrt{xx}

Desplazamientos uniformes. (Todos los puntos de la seccion transversal se desplazan la misma cantidad respecto al eje X :

La componente lineal provocada por este desplazamiento

$$\text{est: } (\epsilon_{xx})_u = \frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx}$$

Desplazamientos debidos a una rotacion de la seccion transversal respecto al eje Z, sabemos por la teoria de Navier que la seccion despues de la deformacion es perpendicular al eje deformado, como los desplazamientos son pequenos el angulo de giro de cualquier seccion transversal se cuantificara igual a la tangente a la curva del eje deformado, como se trata de un giro respecto al eje Z las deflexiones seran paralelas al eje Y y se representaran como V_b

$$(\epsilon_{xx})_{V_b} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\Delta u)_{V_b}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-y \frac{d^2 V_b}{dx^2} \Delta x}{\Delta x} = -y \frac{d^2 V_b}{dx^2}$$

Desplazamientos debidos a una rotacion de la seccion transversal respecto al eje Y

$$(\epsilon_{xx})_{w_b} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\Delta u)_{w_b}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-z \frac{d^2 w_b}{dx^2} \Delta x}{\Delta x} = -z \frac{d^2 w_b}{dx^2}$$

Sabemos que el componente del tensor de deformacion paralelo al eje X es:

$$\epsilon_{xx} = (\epsilon_{xx})_u + (\epsilon_{xx})_{V_b} + (\epsilon_{xx})_{w_b} = \frac{du}{dx} - y \frac{d^2 V_b}{dx^2} - z \frac{d^2 w_b}{dx^2}$$

$$\frac{du}{dx} - y \frac{d^2 V_b}{dx^2} - z \frac{d^2 w_b}{dx^2} = \frac{N_x}{E\Delta} - \frac{I_y M_z + I_z M_y}{E(I_y I_z - I^2_{yz})} y + \frac{I_z M_y + I_y M_z}{E(I_y I_z - I^2_{yz})} z =$$

Si agrupamos terminos,

$$\frac{du}{dx} = \frac{N_x}{E} - \left| \frac{d^2 v_b}{dx^2} - \frac{I_y M_z + I_{yz} M_y}{E(I_y I_z - I_{yz}^2)} \right| \quad y = \left| \frac{d^2 w_b}{dx^2} + \frac{I_z M_y + I_{yz} M_z}{E(I_y I_z - I_{yz}^2)} \right|_{z=0}$$

Para que esta ecuacion sea valida debe satisfacer las siguientes ecuaciones:

$$\frac{du}{dx} = \frac{N_x}{EA}$$

$$\frac{d^2 v_b}{dx^2} = \frac{I_y M_z + I_{yz} M_y}{E(I_y I_z - I_{yz}^2)}$$

$$\frac{d^2 w_b}{dx^2} = - \frac{I_z M_y + I_{yz} M_z}{(I_y I_z - I_{yz}^2) E}$$

Si el sistema de referencia es centroidal y principal, tenemos:

$$\frac{du}{dx} = \frac{N_x}{E}$$

$$\frac{d^2 v_b}{dx^2} = \frac{M_z}{EI_z}$$

$$\frac{d^2 w_b}{dx^2} = - \frac{M_y}{EI_y}$$

Deflexiones debidas al esfuerzo cortante.

$$\sqrt{\gamma_{xy}} = \frac{1}{bz(I_y I_z - I_{yz}^2)} \left| (I_y Q_z - I_{yz} Q_y) U_y + (I_z Q_y - I_{yz} Q_z) U_z \right|$$

Hipotesis para desarrollar el modelo matematico.

Sistema de referencia centroidal y principal.

$$\bar{Q}_y = 0$$

$$\sqrt{\tau}_{xy} = \frac{I_y Q_z V_y}{b z I_y I_z}$$

Vamos a encontrar una relacion entre los esfuerzos cortantes y los desplazamientos!

De la ecuacion constitutiva:

$$f_{xy} = \frac{1}{G} \sqrt{\tau}_{xy} \quad \text{Siendo } f \text{ la deformacion por cortante.}$$
$$2\tau_{xy} = f_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{G} \left(- \frac{Q_z V_y}{b z I_z} \right)$$

$$u = - y \frac{d\sqrt{v}}{dx}$$

$$\frac{du}{dx} = - \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial \sqrt{v}}{\partial x} = \frac{1}{G} \frac{Q_z}{b z I_z} V_y$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{\partial \sqrt{v}}{\partial x} = \frac{\partial \sqrt{s}}{\partial x}$$

$$\frac{1}{G} \frac{Q_z}{b z I_z} V_y = \frac{d\sqrt{s}}{dx}$$

Como $f(x,y,z)$ no puede ser $f(x)$ por la hipotesis de Navier tenemos que introducir un factor de forma:

$$\therefore \sqrt{\tau}_{xy} = f_y \frac{V_y}{A} \quad \text{Siendo } f_y \text{ el factor de forma.}$$

$$f_y = \frac{A}{I_z^2} \int_A \left(\frac{Q_z}{b_z} \right)^2 dA$$

Para cada seccion transversal tendremos factor de forma distinto:

$$\frac{d\sqrt{\epsilon}}{dx} = f_y \frac{V_y}{AG}$$

Si integramos la ecuacion obtenemos el desplazamiento debido al cortante.

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} = \frac{E}{2} \quad \text{Si, } \mu = 0$$

$$f_y = \frac{A}{(I_z)^2} \int_A \left(\frac{Q_z}{b_z} \right)^2 dA$$

$$\phi_y = \frac{12f_y E I_z}{A G l^2}$$

$$\frac{dV_z}{dx} = \frac{\phi_y l^2}{12EI} V_y$$

Con un procedimiento similar obtenemos:

$$\frac{dw}{dx} = \frac{f_z V_z}{G A} \quad \text{Pero, } f_z = \frac{A}{I_y^2} \int_A \left(\frac{Q_y}{b_z} \right)^2 dA$$

$$\phi_z = \frac{12f_y E I_y}{A G l^2}$$

$$\frac{dw}{dx} = \frac{\phi_z l^2}{12EI} V_z$$

Metodos para analizar estructuras esqueléticas.

Ecuaciones de equilibrio, sistema centroidal y principal,
Deflexiones paralelas al eje X

$$EA \frac{du}{dx} = N_x$$

u = Desplazamientos lineales de puntos del eje de la barra.

(Deflexiones paralelas al eje X)

$$EI_z \frac{d^2 \sqrt{b}}{dx^2} = M_z$$

$$EI_z \frac{d^2 \sqrt{s}}{dx^2} = M_z$$

$\sqrt{\quad}$ = Desplazamientos lineales de puntos del eje de la barra.

(Deflexion paralela al eje Y)

$$IEI_z \frac{d \hat{w}}{dx} = \frac{1}{12} \cancel{I_z}^2 U_y$$

\hat{w} = Desplazamientos angulares.

(Rotacion de las secciones transversales paralelas al eje Z)

$$EI_y \frac{d^2 w_b}{dx^2} = -M_y$$

w = Desplazamientos lineales de puntos del eje de la barra.

(Deflexion paralela al eje Z)

$$EI \frac{d \hat{w}_s}{dx} = \frac{1}{2} \cancel{I_z}^2 U_z$$

\hat{w} = Desplazamientos angulares.

(Rotaciones de las secciones transversales respecto al eje Y)

$$M_z = G_j \hat{\theta}$$

$\hat{\theta} = \hat{u}$ = Desplazamientos angulares de las secciones transversales respecto al eje X.

Llamamos puntos nodales frontera a los puntos donde los desplazamientos son conocidos.

Las barras de una estructura esqueletal pueden ser tridimensionales o planas, si son tridimensionales la estructura esqueletal sera tridimensional. Si son planas la estructura esqueletal sera plana.

Si la barra es tridimensional tendra los elementos u, v, w, \hat{u} , \hat{v} , \hat{w} .

Si la barra es plana tendra los elementos u, v, w, unicamente.

Barra Tridimensional.

	e	e
	N_x	M_x
$u, v, w,$		
	e	e
	V_y	M_y
$\hat{u}, \hat{v}, \hat{w},$		
	e	e
	V_z	M_z

Barra Plana.

Plano X Y,	$AE \frac{du}{dx} = N_x$	e	u	N_x
	$EI_z \frac{d^2 v}{dx^2} = M_z$	e	v	V_y
	$EI_z \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{1}{2} \phi y l^2 V_y$	e	\hat{w}	M_z

Plano X Z,	$AE \frac{du}{dx} = N_x$	e	u	N_x
	$EI_y \frac{d^2 w}{dx^2} = -M_y$	e	w	V_x
	$EI_y \frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{1}{12} \phi z l^2 V_z$	e	\hat{v}	M_y

Axiales (Armadura),	$AE \frac{du}{dx} = N_x$	e	$u,$	N_x
	$G_j u = G_j \hat{u} = M_x$	e	$\hat{u},$	M_x

Tendremos entonces;

Estructuras Tridimensionales

Estructuras Planas

Estructuras Axiales (Armaduras)

Grados de Libertad.

Decimos que el grado de libertad de una estructura esquelética corresponde al número de componentes de desplazamientos que caracterizan a una barra.

Número de componentes de desplazamiento en los puntos de la barra.

BARRA	I	GRADOS DE LIBERTAD POR PUNTO	I	GRADOS DE LIBERTAD POR PUNTO ASOCIADO A LOS PUNTOS FRON- TERA.
Tridi- mensional	I I I I	6 Grados	I I I I	12 Grados
Plana	I I	3 Grados	I I	6 Grados
Axial	I I	1 Grado	I I	2 Grados

Podemos saber el número de ecuaciones que tendrá una estructura formada por barra con la tabla siguiente.

TIPO DE ESTRUCTURA	I I I I	NUMERO QUE AL MULTIPLI- CARSE POR EL NUMERO DE PUNTOS NODALES DA EL NU- MERO DE INCOGNITAS.
Tridimensional		6 por el número de puntos de la estructura.
Plana		3 por el número de puntos de la estructura.
Armadura Tridimensional		3 por el número de puntos de la estructura.
Armadura Plana		2 por el número de puntos de la estructura.

Hipotesis de la barra plana.

Existen varios metodos para resolver las estructuras esqueléticas, las mas conocidas son:

- a) El metodo de las rigideces.
- b) El metodo de las flexibilidades.

En el metodo de las rigideces las variables son los elementos cinematicos y se usa una unica estructura cinematicamente determinada.

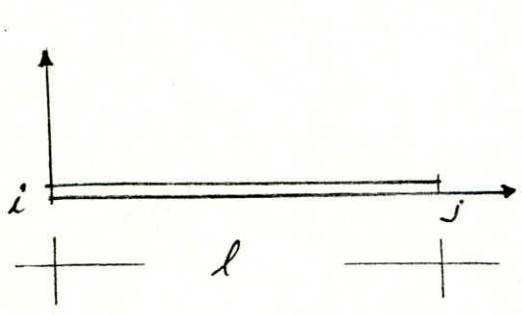
En el metodo de las flexibilidades, las variables son los elementos mecanicos y se usan varias estructuras mecanicamente determinadas.

En ambos metodos se llega a una ecuacion lineal de la forma; $A \cdot x = b$

Nosotros usaremos el metodo de las rigideces por mas eficiente.

Pasos a seguir del metodo de las rigideces.

- 1) Utilizaremos el siguiente modelo matematico.



$$EA \frac{dy}{dx} = N_x$$

$$EIz \frac{d^2 U_b}{dx^2} = M_z \quad \textcircled{1}$$

$$EIz \frac{d^2 U_x}{dx^2} = \frac{1}{12} \phi l^2 y \quad U_y$$

- 2) Aislamos una barra.

3) Se analiza la estructura cinematicamente determinada con desplazamientos nodales nulos; sometida al sistema de cargas considerado, esto es cada barra con las cargas intermedias que lleva. Si integramos el modelo matematico de la barra plana con sus condiciones de frontera obtenemos los elementos mecanicos y cinematicos de la estructura para esta configuracion de equilibrio.

4) Se analiza la estructura cinematicamente determinada, configuracion inicial liberada unicamente el primer desplazamiento restringido, si integramos el modelo matematico de la barra plana aplicando las condiciones de frontera obtenemos los elementos mecanicos y cinematicos de la estructura para esta configuracion de equilibrio.

5) Se analiza la estructura cinematicamente determinada, configuracion inicial en donde liberamos el segundo desplazamiento restringido. Si integramos el modelo matematico de la barra plana, aplicando las condiciones de frontera, obtenemos los elementos mecanicos y cinematicos de la estructura para esta configuracion de equilibrio. En caso de existir mas puntos nodales cuyo desplazamiento se haya restringido, para formar la primera configuracion cinematicamente determinada, se continua el proceso repitiendo los pasos anteriores.

6) Establecemos el equilibrio de la estructura original cuya configuracion cinematica sera la suma de las configuraciones de equilibrio que se analizaron, como el equilibrio se establece en base a los elementos mecanicos asociados a los desplazamientos no nulos que aparecen en los puntos nodales 1 y 2, el equilibrio se establece asi:

$$\begin{matrix} 0 & 1 & 2 & e \\ M1z + M1z + M1z = M1z \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 0 & 1 & 2 & e \\ M2z + M2z + M2z = M2z \end{matrix}$$

Como los elementos mecanicos dependen de las cargas actuantes en la barra y de los desplazamientos de los puntos nodales no restringidos, las ecuaciones anteriores las podemos escribir asi; desde luego usando la forma matricial.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ M1z \\ 0 \\ M2z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K11 & K12 \\ K21 & K22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{w}1 \\ \hat{w}2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ M1z \\ e \\ M2z \end{bmatrix}$$

Se puede esta ecuacion escribir en la forma:

$$\underline{F} + \underline{Ku} = \underline{F}$$

Donde K es la matriz de rigideces de la estructura, la llamamos asi porque a sus componentes se les conoce en el lenguaje de las estructuras como coeficiente de rigideces. Es importante hacer notar que estos coeficientes dependen de la geometria y de el material de que se componen las barras de la estructura.

u Es el vector el vector de desplazamiento de la estructura, esta es la incognita que buscamos y son los desplazamientos generalizados de los puntos nodales de la estructura.

\underline{F}^0 Es el vector que esta formado con las fuerzas de fijacion que aparecen en los puntos nodales restringidos de la estructura original provocados por las cargas que actuan en la barra.

\underline{F}^e Es el vector que esta formado con las fuerzas generalizadas asociadas a los desplazamientos desconocidos de los puntos nodales.

La ecuacion $\underline{A} \underline{x} = \underline{b}$ es igual a la ecuacion:

$$\underline{F}^e + \underline{K} \underline{u} = \underline{F}^e \quad \text{si,}$$

$$\underline{A} = \underline{K} \quad ; \quad \underline{b} = \underline{F}^e - \underline{F}^0 \quad ; \quad \underline{x} = \underline{u}$$

Este modelo matematico es un sistema de ecuaciones algebraicas, lineales, no homogeneas.

La obtencion de este modelo tambien lleva a la obtencion de los desplazamientos generalizados que originalmente se restringieron para construir la primera configuracion cinematicamente determinado.

7) Como ya conocemos los desplazamientos generalizados, podremos calcular las fuerzas generalizadas de todos los puntos nodales de la estructura y los elementos mecanicos y cinematicos en cualquier punto de la misma. La ecuacion anterior se conoce con el nombre de modelo discreto de la estructura esqueletal, este modelo es similar para toda la estructura o para cualquier barra plana.

La notacion utilizada para el modelo discreto standar de la barra plana es la siguiente:

Vector de fuerzas punto nodal i

$$F_i = \begin{vmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ M_{iz} \end{vmatrix}$$

Vector de fuerzas punto nodal j

$$F_j = \begin{vmatrix} F_{jx} \\ F_{jy} \\ M_{jz} \end{vmatrix}$$

Vector de desplazamiento del punto nodal i

$$\underline{u}_i = \begin{vmatrix} u_i \\ v_i \\ \hat{w}_i \end{vmatrix}$$

Vector de desplazamiento del punto nodal j

$$\underline{u}_j = \begin{vmatrix} u_j \\ v_j \\ \hat{w}_j \end{vmatrix}$$

Vector de fuerzas de la barra

$$\underline{F} = \begin{vmatrix} F_i \\ F_j \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ M_{iz} \\ F_{jx} \\ F_{jy} \\ M_{jz} \end{vmatrix}$$

Vector de desplazamiento de la barra

$$\underline{u} = \begin{vmatrix} u_i \\ u_j \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_i \\ v_i \\ \hat{w}_i \\ u_j \\ v_j \\ \hat{w}_j \end{vmatrix}$$

Para construir el modelo discreto standar de una barra plana se necesita la solucion de la misma, sometida a siete condiciones cinematicamente determinadas.

Siendo la primera con la carga externa y desplazamientos nulos en los puntos nodales y las otras seis asociadas a los desplazamientos de los puntos nodales.

Usaremos notacion de superindices.

Usaremos superindice cero para la configuracion cinematicamente determinada con desplazamientos nulos y sometida a cargas originales.

Usaremos superindices con dos simbolos uno asociado al punto nodal y otro al tipo de desplazamiento, en las configuraciones con desplazamientos diferentes a cero.

Para una barra cinematicamente determinada correspondiente a una viga doblemente empotrada y sometida a la carga original. Para un sistema de cargas complejo lo descomponemos en un sistema de cargas simples y obtendremos las siguientes expresiones:

$$\underline{f}^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ f_i \\ 0 \\ f_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_{ix} \\ 0 \\ F_{iy} \\ 0 \\ F_{jx} \\ 0 \\ F_{jy} \\ 0 \\ M_{jz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^n F_{ix} \\ \sum_{m=1}^n F_{iy} \\ \sum_{m=1}^n M_{iz} \\ \sum_{m=1}^n F_{jx} \\ \sum_{m=1}^n F_{jy} \\ \sum_{m=1}^n M_{iz} \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \begin{matrix} (w) \\ (w) \\ (w) \\ (w) \\ (w) \\ (w) \\ (w) \\ (w) \\ (w) \end{matrix}$$

Al vector \underline{F}^0 se le llama vector de fuerzas de fijacion de la barra.

La barra sometida al desplazamiento paralelo al eje X en el punto nodal i

Si integramos las ecuaciones: $\frac{du}{dx} = \frac{N_x}{AE}$ y $\frac{dvs}{dx} = \frac{\phi y I^2 v_y}{12 EIz}$

Con las condiciones de frontera tenemos:

$$\underline{F}^{iu} = \begin{bmatrix} iu \\ Fi \\ iu \\ Fj \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} iu \\ Fix \\ iu \\ Fiy \\ iu \\ Miz \\ iu \\ Fjx \\ iu \\ Fjy \\ iu \\ Mjz \end{bmatrix} = \frac{AE}{l} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad u_i = \underline{K} u_i$$

$$u = \begin{bmatrix} iu \\ 1 - \frac{x}{l} \end{bmatrix}$$

$$v = 0$$

La barra sometida al desplazamiento paralelo al eje Y en el punto nodal i

Si integramos las ecuaciones: $\frac{du}{dx} = \frac{N_x^e}{AE}$ y $\frac{dvs}{dx} = \frac{\phi l^2 v_y}{12 EIz}$

Con las condiciones de frontera tenemos:

$$\underline{F}^{iv} = \begin{bmatrix} iv \\ Fi \\ iv \\ Fj \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} iv \\ Fix \\ iv \\ Fiy \\ iv \\ Miz \\ iv \\ Fjx \\ iv \\ Fjy \\ iv \\ Mjz \end{bmatrix} = \frac{EIz}{(1+\phi_y)l^3} \begin{bmatrix} 0 \\ 12 \\ 6l \\ 0 \\ -12 \\ 6l \end{bmatrix} \quad v_i = \underline{K}_2 v_i$$

$$u^{iv} = 0$$

$$v^{iv} = \frac{1}{(1+\phi\gamma)} \left[2\left(\frac{x}{l}\right)^3 - 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 - \phi\gamma\left(\frac{x}{l}\right) + 1 + \phi\gamma \right] V_i$$

La barra sometida al desplazamiento angular respecto al eje Z en el punto nodal i

Si integramos las ecuaciones: $\frac{du}{dx} = \frac{N_x}{AE}$ y $\frac{dvs}{dx} = \frac{\phi\gamma l^2 v_y}{12 EI}$

Con las condiciones de frontera tenemos:

$$\frac{F^{iw}}{F} = \begin{bmatrix} i\hat{w} \\ F_i \\ j\hat{w} \\ F_j \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} i\hat{w} \\ F_{ix} \\ i\hat{w} \\ F_{iy} \\ i\hat{w} \\ F_{jx} \\ i\hat{w} \\ F_{jy} \\ i\hat{w} \\ M_{jz} \end{bmatrix}}{(1+\phi\gamma)l^3} = \frac{EIz}{(1+\phi\gamma)l^3} \begin{bmatrix} 0 \\ 6l \\ (4+\phi\gamma)l^2 \\ 0 \\ -6l \\ (2-\phi\gamma)l \end{bmatrix} \quad \hat{w}_i = K_3 \hat{w}_i$$

$$u^{iw} = 0$$

$$v^{iw} = \frac{1}{2} \frac{\hat{w}_i x}{(1+\phi\gamma)l^2} \left[2x^2 - (4+\phi\gamma)lx + (2+\phi\gamma)l^2 \right]$$

$K_3 = \text{vector } \underline{F}^{iw}$ cuando $\hat{w}_i = 1$

Barra sometida al desplazamiento paralelo al eje X en el punto j

Al integrar las ecuaciones:

$$\frac{du}{dx} = \frac{N_x^e}{AE}$$

$$\frac{d^2 v_b}{dx^2} = \frac{M_z^e}{EI_z}$$

$$\frac{dV_s}{dx} = \frac{\phi y_l^2 v_y^e}{12 EI_z}$$

Con las condiciones de frontera tenemos:

$$\underline{F}^{ju} = \begin{vmatrix} F_i^{ju} \\ F_j^{ju} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F_{ix}^{ju} \\ F_{jx}^{ju} \\ F_{jy}^{ju} \\ M_{jz}^{ju} \end{vmatrix} = \frac{AE}{1} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad u_j = \frac{K_4}{4} u_j$$

$$u^{ju} = \left(\frac{x}{l} \right) u_j \quad v^{ju} = 0$$

$$K_4 = \underline{F}^{ju} \quad \text{si } u_j = 1$$

Barra sometida al desplazamiento paralelo al eje Y en el punto nodal j

Al integrar las ecuaciones:

$$\frac{du}{dx} = \frac{N_x^e}{AE}$$

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{e}{EIz} Mz$$

$$\frac{dv_s}{dx} = \frac{\phi y l^2 v_y}{12 EIz}$$

Con las condiciones de frontera tenemos:

$$\underline{F}^{jv} = \begin{vmatrix} F_i^{jv} \\ F_j^{jv} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F_{ix}^{jv} \\ F_{iy}^{jv} \\ F_{jx}^{jv} \\ F_{jy}^{jv} \\ F_{jz}^{jv} \end{vmatrix} = \frac{EIz}{(1+\phi y)l^3} \begin{vmatrix} 0 \\ -12 \\ -61 \\ 0 \\ 12 \\ -61 \end{vmatrix} \quad v_j = \underline{K}_5 v_j$$

$$u^{jv} = 0$$

$$v^{jv} = \frac{v_j}{(1+\phi y)} \left[-2\left(\frac{x}{l}\right)^2 + 3\left(\frac{x}{l}\right) + \phi y \right] \left(\frac{x}{l}\right)$$

$$K_5 = \underline{F}^{jv} \quad \text{si } v_j = 1$$

Barra sometida al desplazamiento angular respecto al eje Z en el punto nodal j .

Al integrar las ecuaciones:

$$\frac{du}{dx} = \frac{e}{AE} Nx$$

$$\frac{d^2 V_b}{dx^2} = \frac{M_z}{EIz}$$

$$\frac{dV_s}{dx} = \frac{\phi y l^2 V_y}{12 EIz}$$

Con las condiciones de frontera tenemos;

$$\frac{F}{F} \hat{J}^{\omega} = \begin{vmatrix} F_i \\ F_j \end{vmatrix} \hat{J}^{\omega} = \begin{vmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ M_{iz} \\ F_{jx} \\ F_{jy} \\ M_{jz} \end{vmatrix} \hat{J}^{\omega} = \frac{EIz}{(1+\phi y)^3} \begin{vmatrix} 0 \\ 6l \\ (2-\phi y)l^2 \\ 0 \\ -6l \\ (4+\phi y)l^2 \end{vmatrix} \hat{J}^{\omega} = K_c \hat{w}_j$$

$$u \hat{J}^{\omega} = 0$$

$$v \hat{J}^{\omega} = \frac{1}{2} \frac{\hat{w}_j \times}{(1+\phi y)l^2} \begin{vmatrix} 2x^2 - (2-\phi y)lx - \phi y l^2 \end{vmatrix}$$

$$K_c = \frac{F}{F} \hat{J}^{\omega} \quad \text{si} \quad \hat{w}_j = 1$$

Equilibrio de la barra.

La suma de las fuerzas equilibrantes correspondientes a las configuraciones cinemáticas.

Vectores $\underline{F}_0, \underline{F}_{iu}, \underline{F}_{iv}, \underline{F}_{i\hat{w}}, \underline{F}_{ju}, \underline{F}_{jv}, \underline{F}_{j\hat{w}}$. Debe ser igual al vector de fuerzas equilibrantes de la barra.

Esto lo podemos escribir como:

$$\underline{f}^o + \underline{K}u = \underline{f}^e$$

Ecuaciones de equilibrio de la barra plana referida a un sistema de referencia cartesiano arbitrario o global.

Para transformar la referencia local de una barra a global de la estructura se hace una rotación de ejes.

De aquí en adelante la notación global se hará con una barra horizontal en la parte superior de cada vector.

Transformación de los vectores de la barra.

$$\bar{x} = a \underline{x} \quad \bar{u} = \begin{bmatrix} \bar{u}_i \\ \bar{u}_j \end{bmatrix} \quad \bar{u} = \begin{bmatrix} a^T & u_i \\ a^T & u_j \end{bmatrix}$$

$$\bar{x} = a^T \underline{x}$$

a^T Es la transpuesta de la matriz de cosenos directores de la barra.

$$\bar{u} = \begin{bmatrix} a^T & 0 \\ 0 & a^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \end{bmatrix} = a^T \underline{u}$$

De la misma forma se obtienen las transformaciones de:

$$\underline{F}^o \text{ y } \underline{F}^e$$

$$\underline{f}^o = a^T \underline{f}^o$$

$$\underline{f}^e = a^{-T} \underline{f}^e$$

Si queremos transformar de referencia global a local tendremos:

$$\underline{u} = \bar{a} \bar{u}$$

$$\underline{f}^o = \bar{a} \bar{f}^o$$

\bar{a} Matriz de cosenos directores de la barra plana.

$$\underline{f}^e = \bar{a} \bar{f}^e$$

Transformacion de la matriz de rigideces de la barra de referencia local a global.

$$\underline{f}^u = \underline{k} \underline{u}$$

$$\underline{f}^{-u} = \underline{a}^{-T} \underline{f}^u$$

$$\underline{f}^{-u} = \underline{a}^{-T} \underline{k} \underline{u}$$

$$\underline{f}^{-u} = \underline{a}^{-T} \underline{k} \underline{a} \underline{\bar{u}}$$

$$\underline{\bar{k}} = \underline{a}^{-T} \underline{k} \underline{a}$$

∴ La ecuacion de equilibrio en referencia global es:

$$\underline{f}^o + \underline{\bar{k}} \underline{\bar{u}} = \underline{f}^e$$

$$\underline{f}^o = \underline{a}^{-T} \underline{f}^o = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ C \text{ Fix} & - S \text{ Fix} \\ 0 & 0 \\ S \text{ Fix} & + C \text{ Fix} \\ 0 & \\ C \text{ Fjx} & - S \text{ Fjy} \\ S \text{ Fjx} & + C \text{ Fjy} \\ 0 \\ M_{jz} \end{vmatrix}$$

$$\underline{u} = \underline{\bar{a}} \underline{\bar{u}} = \begin{vmatrix} C \bar{u}_i & + S \bar{v}_i \\ C \bar{v}_i & - S \bar{u}_i \\ \bar{w}_i \\ C \bar{u}_j & + S \bar{v}_j \\ C \bar{v}_j & - S \bar{u}_j \\ \bar{w}_j \end{vmatrix}$$

Numero de ecuacion global del punto nodal N de la estructura correspondiente al equilibrio de fuerzas paralelas al eje X global = $3N-2$

Numero de ecuacion global del punto nodal n de la estructura correspondiente al equilibrio de fuerzas paralelas al eje Y global = $3N-1$

Numero de ecuacion global del punto nodal N de la estructura correspondiente al equilibrio de pares, respecto al eje Z global = $3N$

Como a cada componente de desplazamiento le corresponde una ecuacion de equilibrio al identificar dicha ecuacion podremos identificar al componente de un conjunto formado por los componentes de desplazamiento de cada punto nodal de la estructura. Este conjunto se llama vector de desplazamiento de la estructura \underline{U} sus componentes son:

$\underline{U} (3N-2)$ = Componente de desplazamiento lineal paralelo al eje X global del punto nodal N de la estructura.

$\underline{U} (3N-1)$ = Componente de desplazamiento lineal paralelo al eje Y global del punto nodal N de la estructura.

$\underline{U} (3N)$ = Componente de desplazamiento angular respecto al eje Z global del punto nodal N de la estructura.

De la misma manera se construyen los vectores de fuerzas de fijacion de la estructura \underline{F}^o y de fuerzas externas nodales de la estructura \underline{F}^e

Con esto podemos obtener la ecuacion de equilibrio de la estructura $\underline{F}^o + \underline{K} \underline{u} = \underline{F}^e$ Esta ecuacion se escribe:

$$\underline{K} \underline{u} = \underline{P} \quad \text{Donde } \underline{P} = \underline{F}^e - \underline{F}^o$$

La construccion del vector de fuerzas externas se hace directamente sin construir los vectores \underline{F}^e y \underline{F}^o de cada barra puesto que sus componentes seran las concentraciones externas en los nodos.

Localizados segun la numeracion global; si en el nodo N existen los tres componentes de la fuerza generalizada,

$$F_x, F_y, M_z, \text{ los localizamos asi; } \begin{matrix} e & n \\ \underline{F} & (3N-2) = F_x \end{matrix} ;$$

$$\begin{matrix} e & n \\ \underline{F} & (3N-1) = F_y \end{matrix} ; \begin{matrix} e & n & n & n \\ \underline{F} & (3N) = M_z \end{matrix} \therefore F_x, F_y, \text{ y } M_z. \text{ Deben referirse al sistema global.}$$

Para construir la matriz \underline{K} y el vector \underline{F}^o se necesita calcular para cada barra las matrices $\underline{K}^{(m)}$ y $\underline{f}^{(m)}$ y los vectores $\underline{f}^{(m)}$ y $\underline{f}^{(m)}$. Cada uno de los valores de los arreglos $\underline{K}^{(m)}$ y $\underline{f}^{(m)}$ de una barra ocuparan una localidad en los arreglos \underline{K} y \underline{F}^o de la estructura.

Esto se identifica de acuerdo a la relacion entre la numeracion local de las ecuaciones de la barra, con la numeracion de las ecuaciones de equilibrio de la estructura para cada barra, se construye un arreglo que contenga dicha relacion, llamado indicador de ecuacion de la barra IE. La forma de construirlo es la siguiente:

- IE (1) = 3i-2
 - IE (2) = 3i-1
 - IE (3) = 3i
 - IE (4) = 3j-2
 - IE (5) = 3j-1
 - IE (6) = 3j
- i y j Son los valores de la numeracion global de los puntos nodales de la estructura que corresponden a la barra que se trata.

Y para una barra m se haran de la forma siguiente:

$$K = \begin{matrix} & IF(1) & IF(2) & IF(3) & IF(4) & IF(5) & IF(6) & \\ \left| \begin{matrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & K_{66} \end{matrix} \right. & \left| \begin{matrix} IE(1) \\ IE(2) \\ IE(3) \\ IE(4) \\ IE(5) \\ IE(6) \end{matrix} \right. \end{matrix}$$

$$F^o = \begin{matrix} \left| \begin{matrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{matrix} \right. \end{matrix}$$

Condiciones de frontera de la estructura.

En la estructura existen puntos nodales cuyos desplazamientos son conocidos y este vector desplazamiento debe satisfacer los desplazamientos descritos en los puntos nodales. Si representamos estos desplazamientos conocidos por: \underline{F}

$$\underline{K} \underline{u} = \underline{F}$$

$$\underline{u} \Big|_{\text{puntos frontera}} = \underline{u_f}$$

Tenemos que meter estas condiciones de frontera para poder resolver el modelo matematico en las ecuaciones de equilibrio.

$$K_{kl} u_l = F_k \quad K, l = 1,2 \quad \text{NEC (numero de ecuaciones)}$$

$$\underline{u}_n(m) = \underline{u}(m) \quad m = 1,2 \quad \text{NEF (numero de componentes de desplazamientos prescritos nulos).}$$

El arreglo vectorial \underline{n} contiene las posiciones que guardan los componentes de desplazamientos prescritos de los puntos nodales frontera.

Si los componentes prescritos nulos son tres, a, b, y c, tendremos:

$$NEF = 3 \quad NEF < NEC$$

$$\underline{n} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad a, b, c < NEC$$

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} F \\ u_1 \\ F \\ u_2 \\ F \\ u_3 \end{bmatrix} = 0$$

$$u_a = u_1 = 0$$

$$u_b = u_2 = 0$$

$$u_c = u_3 = 0$$

Si introducimos estas ecuaciones, se obtendran las ecuaciones de equilibrio de la estructura con sus respectivas condiciones de frontera, $\underline{K}^* \underline{u} = \underline{F}^*$

La matriz de rigideces \underline{K}^* se calcula haciendo ceros a todos los elementos de la matriz \underline{K} , en los desplazamientos descritos y colocar un uno en la diagonal principal correspondiente.

Los elementos mecanicos y cinematicos de la estructura se obtienen al resolver $\underline{K}^* \underline{u} = \underline{F}^*$ y sacar el valor de \underline{u} .

Obtencion de los elementos mecanicos y cinematicos de la estructura. Para obtener estos elementos tenemos que resolver la ecuacion $\underline{K}^* \underline{u} = \underline{P}^*$ y obtener \underline{u} vector de desplazamiento de la estructura.

Obtencion de los elementos mecanicos de las barras. Estos los expresamos en referencia local con la ecuacion

$$\underline{f}^o + \underline{k} \underline{u} = \underline{f}^e$$

Como ya hemos obtenido el vector \underline{u} referencia global podemos obtener el vector \underline{u} de desplazamiento de cada barra en referencia local mediante la ecuacion:

$$\underline{u} = \underline{\alpha} \underline{\bar{u}} \quad \left| \begin{array}{l} C \bar{w}_i + S \bar{v}_i \\ C \bar{v}_i - S \bar{u}_i \\ \bar{w}_i \\ C \bar{u}_j + S \bar{v}_j \\ C \bar{v}_j - S \bar{u}_j \\ \bar{w}_j \end{array} \right|$$

El vector de fuerzas externas se cuantifica en forma directa y representa el equilibrio de las fuerzas en los extremos de la barra. Necesitamos obtenerlo para conocer los elementos mecanicos en cualquier punto de la barra, puesto que solo en la ecuacion anterior desconocemos, (una vez cuantificado el vector de fuerzas externas) los elementos mecanicos que es lo que nos interesa saber.

Si las barras son articuladas en alguno de sus extremos, como es el caso de las armaduras las ecuaciones de equilibrio cambian, porque la matriz de rigideces se modifica, ya que cuando se tiene articulacion en un punto el modelo debe de ser nulo.

El caso que nos compete en este trabajo de tesis es el de las armaduras porque nuestra trabe prefabricada trabajara en su primera fase como armadura. Entonces el analisis matricial de estructuras metodo de las rigideces, tiene una gran simplificacion para el caso particular de las armaduras.

Como una armadura considera la barra doblemente articulada los desplazamientos angulares \bar{w}_i y \bar{w}_j son linealmente dependientes de los desplazamientos lineales v_i y v_j . Los desplazamientos angulares se pueden eliminar de las ecuaciones de equilibrio de la barra.

Los vectores quedan así:

$$F^o = \begin{vmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ F_{jx} \\ F_{jy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F_i \\ F_j \end{vmatrix} ; F_i^o = \begin{vmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \end{vmatrix} ; F_j^o = \begin{vmatrix} F_{jx} \\ F_{jy} \end{vmatrix}$$

$$F^e = \begin{vmatrix} e \\ F_{ix} \\ e \\ F_{iy} \\ e \\ F_{jx} \\ e \\ F_{jy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} e \\ F_i \\ e \\ F_j \end{vmatrix} ; F_i^e = \begin{vmatrix} e \\ F_{ix} \\ e \\ F_{iy} \end{vmatrix} ; F_j^e = \begin{vmatrix} e \\ F_{jx} \\ e \\ F_{jy} \end{vmatrix}$$

$$u = \begin{vmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_i \\ u_j \end{vmatrix} ; u_i = \begin{vmatrix} u_i \\ v_i \end{vmatrix} ; u_j = \begin{vmatrix} u_j \\ v_j \end{vmatrix}$$

$$k = \begin{vmatrix} k & 0 & -k & 0 \\ 0 & \xi & 0 & 0 \\ -k & 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \xi \end{vmatrix}$$

La matriz de cosenos directores es:

$$a = \begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c & s \\ -s & c \end{vmatrix}$$

$$a = \begin{vmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c & s & 0 & 0 \\ s & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & s \\ 0 & 0 & -s & c \end{vmatrix}$$

$$\underline{a}^T = \begin{bmatrix} a^T & 0 \\ 0 & a^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & -s & 0 & 0 \\ c & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & -s \\ 0 & 0 & s & c \end{bmatrix}$$

Los elementos de la ecuación de equilibrio en la referencia global son:

$$\underline{F}^o = \underline{a}^T \underline{f}^o = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ C F_{ix} - S F_{iy} \\ 0 & 0 \\ S F_{ix} + C F_{iy} \\ 0 & 0 \\ C F_{jx} - S F_{jy} \\ 0 & 0 \\ S F_{jx} + C F_{jy} \end{bmatrix}$$

$$\underline{K} = \underline{a}^T \underline{K} \underline{a} = \begin{bmatrix} C^2 K + S^2 & C S K & -C^2 K & -C S K \\ & S^2 K + C^2 & -C S K & -S^2 K \\ & & C^2 K + S^2 & C S K \\ & & & S^2 K + C^2 \end{bmatrix}$$

El número de componentes del vector \underline{u} está dado por el número de ecuaciones de la estructura NEC y es $NEC = 2NPE$.

Los dos componentes del vector de desplazamiento del punto nodal N se localizan en el vector de desplazamiento de la estructura \underline{u} en los lugares siguientes:

- 1) Componente de desplazamiento lineal paralelo al eje X global del punto nodal N de la estructura = $u(2N-1)$,
- 2) Componente de desplazamiento lineal paralelo al eje Y global del punto nodal N de la estructura = $u(2N)$,

El vector de fuerzas externas nodales de la estructura \underline{f}^e se cuantifica de acuerdo a los componentes de las concentraciones actuantes en los puntos nodales, o sea si en el nodo N existen los dos componentes paralelos a la referencia global,

F_x^N y F_y^N su contribución al vector \underline{F}^e será:

$$F^e(2N-1) = F_x^N \quad \text{y} \quad F^e(2N) = F_y^N$$

La matriz de rigideces \underline{K} y el vector de fuerzas de fijacion \underline{F}^e de la armadura se cuantifican respectivamente con la matriz de rigideces \overline{K} y el vector \overline{F}^o de cada una de barras de la armadura, la contribucion de cada barra se determina mediante el vector indicador de ecuacion IE que se construye mediante la numeracion global de los puntos nodales de la barra i y j .

$$IE(1)=2i-1 \quad ; \quad IE(2)=2i \quad ; \quad IE(3)=2j-1 \quad ; \quad IE(4)=2j$$

La localizacion de los arreglos \overline{K} y \overline{F}^o de la barra en \underline{K} y \underline{F}^o de la armadura quedan asi:

$$\overline{K} = \begin{matrix} & IE(1) & IE(2) & IE(3) & IE(4) \\ \begin{matrix} \overline{K}_{11} & \overline{K}_{12} & \overline{K}_{13} & \overline{K}_{14} \\ \overline{K}_{21} & \overline{K}_{22} & \overline{K}_{23} & \overline{K}_{24} \\ \overline{K}_{31} & \overline{K}_{32} & \overline{K}_{33} & \overline{K}_{34} \\ \overline{K}_{41} & \overline{K}_{42} & \overline{K}_{43} & \overline{K}_{44} \end{matrix} & \begin{matrix} IE(1) \\ IE(2) \\ IE(3) \\ IE(4) \end{matrix} \end{matrix} ; \quad \overline{F}^o = \begin{matrix} \overline{F}_1^o \\ \overline{F}_2^o \\ \overline{F}_3^o \\ \overline{F}_4^o \end{matrix} \begin{matrix} IE(1) \\ IE(2) \\ IE(3) \\ IE(4) \end{matrix}$$

Todo lo demas o sea condiciones de frontera, solucion del modelo matematico de las ecuaciones de equilibrio, elementos cinematicos y mecanicos se resuelven igual que lo que vimos para el caso general de estructuras esquelatales planas en las paginas anteriores.

III.- TEORIA DEL PANDEO PARA ELEMENTOS DE COMPRESION.

- 1) _ PANDEO
- 2) _ BARRA ARTICULADA EN SUS DOS EXTREMOS
- 3) _ BARRA EMPOTRADA EN SUS DOS EXTREMOS
- 4) _ BARRA EMPOTRADA EN UN EXTREMO Y LIBRE EN EL OTRO
- 5) _ ESBELTEZ
- 6) _ METODOS DE DIMENSIONAMIENTO SIMPLIFICADO PARA ESTRUCTURAS ESQUELETALES.
- 7) _ PANDEO DE MIEMBROS PRISMATICOS Y MARCOS METALICOS.

1) PANDEO.

Lo llamaremos flexion por compresion.

Supongamos que se tiene un prisma recto sometido a la accion de dos fuerzas iguales F que actuan en el eje de la barra y en sentido opuesto.
Si esta fuerza aumenta llega un momento en que la fibra media que era recta al principio se deformara curvandose y esto sera mas facil a medida que la longitud de la barra aumenta.

Estudiaremos la carga que va a producir la deformacion del eje neutro, esto es la carga critica.
Podremos tener algunos casos?

- a).- Barra empotrada en sus dos extremos.
- b).- Barra empotrada en un extremo y libre en el otro.
- c).- Barra articulada en sus dos extremos.

2) BARRA ARTICULADA EN SUS DOS EXTREMOS.

Vamos a estudiar una barra articulada en sus dos extremos.

Sea un prisma de longitud L y de seccion constante F sometida a cargas P_e si su momento de inercia es I min y r el radio de giro:

$$i = \sqrt{\frac{I \text{ min}}{F}}$$

Supongamos que bajo la accion de la carga la fibra media AB se ha deformado tomando la posicion ABC de su elastica.

Si consideramos una seccion mn distante x del apoyo A , Si llamamos ay la deformacion de la fibra media en la seccion correspondiente mn ; esto es a una altura x , esta deformacion o excentricidad nos provoca un momento flexionante:

$$M_{mn} = P_e y$$

De la ecuacion diferencial de la elastica:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -M \quad (1)$$

Remplazando tendremos:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -Pc y \quad (2)$$

Si integramos tenemos:

$$y = c \operatorname{sen} \left(x \sqrt{\frac{Pc}{EI}} \right) + c \operatorname{cos} \left(x \sqrt{\frac{Pc}{EI}} \right) \quad (3)$$

Determinaremos el valor de las constantes para:

$$x = 0 \quad Y \quad a = 0 \quad \text{En } (3) \quad 0 = 0 + c \quad c = 0$$

$$x = 1 \quad Y \quad b = 0 \quad \text{En } (3) \quad 0 = c \operatorname{sen} \left(1 \sqrt{\frac{Pc}{EI}} \right) + 0$$

$$c = 0 \operatorname{sen} \left(1 \sqrt{\frac{Pc}{EI}} \right) = 0$$

$$\text{La solución de esta ecuación es: } 1 = \sqrt{\frac{Pc}{EI}} = \pi k \quad (4)$$

Siendo k un número entero y constante.

Despejando Pc de (4) y elevando al cuadrado:

$$1^2 \frac{Pc}{EI} = k^2 \pi^2 \quad Pc = \frac{k^2 \pi^2 EI}{1^2}$$

La fatiga de ruptura será la carga crítica de pandeo entre el área.

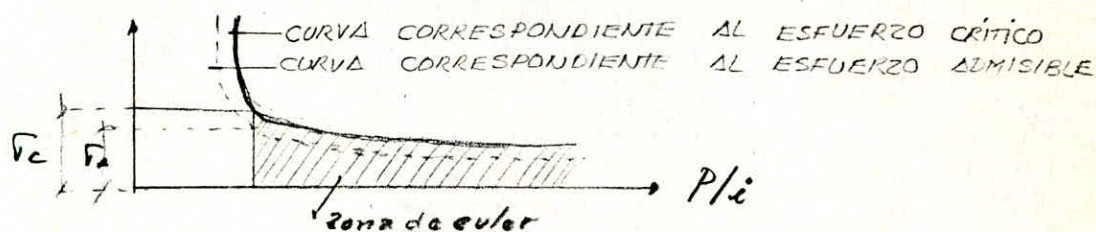
$$\text{La fatiga crítica será: } \sqrt{c} = \frac{Pc}{A}$$

Sustituyendo Pc por su valor y dando $k = 1$ tenemos:

$$\sqrt{c} = \frac{k^2 \pi^2 EI}{1^2 A} \quad \text{si } \frac{I}{A} = i^2$$

$$\sqrt{c} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{1}{i}\right)^2} \quad \frac{1}{i} = \text{es lo que conocemos como relación de esbeltez.}$$

Si hacemos una grafica en ordenadas \sqrt{c} y en abscisas $\frac{l}{i}$ veremos que para valores muy pequenos de $\frac{l}{i}$ la fatiga critica \sqrt{c} es infinita y para valores grandes el valor de \sqrt{c} es pequeno, se deduce tambien que para valores iguales o menores a la fatiga de ruptura, es la zona de Euler. La otra zona es inelastica.



3) BARRA EMPOTRADA EN SUS DOS EXTREMOS.

Si el miembro esta empotrado en sus dos extremos; en este caso $M_{mn} = -P_c$ y $+M$

La ecuacion de la elastica sera:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -P_c y + M$$

Si integramos tenemos:

$$y = c \operatorname{sen} \left(x \sqrt{\frac{P_c}{EI}} \right) + c' \operatorname{cos} \left(x \sqrt{\frac{P_c}{EI}} \right) + \frac{M}{P_c}$$

Para determinar las constantes diferenciamos la ecuacion y empleamos las condiciones de frontera.

$$0 = c' + M/P_c \quad c' = -M/P_c$$

$$\text{para } x = 0 \quad \frac{dy}{dx} = 0$$

$$0 = c \sqrt{\frac{P_c}{EI}} \quad \text{como } \sqrt{\frac{P_c}{EI}} \neq 0$$

$$\text{Entonces } c = 0 \quad \text{como } \sqrt{\frac{P_c}{EI}} \neq 0 \quad \text{y como para } x = l \quad y = 0$$

$$0 = 0 + c' \cos \left(l \sqrt{\frac{Pc}{EI}} \right) + \frac{M}{Pc}$$

$$0 = - \frac{M}{Pc} \cos \left(l \sqrt{\frac{Pc}{EI}} \right) + \frac{M}{Pc}$$

$$0 = - \frac{M}{Pc} \left(\cos \left(l \sqrt{\frac{Pc}{EI}} \right) - 1 \right)$$

y como $\frac{M}{Pc} \neq 0$

$$\cos l \sqrt{\frac{Pc}{EI}} - 1 = 0$$

$$\cos l \sqrt{\frac{Pc}{EI}} = 1$$

La solución de esta ecuación será:

$$l \sqrt{\frac{Pc}{EI}} = k \pi \quad \therefore \quad l^2 \frac{Pc}{EI} = k^2 \pi^2$$

$$Pc = \frac{k^2 \pi^2 EI}{l^2} \quad \text{si } k = 2$$

$$Pc = \frac{4 \pi^2 EI}{l^2}$$

4) BARRA EMPOTRADA EN UN EXTREMO Y LIBRE EN EL OTRO.

$$M_{mn} = - Pc y + M - T x$$

Como para $x = l \quad M_b = 0 \quad y = 0$

$$0 = M - T l$$

$$M = T l \quad T = \frac{M}{l}$$

$$M_{mn} = - Pc y + M \frac{Mx}{l}$$

La ecuación diferencial de la elástica será:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = - \frac{Pc y}{EI} + \frac{M}{EI} \left(1 - \frac{x}{l} \right)$$

La integral general de esta ecuacion es:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{Pc}{EI}y + \frac{M}{EI} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

Y la integral general de esta ecuacion es:

$$y = c \operatorname{sen} \left(x \sqrt{\frac{Pc}{EI}} \right) + c' \operatorname{cos} \left(x \sqrt{\frac{Pc}{EI}} \right) + \frac{M}{Pc} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

Para determinar las constantes diferenciales la ecuacion;

$$\frac{dy}{dx} = c \sqrt{\frac{Pc}{EI}} \operatorname{cos} \left(x \sqrt{\frac{Pc}{EI}} \right) - c' \sqrt{\frac{Pc}{EI}} \operatorname{sen} \left(x \sqrt{\frac{Pc}{EI}} \right) + \frac{M}{Pc} \left(-\frac{1}{l}\right)$$

Para $x = 0$ $y_A = 0$ $\frac{dy}{dx} = 0$

$$\therefore 0 = c' + \frac{M}{Pc} \quad \therefore c' = -\frac{M}{Pc}$$

$$0 = c \sqrt{\frac{Pc}{EI}} - \frac{M}{Pc l} \quad \therefore c = \frac{M}{Pc l} \sqrt{\frac{EI}{Pc}}$$

Como para, $x = l$ $y_b = 0$

$$0 = c \operatorname{sen} \left(l \sqrt{\frac{Pc}{EI}} \right) + c' \operatorname{cos} \left(l \sqrt{\frac{Pc}{EI}} \right)$$

Reemplazando los valores de c y c' :

$$0 = \frac{M}{Pc l} \sqrt{\frac{EI}{Pc}} \operatorname{sen} \left(l \sqrt{\frac{Pc}{EI}} \right) - \frac{M}{Pc} \operatorname{cos} \left(l \sqrt{\frac{Pc}{EI}} \right)$$

Si llamamos $\delta = l \sqrt{\frac{Pc}{EI}}$ tenemos:

$$0 = \frac{M}{Pc} \left(\frac{1}{l} \sqrt{\frac{EI}{Pc}} \operatorname{sen} \delta - \operatorname{cos} \delta \right)$$

Y dividiendo entre $\operatorname{cos} \delta$,

$$0 = \frac{M}{P_c} \left| \begin{array}{cc} 1 & EI \\ - & - \tan \gamma - 1 \end{array} \right|$$

como $\frac{M}{P_c} \neq 0$ entonces debera ser:

$$1 \sqrt{\frac{EI}{P_c}} \tan \gamma - 1 = 0$$

$$1 \sqrt{\frac{EI}{P_c}} \tan \left(1 \sqrt{\frac{P_c}{EI}} \right) = 1$$

$$\tan \left(1 \sqrt{\frac{P_c}{EI}} \right) = \frac{1}{\sqrt{\frac{EI}{P_c}}} = 1 \sqrt{\frac{P_c}{EI}}$$

La solucion de esta ecuacion es:

$$1 \sqrt{\frac{P_c}{EI}} = 1.433 \pi$$

$$1^2 \sqrt{\frac{P_c}{EI}} = (1.433 \pi)^2 \quad \therefore P_c = \frac{(1.433 \pi)^2 EI}{1^2}$$

$$P_c = \frac{2.05 \pi^2 EI}{1^2} = \frac{2 \pi^2 EI}{1^2} \quad P_c = \frac{2 \pi^2 EI}{1^2}$$

Al deducir la ecuacion $P_c = \frac{\pi^2 EI}{1^2}$ hemos supuesto que, $\frac{P_c}{EI}$

es constante, esto es admisible si el elemento es de seccion constante en toda su longitud, el producto EI lo sera siempre que no rebase \sqrt{p} el limite de proporcionalidad inherente al material en consecuencia la formula tendra validez hasta el estado limite.

El coeficiente de resistencia al pandeo es; $\sqrt{c} = \frac{P_c}{F}$ el

radio de giro minimo es; $i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{F}}$ la esbeltez

mecanica sera $\frac{1}{i} = K$ podremos escribir la ecuacion en la forma:

$$\sqrt{c} = \frac{P_c}{F} = \frac{\pi^2 EI}{l^2 F} = \pi^2 E \left(\frac{i}{l} \right)^2$$

$$\text{Si } x^2 = \left(\frac{l}{i} \right)^2 \quad \sqrt{c} x^2 = \pi^2 E$$

Esta ecuacion nos representa una hipercuboica y esta en funcion de la fatiga \sqrt{c} y de la esbeltez $\frac{l}{i}$.

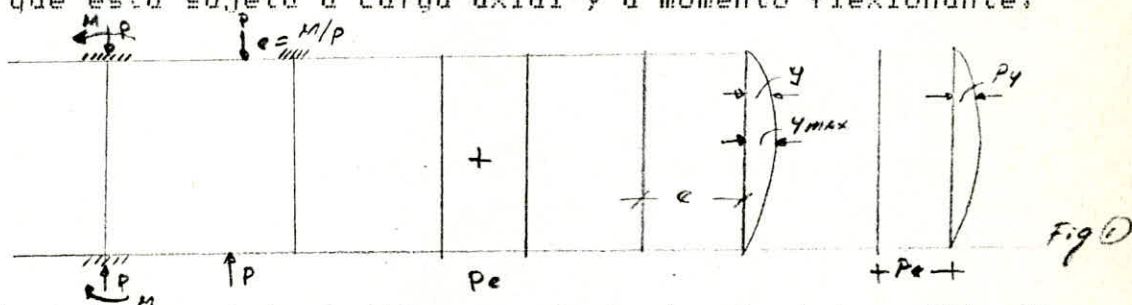
La formula de Euler ya no podra aplicarse cuando $\sqrt{c} = \sqrt{p}$ o sea solo se puede aplicar hasta el limite de proporcionalidad.

$$\sqrt{p} x^2 = \pi^2 E \quad \text{la esbeltez critica sera: } x_p \gg \pi \sqrt{\frac{E}{p}}$$

Esto nos indica que tenemos que utilizar factores de seguridad adecuados para poder utilizar la teoria de Euler.

5) ESBELTEZ.

El efecto de esbeltez es la reduccion de resistencia de un elemento sujeto a compresion axial o a flexocompresion. Esto se debe a que la longitud del elemento es grande en comparacion con las dimensiones de su seccion transversal. Vamos a considerar una columna articulada en sus extremos y que esta sujeto a carga axial y a momento flexionante.



El sistema original (1) es equivalente al sistema (2). El diagrama de momentos lo tenemos en la fig. (3). Al aplicar la carga F al sistema fig. (4), este se deforma y como consecuencia de esto aumenta la distancia de la linea de accion de las cargas F , al eje de la columna, o sea crece la excentricidad de la carga en una cantidad y el momento flexionante sera:

$$M = P_e + P_y + P(e + y) \quad \text{Y el momento maximo sera a la mitad de la altura de la columna } M_{\max} = P(e + y_{\max}).$$

Como consecuencia de los momentos adicionales P_y , la resistencia de elemento se reduce respecto a la resistencia que tendria si solo se aplicase P_e .

También esta reducción por esbeltez se debe al desplazamiento lateral relativo entre los dos extremos de la columna, (marcos no contraventeados - marcos asimétricos en carga o en geometría).

Si llamamos momentos de primer orden a los que no consideran las deformaciones de la columna y de segundo orden a los que si la consideran, figs.(1-2) y figs.(3,4,5) respectivamente y si la rigidez del cabezal es infinita:

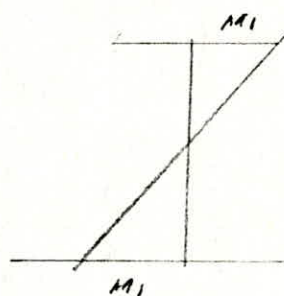
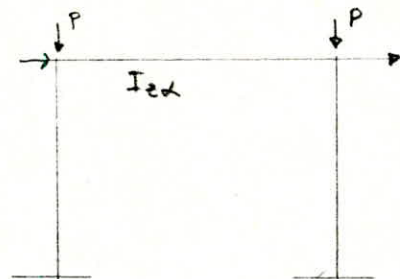


Fig 2

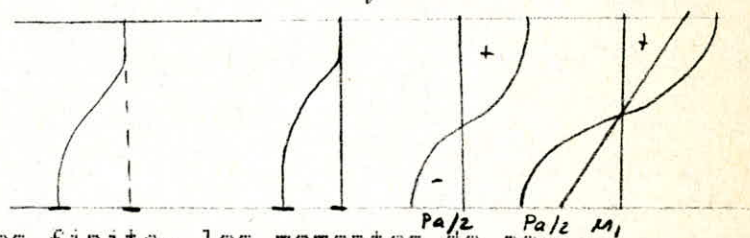


Fig 3

Si la rigidez de la viga es finita, los momentos de segundo orden son diferentes en los dos extremos de la columna.

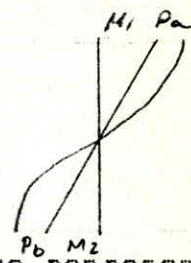
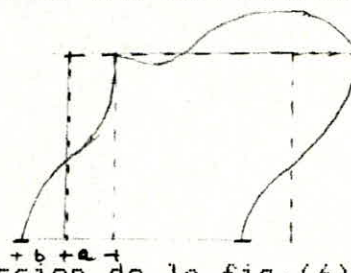
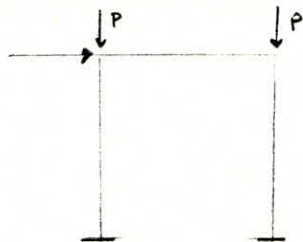
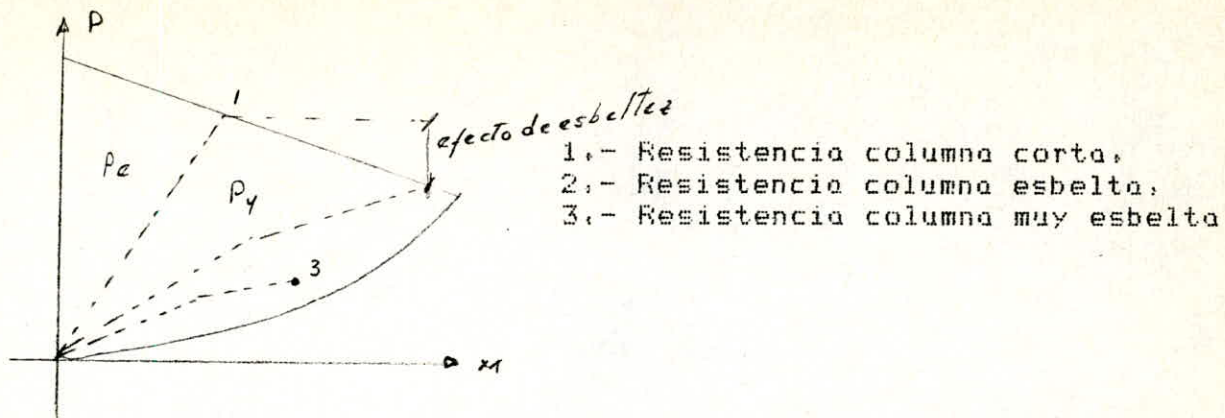


Fig 4

Sea el diagrama de interacción de la fig.(6) que representa una columna corta donde se desprecian los efectos de esbeltez, si aumentamos la carga y mantenemos constante la excentricidad; las combinaciones de carga y momento quedan representadas por la recta 0-1.

Ahora sea una columna esbelta fig.(7), si la carga aumenta progresivamente las combinaciones de P y M quedan representadas por la recta 0-2. Si observamos veremos que la diferencia de las abscisas se deben a los momentos adicionales P_y y su resistencia es menor que la columna corta.

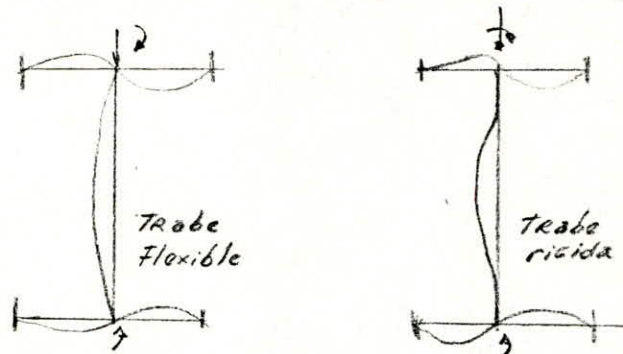
Se dice que una columna sumamente esbelta falla por inestabilidad si la carga aplicada alcanza su valor máximo antes de que la línea que representa la historia de carga corte al diagrama de interacción y se dice que la columna falla por pandeo súbito del elemento.



Influencia de algunas variables sobre la resistencia de columnas esbeltas que forman parte de estructuras.

1.- Rigidez a flexion de las trabes que restringen a la columna.

Si la trabe es muy rigido, mayor sera el grado de empotramiento o restriccion de la columna en sus extremos y por lo tanto seran menores las deflexiones en la columna y por lo tanto tambien los momentos de segundo orden disminuiran.



2.- Rigidez a flexion de la columna.

Entre mayor sea la rigidez de una columna, menores seran sus deflexiones y los momentos de segundo orden disminuiran. Esta rigidez a flexion de la columna depende de:

Seccion transversal

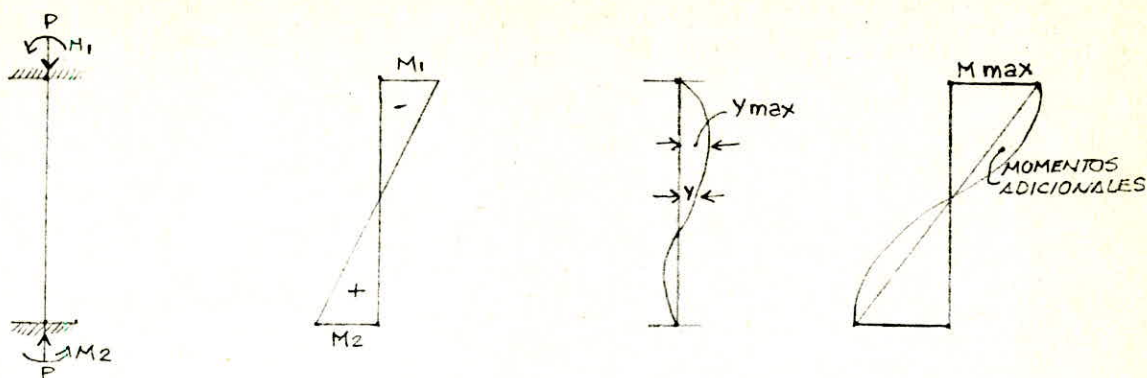
Esbeltez de la columna
(long./radio giro)

Modulo de elasticidad del concreto.
Porcentaje del refuerzo longitudinal.
Longitud de la columna

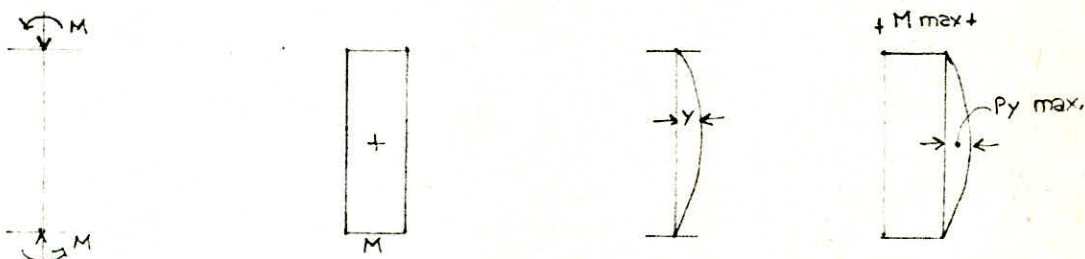
3.- Relacion de excentricidades en los dos extremos de la columna y tipo de curvatura.

Se considerara la relacion entre los momentos en los dos extremos de la columna que influye en la magnitud de las deflexiones y de los momentos de segundo orden.

Las columnas que tienen momentos iguales de signo en cabeza y pie de las mismas, se deforman con doble curvatura; en este caso el momento maximo total no es la suma de los momentos de primer y segundo orden sino un valor menor y su maximo puede estar en cualquier punto de la columna.



Las columnas que tienen momentos opuestos de signo deforman lo mismo con curvatura simple, el momento maximo es la suma del momento primario mas el momento secundario y la reduccion de resistencia por esbeltez es mayor.



4.- Desplazamiento lateral relativo entre los dos extremos de la columna.

Cuando los marcos pueden desplazarse lateralmente los momentos de segundo orden son mayores que cuando los marcos no pueden desplazarse lateralmente.

Tambien este desplazamiento depende si la rigidez a flexion de las vigas es pequena en relacion con la rigidez a flexion de las columnas o viceversa.

Tambien depende del tipo de carga, ya que hay mayor desplazamiento en un marco si lo sometemos a cargas horizontales que si estas son verticales.

Tambien es necesario considerar la estructura en conjunto y no un marco por separado para poder valorar el desplazamiento lateral, porque puede darse el caso de tener junto a un marco un eje o base de muros rigidos que por su rigidez van a absorber el mayor porcentaje de carga que los marcos adjuntos.

5.- Duracion de la carga.

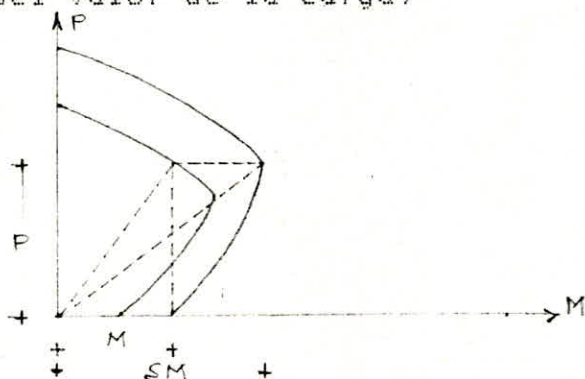
Cuando la carga por un periodo prolongado de tiempo las deflexiones aumentan por efecto de contraccion y flujo plastico del concreto por lo que aumentaran los momentos de segundo orden y como consecuencia se reducira la carga por efecto de esbeltez; o sea que la solucion rigurosa tomando en cuenta lo que hemos visto seria calcular las deflexiones adicionales y los momentos de segundo orden, esto tiene los siguientes inconvenientes:

- a) Complicidad y laboriosidad del calculo.
- b) Uso de computadoras.
- c) Tomar en cuenta los efectos de flujo plastico.
- d) Las rigideces de los elementos varian con los etapos de carga.

6) METODOS DE DIMENSIONAMIENTO SIMPLIFICADO PARA ESTRUCTURAS ESQUELETALES.

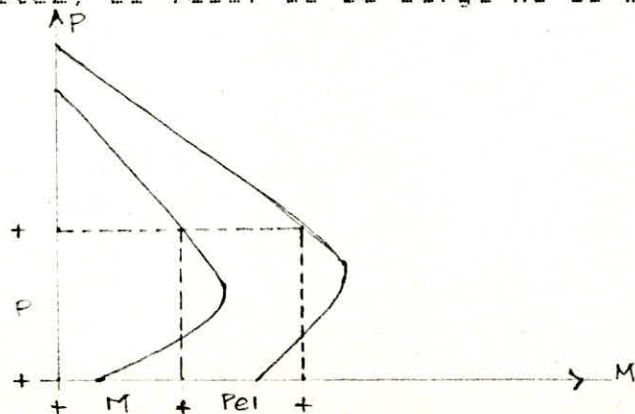
1.- Metodo de amplificacion de momentos.

Consiste en obtener el valor de la carga axial P y el momento flexionante M en las columnas de una estructura por medio de un analisis de primer orden y dimensionar las columnas para el mismo valor de P y para un momento amplificado M donde es mayor que la unidad; depende del valor de la carga.



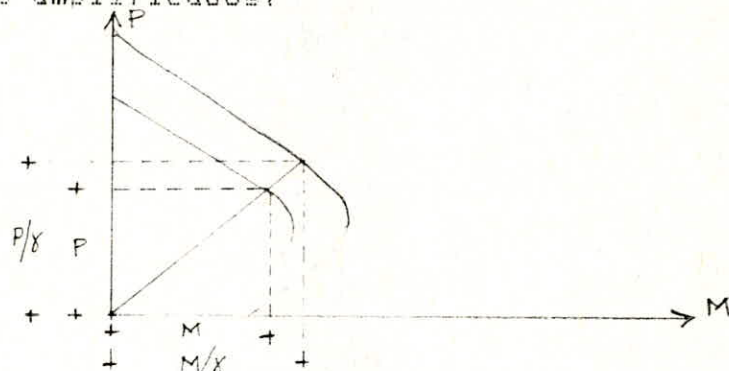
2.- Metodo de momento complementario.

Consiste en calcular los valores de P y M mediante un analisis de primer orden, con estos valores se calcula $e = M/P$, excentricidad que tendria la columna sino hubiera esbeltez, a esta excentricidad se le agrega una excentricidad adicional que esta en funcion de las principales variables que intervienen en la reduccion de resistencia por esbeltez, el valor de la carga no se modifica.



3.-Metodo del factor de reduccion.

En este metodo se supone que la carga axial y el momento que puede resistir una columna esbelta son iguales a los que puede resistir una columna corta multiplicados por un factor de reduccion. Y siempre es menor que la unidad por lo que los valores de P y M obtenidos de un analisis de primer orden se dividen entre γ y con esto se obtienen los valores amplificados.



4.- Metodo ACI 1971 ,

Se realiza aplicando una ecuacion diferencial de segundo orden o un procedimiento numerico de aproximaciones sucesivas, pero un analisis simplificado indica que el momento maximo de una viga columna (elemento sujeto a carga axial y flexion), que se deforma en curvatura simple puede calcularse en forma aproximada por la siguiente ecuacion:

$$M_{\max} = M_0 + P a / (1 - (P/P_0)) \quad (1)$$

M_0 = momento maximo de primer orden,
 a = deflexion maxima de primer orden,
 P = carga axial,
 P_0 = carga critica de Euler.

En el caso de vigas columnas que se deforman en curvatura simple y que tienen momentos iguales en ambos extremos, la ecuacion (1) se convierte en:

$$M_{\max} = M_0 / (1 - (P/P_0)) \quad (2)$$

Para otros casos por la ecuacion:

$$M_{\max} = C_m M_0 / (1 - (P/P_0)) \quad (3)$$

C_m es un factor que hace equivalente el diagrama de momentos flexionantes del elemento al diagrama de un elemento con momentos iguales en ambos extremos, la ecuacion (3) puede expresarse:

$$M_{\max} = \delta M_0 \quad (4)$$

Donde; $\delta = C_m / (1 - (P/P_o))$ (5)

δ = factor de amplificación de momentos.

$$C_m = 0.6 + 0.4(M_1/M_2)$$

Si existe la posibilidad de desplazamiento lateral $C_m=1$
 M_1 y M_2 son los momentos en los extremos de la columna,
 M_2 es el momento mayor.

La ecuación (3) se convierte en ecuación (2) si $M_1 = M_2$
 y $C_m = 1$

$$P_o = \pi^2 EI / (Klu)^2$$

E = modulo de elasticidad.

I = momento de inercia.

Klu = longitud efectiva de pandeo.

$$EI = \frac{E_c I_g / 5 + E_s I_s}{1 + C_d}$$

$$EI = \frac{E_c I_g / 2.5}{1 + C_d}$$

E_c = modulo de elasticidad del concreto.

E_s = Modulo de elasticidad del acero.

I_g = momento de inercia seccion gruesa.

I_s = momento de inercia del refuerzo respecto al eje centroidal de la columna.

C_d = relacion entre el momento producido por la carga muerta y el momento total.

La longitud efectiva de pandeo Klu depende del grado de restriccion de la columna en sus extremos y de la posibilidad de que exista desplazamiento lateral relativo.

El grado de restriccion depende de la relacion entre las rigideces de las columnas y del piso y queda definido de la forma siguiente:

$$\psi = \frac{K_{col}}{K_{piso}} \quad \psi = 0 \quad \text{si hay empotramiento.}$$

$\sum K_{col}$ = son las columnas que concurren en un nudo de la estructura, (rigidez).

$\sum K_{piso}$ = son las rigideces de los elementos que forman el sistema d piso i estan contenidos en el plano del marco estructural que se analiza, o sea que no se incluyen en la suma de rigideces de las trabes perpendiculares al marco.

Si $Klu/r > 34-12 (M_1/M_2)$

Si $Klu/r > 22$

Hay efecto de esbeltez.

Donde r = radio de giro de la seccion.
0.30 el lado menor para columnas rectangulares.
0.25 el diametro para columnas circulares.

Si $Kl_u/r > 100$ no se permite el metodo simplificado.

Procedimiento de calculo por esbeltez.

- 1.- Calcular propiedades de secciones columnas y trabes.
- 2.- Calcular rigideces trabes y columnas.
 $K = I/l$
- 3.- Calcular $\sum K_{col}$ y $\sum K_{piso}$
- 4.- Calcular longitud efectiva de pandeo.
- 5.- Calcular radio de giro.
- 6.- Calcular EI

$$EI = \frac{E_c I_g / 2.5}{1 + C_d}$$

- 7.- Calcular carga critica.
 $P_o = \pi^2 EI / (Kl_u)^2$
- 8.- Calcular factor de amplificacion.
 $\delta = C_m / (1 - (P/P_o))$
- 9.- Calcular el momento amplificado.
 $M_a = M \delta$

7) PANDEO DE MIEMBROS PRISMATICOS Y MARCOS METALICOS.

1.- Introduccion.

Los miembros esbeltos que trabajan a compresion fallan por pandeo cuando la carga axial alcanza un determinado valor critico.

Bajo ciertas condiciones, un sistema no puede alcanzar un estado de equilibrio y la perturbacion (fuerza o desplazamiento), causa una deformacion de magnitud indeterminada. Tal condicion corresponde a un estado critico del sistema y se conoce como pandeo.

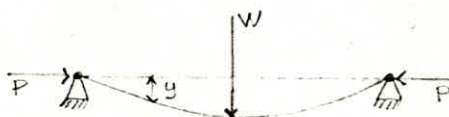
Considerese un miembro esbelto en compresion, articulado en sus extremos y sujeto a una carga axial P y a otra transversal W , que actua a la mitad de su longitud. (Fig.1). El comportamiento de esta viga-columna en el rango elastico se describe mediante las condiciones geometricas y de equilibrio.

$$M_x = \frac{W}{2} x + P y \quad (1)$$

$$Mx = -\frac{1}{e} EI = -EI \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (2)$$

La ecuación diferencial resultante es:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} + Py + \frac{W}{2} x = 0 \quad (3)$$



Y su solución es:

$$y = -\frac{1}{2} \frac{W}{P} x \left[\frac{\operatorname{sen} \alpha x}{\alpha x \cos(\alpha L/2)} - 1 \right] \quad (4)$$

Donde $\alpha = (P/EI)^{1/2}$ E es el módulo de elasticidad del material, e I es el momento de inercia de la sección transversal.

Resulta evidente, de la ecuación (4), que cuando $\cos(\alpha L/2)$ es cero, la deformación y es infinita, aun cuando W sea infinitesimalmente pequeña. Esta condición corresponde a:

$$\alpha L = \frac{\pi}{2} \quad \text{o} \quad \alpha = \left(\frac{P}{EI} \right)^{1/2} = \frac{\pi}{2L} \quad \text{o} \quad P = P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (5)$$

En esta forma se obtiene la carga crítica de pandeo P_{cr} para un miembro esbelto en compresión.

2.- Pandeo elástico de miembros prismáticos cargados axialmente.

La carga crítica de pandeo definido por la ecuación (5) es válida para miembros prismáticos rectos, idealizados mediante las siguientes hipótesis:

- El material es linealmente elástico y no se excede en ningún caso el esfuerzo correspondiente a su límite de proporcionalidad.
- El módulo elástico del material es el mismo en tensión que en compresión.
- El material es perfectamente homogéneo e isotrópico.
- EL miembro es perfectamente recto inicialmente y la aplicación de la carga axial es perfectamente concentrada con el centroide de su sección transversal.
- Los extremos del miembro son articulaciones perfectas sin fricción, soportados en tal forma que su acortamiento no está restringido.

- f) La seccion del miembro no se tuerce y sus elementos no sufren pandeo local.
- g) EL miembro se encuentra totalmente libre de esfuerzos residuales.
- h) Se puede utilizar la aproximacion de deformaciones pequeñas para definir la curvatura del eje deformado de la columna.

Para un miembro ideal como este la inestabilidad se caracteriza por una deflexion y igual a cero con cargas P que aumentan hasta el valor critico Pcr y por una bifurcacion en el punto de carga critica, ya sea con y igual a cero o con una y indeterminada, que satisfaga la solucion matematica.

Para una columna ideal, que satisfaga las hipotesis (a) hasta (h), el esfuerzo axial esta distribuido uniformemente sobre la reaccion transversal para todos los valores de carga hasta llegar a la carga critica y por lo tanto el esfuerzo critico fcr puede definirse como sigue:

$$fcr = \frac{Pcr}{A} = \frac{\pi^2 EI}{L^2 A} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \quad (6-a)$$

Donde $r = \sqrt{I/A}$ es el radio de giro minimo de la seccion transversal. Resulta conveniente expresar esta ecuacion en forma adimensional, dividiendo ambos terminos entre el esfuerzo de fluencia Fy del material, en cuyo caso la ecuacion queda:

$$\frac{fcr}{Fy} = \frac{1}{\lambda^2} \quad (6-b)$$

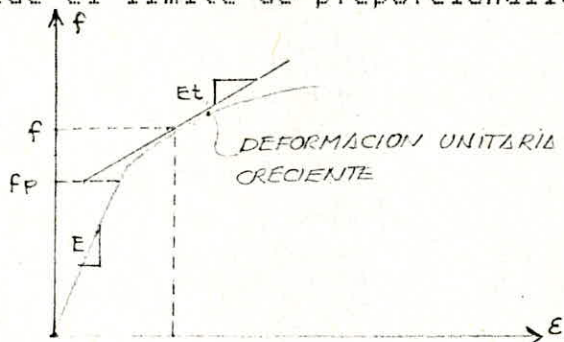
Donde $\lambda = (L/r)(Fy/\pi^2 E)^{1/2}$

La ecuacion (6-a) es conocida como la formula de Euler. Define el esfuerzo critico como una funcion del modulo elastico E y de la relacion de esbeltez L/r, una característica geometrica adimensional de una columna ideal

3.- Pandeo inelastico de miembros prismaticos cargados axialmente.

La suposicion de un comportamiento linealmente elastico del material de una columna ideal solo es valida mientras el esfuerzo critico fcr no excede el limite de proporcionalidad fp. En columnas reales, el material posee un diagrama esfuerzo-deformacion con una porcion curva por arriba del limite de proporcionalidad, como lo indica la fig.(4).

En un cierto esfuerzo $f > f_p$, la pendiente de la curva esfuerzo-deformación se define por medio del modulo tangente E_t , el cual es mas pequeño que E , basado en la relacion lineal. Por tanto, la carga critica F_{cr} que se basa en la suposición de un comportamiento linealmente elastico del material ya no es valida cuando el esfuerzo critico excede el limite de proporcionalidad.



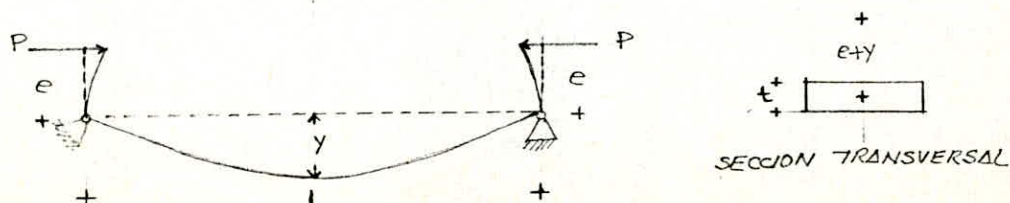
Engesser, sugirió que la carga critica de pandeo de una columna cargada axialmente dentro del rango inelastico se puede definir por medio de la ecuación de Euler siempre y cuando se remplace E por E_t que corresponda al esfuerzo critico; es decir:

$$f_{cr} = \frac{\pi^2 E_t}{(L/r)^2} \quad (7)$$

Esta relacion se basa en la hipotesis de que la deformación de todas las fibras de la seccion transversal estan controladas por la ley $(df/dx) = E_t$, o sea que no tiene lugar ninguna descarga de las fibras.

Sustituyendo los valores correspondientes de E_t y f_{cr} en la ecuación (7), pueden determinarse los valores de la relacion de esbeltez L/r para cada caso, como:

4.- Pandeo de miembros prismaticos cargados excentricamente.



Consideremos un miembro esbelto en compresión, articulado en sus extremos y cargado excentricamente fig.(5). Podemos describir el comportamiento de esta viga-columna en el rango elástico como sigue:

$$\text{Equilibrio} \quad Mx = Pe + Py \quad (9)$$

$$\text{Geometria} \quad Mx = -EI \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (10)$$

$$\text{por tanto} \quad EI \frac{d^2 y}{dx^2} + Py + Pe = 0 \quad (11)$$

$$\text{cuya solución es:} \quad Y = e \left[\frac{\cos \alpha (L/2) - \alpha x}{\cos (\alpha L/2)} - 1 \right] \quad (12)$$

Donde $\alpha = (P/EI)^{1/2}$, La forma de la ecuación (12) es semejante a la de la ecuación (4) y por lo tanto puede concluirse que la carga crítica de pandeo, que corresponde a una deformación infinita, puede obtenerse haciendo: $\cos(\alpha L/2) = 0$, lo que lleva a $P = P_{cr} = \pi^2 EI/L^2$ como en la ecuación (5)

Esta solución es correcta si el esfuerzo máximo f_m debido al efecto combinado de la carga P , la excentricidad e y la deflexión máxima y (en $x = L/2$), es menor que el esfuerzo del límite de proporcionalidad del material f_p . Este esfuerzo f_m es:

$$F_m = \frac{P}{A} + \frac{P(e + y_m)c}{I} \quad (13)$$

Donde c es la distancia del eje centroidal de la sección transversal a la fibra extrema de la misma. Sustituyendo y_{max} de la ecuación (12) en la ecuación (13) se tiene:

$$F_m = \frac{P}{A} \left(1 + \frac{ec}{r^2} \sec \frac{L}{2r} \sqrt{\frac{P}{AE}} \right) \quad (14)$$

5.- Pandeo Torsional.

Considerese la columna de sección T mostrada en la fig. (6), cargada a través del centroide de la sección, la cual se supone que se pandea lateralmente por flexión. A causa de la forma curvada del eje de la columna, la carga vertical deja de ser normal a la sección transversal plana y tiene una componente normal y una cortante respecto a la sección.

Esta componente cortante centroidal no pasa a través del centro de cortante y por tanto causa un torcimiento de la columna.

La magnitud de la carga crítica Pz, cr para pandeo torsional puro, puede determinarse considerando la torsión restringida combinada con compresión, tal como la carga de Euler puede determinarse considerando la flexión combinada con compresión:

$$Pz, Cr = \frac{1}{r_z^2} \left(\frac{\pi^2 E K_b}{L^2} + G K_t \right) = \frac{G K_t}{r_z^2} \left(1 + \pi^2 \frac{a^2}{L^2} \right) \quad (15)$$

r = radio de giro polar al eje centroidal z
 E, G = modulo de Young y modulo de cortante
 K_b = constante de torsión flexión
 K_t = constante de rigidez torsional
 $a = (E K_b / G K_t)^{1/2}$

El modo de pandeo, es decir por flexión pura, por torsión pura o por torsión y flexión combinadas, depende de la excentricidad de la carga, de la localización del centro de cortante y de la simetría de la sección transversal.

6.- Longitud efectiva de los miembros en compresión.

El concepto de longitud efectiva está basado en gran parte en su utilización en la fórmula de Euler. Definiendo la longitud efectiva de una columna en términos de su longitud total sin soporte y del coeficiente de fijación C de sus extremos, la carga crítica de Euler para un miembro con restricciones en sus extremos está dada por:

$$P_{cr} = \frac{c \pi^2 EI}{L^2} + \frac{\pi^2 EI}{L^2 / c} \quad (16)$$

Si la longitud efectiva L_e se define como $L/\sqrt{C} = KL$, la ecuación (16) se simplifica a:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2} \quad (17)$$

La fig.15 muestra los tipos comunes de condiciones de extremos con el valor teórico K para cada caso.

IV.- TEORIA DE DISEÑO PLÁSTICO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO.

- 1) TEORIA GENERAL.
- 2) SECCIONES SUB-REFORZADAS.
- 3) SECCIONES BALANCEADAS.
- 4) SECCIONES SOBRE-REFORZADAS.
- 5) SECCIONES T.
- 6) SECCIONES L.
- 7) SECCIONES DOBLEMENTE ARMADAS.

1) TEORIA GENERAL DE DISEÑO PLASTICO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO.

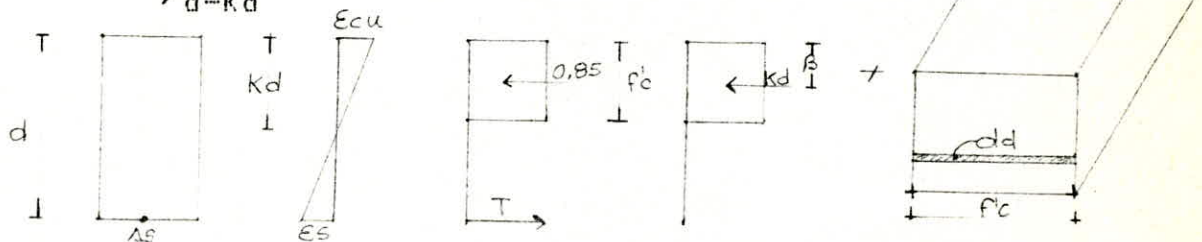
Sabemos que en una viga de concreto reforzado se debe cumplir con las ecuaciones siguientes:

$$\sum M_i = M_u$$

$$\sum F_i = 0 \quad \text{por lo tanto } C = T$$

$$T = A_s f_s$$

$$C = b \int_{d-kd}^d f'_c d = \alpha b kd f'_c$$



El valor de α se considera una constante obtenida por ensayos, vale $\alpha = 0.72$ si $f'_c < 280 \text{ Kg/cm}^2$.

El valor de β lo consideramos también como una constante obtenida por ensayos y vale $\beta = 0.425$ si $f'_c < 280 \text{ Kg/cm}^2$, y disminuye 0.002 por cada 70 Kg/cm² arriba de 280 Kg/cm².

$$M_u = C (d - kd\beta) = T (d - kd\beta)$$

Vamos a estudiar una distribución de esfuerzos ficticia cuya área sea igual a $0.72 b kd f'_c$ y que su fuerza resultante este aplicada en el centro de dicho diagrama. Será necesario afectar los términos f'_c y kd por unas constantes k_1 y k_2 tales que al multiplicarse entre si nos den 0.72, estas constantes tendrán un valor de 0.85 para que $0.85 \times 0.85 = 0.72$.

De la ecuación de arriba tenemos dos incógnitas f_s y kd esfuerzo del acero y profundidad del eje neutro, por lo que necesitamos una ecuación adicional a la que llamaremos ecuación de compatibilidad de deformaciones.

$$f_s = E \epsilon_s \quad \text{si } \epsilon_s < \epsilon_y$$

$$f_s = f_y \quad \text{si } \epsilon_s \geq \epsilon_y$$

En el primer caso, el concreto fallara primero. (Sección sobre reforzada).

En el segundo caso fluira el acero (seccion sub reforzada).

Si llamamos porcentaje a la siguiente relacion $p = A_s / A_c$
 y porcentaje mecanico a; $q = p f_y / f'_c = A_s f_y / b d f'_c$

2) SECCIONES SUB REFORZADAS.

$$\epsilon_s > \epsilon_y \quad y \quad f_s = f_y$$

las ecuaciones de equilibrio quedaran:

$$T = C \quad \text{por lo tanto:}$$

$$A_s f_s = 0.85 k_1 d k_d f'_c$$

$$\text{Si } f_s = f_y \quad \text{entonces} \quad A_s f_y = 0.85 k_1 d k_d f'_c \quad (1)$$

$$M_u = A_s f_s (d - 0.425 k_d)$$

$$\text{Si } f_s = f_y \quad \text{entonces} \quad M_u = A_s f_y (d - 0.425 k_d) \quad (2)$$

Despejando k_d de (1) y sustituyendo en (2) tenemos:

$$k_d = \frac{A_s f_y}{0.85 k_1 b f'_c}$$

$$M_u = A_s f_y \left(d - \frac{0.425 A_s f_y}{0.85 k_1 b f'_c} \right)$$

Si dividimos entre $b d^2 f'_c$ tenemos:

$$\frac{M_u}{b d^2 f'_c} = \frac{A_s f_y}{b d^2 f'_c} = d \left(1 - \frac{0.5 A_s f_y}{k_1 b d f'_c} \right)$$

Sustituyendo los valores de porcentaje de acero y porcentaje mecanico, tenemos:

$$\frac{M_u}{b d^2 f'_c} = q (1 - 0.59 q)$$

3) SECCIONES BALANCEADAS.

Para cada caso hemos supuesto $\epsilon_s \geq \epsilon_y$, para saber si esto es cierto tenemos que calcular ϵ_s .

Por relacion de triangulos tenemos:

$$\frac{\epsilon_s}{\epsilon_{cu}} = \frac{d - k_d}{k_d}$$

o bien;

$$\frac{k_d}{d} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y}$$

por lo tanto:

$$k = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} \quad (3)$$

$$\begin{array}{l} \text{Si: } k_u = k_d ; \quad \epsilon_s < \epsilon_y \\ \quad k_u = k_d ; \quad \epsilon_s > \epsilon_y \\ \quad k_u = k_d ; \quad \epsilon_s = \epsilon_y \quad \text{y} \quad f_s = f_y \end{array}$$

Sustituyendo (3) en (1)

$$A_s f_y = 0.85 k_1 b \left(\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} \right) d f'_c$$

$$\frac{A_s f_y}{b d f'_c} = \left(\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} \right) 0.85 k_1$$

Si sustituimos el porcentaje mecanico balanceado;

$$q_b = \frac{A_s f_y}{b d f'_c} \quad \text{tendremos: } q_b = \left(\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} \right) 0.85 k_1$$

Para conocer q_b es necesario conocer ϵ_y y ϵ_{cu} ; ϵ_y es conocido y ϵ_{cu} lo podemos conocer porque sabemos que la deformacion al aplastamiento del cilindro es $\epsilon_{cu} = 0.005$, y en flexion es $\epsilon_{cu} = 0.003$, $0.003 < \epsilon_{cu} < 0.005$, se recomienda usar $\epsilon_{cu} = 0.003$ y el valor de $\epsilon_y = f_y / E_s$.

El reglamento del D.D.F. recomienda que q_b sea calculado por la expresion:

$$q_b = \frac{4800}{f_y + 6000} \quad \text{Segun el reglamento de D.D.F. ;}$$

$$M_r = F_r b d^2 f^*c q (1 - 0.5 q) \quad \text{donde } F_r = 0.8$$

$$f^*c = \left(1.05 - \frac{f^*c}{1250} \right) f^*c \leq 0.85 f^*c$$

$$f^*c = 0,8 f'c$$

$$As_{\text{mim}} = \frac{0,7 f'c}{f_y}) b d$$

$$As_{\text{max}} = \frac{f^*c}{f_y} \left(\frac{4800}{f_y + 6000} \right) b d$$

4) SECCIONES SOBRE REFORZADAS.

En este caso el concreto se aplasta antes de que fluya el acero, $\epsilon_s < \epsilon_y$, de acuerdo con la ley de Hooke;

$f_s = \epsilon_s E$, Si establecemos igualdad de triangulos tenemos:

$$\frac{\epsilon_s}{\epsilon_{cu}} = \frac{d - kd}{kd} \quad \text{por lo tanto;} \quad \epsilon_s = \frac{1 - k}{k} \epsilon_{cu}$$

Sustituyendo este valor en la ley de Hooke tenemos:

$$f_s = \left(\frac{1 + k}{k} \epsilon_{cu} \right) E$$

Sustituyendo este valor en la ecuacion de equilibrio de fuerzas, tenemos que; $C = T$, por lo tanto:

$$0,85 k_1 b kd f'c = As \left(\frac{1 - k}{k} \right) \epsilon_{cu} E$$

Simplificando:

$$0,85 k_1 b d f'c k^2 = As E \epsilon_{cu} - As E \epsilon_{cu} k$$

$$0,85 k_1 b d f'c k^2 - As E \epsilon_{cu} + As E \epsilon_{cu} k = 0$$

Dividiendo toda la ecuacion entre $b d f'c$

$$0,85 k_1 k^2 - \frac{As E \epsilon_{cu}}{b d f'c} + \frac{As E \epsilon_{cu}}{b d f'c} k = 0$$

Si dividimos toda la ecuacion por y y sustituimos, $p = As / bd$ tenemos:

$$0,85 k_1 k^2 - p \frac{\epsilon_{cu} \epsilon_y E}{\epsilon_y f'c} + p \frac{\epsilon_{cu} \epsilon_y E k}{\epsilon_y f'c} = 0$$

Como $q = p E \epsilon_y / f'c$, ya que $E \epsilon_y = f_y$, segun la ley de Hooke. Sustituyendo tenemos:

$$0,85 k_1 k^2 - q \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_y} + q \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_y} k = 0$$

Con esta formula podemos calcular K ,

$$Mu = As fs (d - 0.425 kd)$$

Sustituyendo fs por su valor tenemos:

$$Mu = As \frac{(1 - K)}{K} \epsilon_{cu} E (d - 0.425 kd)$$

pero como; E $\epsilon_y = f_y$

$$Mu = As \frac{(1 - K)}{K} \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_y} f_y (d - 0.425 kd)$$

Si dividimos entre $b d^2 f'c$ tenemos:

$$\frac{Mu}{b d^2 f'c} = \frac{As f_y (1 - K)}{b d f'c K} \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_y} (1 - 0.425 K)$$

Sustituyendo el valor del porcentaje mecanico tenemos:

$$q = \frac{As f_y}{b d f'c}$$

$$\frac{Mu}{b d^2 f'c} = q \frac{(1 - K)}{K} \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_y} (1 - 0.425 K)$$

5) SECCIONES "T" ,

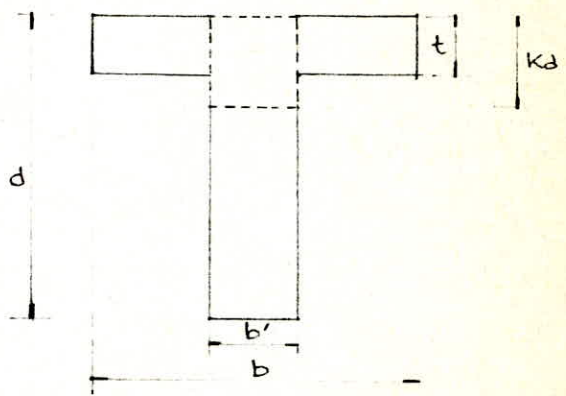
Condiciones:

- $b \leq 16 t + b'$
- $b \leq L/4$
- $b \leq 5$

Para que sea una viga "T", el eje neutro debera caer en el alma $kd > t$, de lo contrario sera una seccion rectangular de ancho b.

Las condiciones de equilibrio:
 $\sum F = 0$ $\sum Mi = Mu$

La primera condicion; $C_T = C_s + C_p = T$.



Sustituyendo cada termino por su valor:

$$\textcircled{1} \quad A_s f_s = b' k_d 0.85 k_1 f'c + (b-b') t k_3 f'c; \quad k_3 = 0.85$$

Tenemos dos incognitas, k y f_s . Si tomamos momentos con respecto al punto de aplicacion de la resultante de compresion del alma:

$$\textcircled{2} \quad M_e = (b-b') t k_3 f'c (0.425 k_d - t/2) + A_s f_y (d - 0.425 k_d)$$

en que las incognitas son ; k , f_s , y M_e .

Del diagrama de deformaciones:

$$\frac{k_d}{\epsilon_{cu}} = \frac{d}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} \quad \text{por lo tanto} \quad k = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y}$$

Sustituyendo este valor en $\textcircled{1}$ y $f_s = f_y$, es decir considerando la seccion sobre reforzada:

$$A_s f_y = b' d k_1 f'c \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} + 0.85 + (b-b') t k_1 f'c$$

Dividiendo entre $b' d f'c$ tenemos:

$$\frac{A_s f_y}{b' d f'c} = 0.85 k_1 \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} + \frac{(b-b')}{b' d} t k_1 = q_b$$

y este es el valor del porcentaje mecanico balanceado.

Pueden suceder dos casos:

1.- Si $q \leq q_b$, $\epsilon_s > \epsilon_y$, $f_s = f_y$ (sub-reforzada).

Ya tenemos dos ecuaciones con dos incognitas, k_d y M_u . Las ecuaciones $\textcircled{1}$ y $\textcircled{2}$ quedan:

$$\textcircled{1} \quad A_s f_y = b' k_d 0.85 k_1 f'c + (b-b') t 0.85 f'c$$

$$\textcircled{2} \quad M_u = (b-b') t k_1 f'c (0.425 k_d - t/2) + A_s f_y (d - 0.425 k_d)$$

De la ecuacion $\textcircled{1}$ podemos despejar k_d ,

$$k_d = \frac{A_s f_y - (b-b') 0.85 t f'c}{0.85 k_1 b' f'c}$$

Y sustituyendo el valor de k_d en $\textcircled{2}$, obtendremos M_u .

$$M_u = (b-b') k_1 t f'c \left(0.425 \left(\frac{A_s f_y - (b-b') 0.85 t f'c}{0.85 k_1 b' f'c} \right) \right)$$

$$+ A_s f_y \left(d - 0.425 \left(\frac{A_s f_y - (b-b') 0.85 t f'c}{0.85 k_1 t f'c} \right) \right)$$

2.- Si $q \geq q_b$, $\epsilon_s < \epsilon_y$, $f_s < f_y$ (sobre-reforzada)

En este caso se debe seguir un metodo de tanteos, suponiendo valores de k_d , hasta que se cumpla la ecuacion (1) y sustituyendo este valor y el de f_s que resulte del diagrama de deformaciones en la ecuacion (2) obteniendo M_u .

Para que se cumpla con la condicion de que $k_u d \geq t$, se puede poner:

$$k_u d \geq t \quad \text{por lo tanto} \quad k_u \geq t/d$$

Sustituyendo en (1):

$$0.85 k_1 k_u d b f'c \geq A_s f_y$$

$$0.85 k_1 (t/d) d b f'c \geq A_s f_y$$

Dividiendo entre $b d f'c$:

$$0.85 k_1 t/d \geq q, \quad \text{por lo tanto:}$$

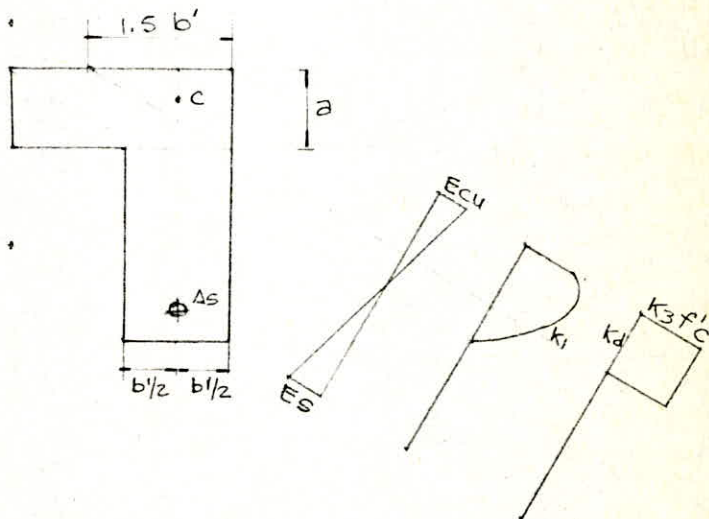
$$q \leq 0.85 k_1 t/d$$

(Ver reglamento 2.1.2 c).

6) SECCIONES "L".

Flexion de una seccion "L".

Si no hay restriccion lateral y se aplica solo una carga vertical, la resultante de las fuerzas de compresion tienen que estar precisamente sobre la resultante de las fuerzas de tension.



Si la seccion es sub-reforzada, las ecuaciones de equilibrio seran:

$$A_s f_y = \frac{1}{2} (1.5 b' a 0.85 f'c) \quad (1)$$

$$M_u = A_s f_s (d - a/3) \quad (2)$$

Sustituyendo $A_s f_y$:

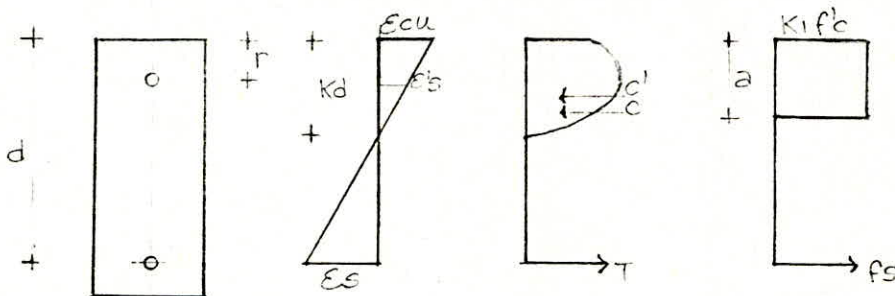
$$M_u = 0.75 b' a 0.85 f'c (d - a/3)$$

Si $q = \frac{A_s f_y}{b' d f'c}$ y de (1) $a = \frac{2 A_s f_y}{1.5 b' 0.85 f'c}$

Dividiendo (2) entre $b' d^2 f'c$ y sustituyendo q y a :

$$\frac{M_u}{b' d^2 f'c} = q (1 - 0.53 q)$$

7) SECCIONES DOBLEMENTE ARMADAS.



Condiciones de equilibrio; $\sum F_i = 0$ y $\sum M_u = 0$
Tomando momentos con respecto a C:

$$C' (a/2 - r) + T (d - a/2) = M_r$$

En le diagrama rectangular:

$$C' = A_s f's \quad T = A_s f_s \quad C = 0.85 K_1 f'c K_d b$$

Como; $\sum F_i = 0$ y $C' + C - T = 0$

$$(1) \quad A's f's + 0.85 K_1 f'c K_d b - A_s f_s = 0$$

$$(2) \quad A's f's (0.425 K_d - r) + A_s f_s (d - 0.425 K_d) = M_u$$

Tenemos dos ecuaciones con cuatro incognitas; Mu, fs, k, f's, que se podran resolver si $\epsilon_s \gg \epsilon_y$ y $\epsilon'_s \gg \epsilon_y$ entonces $f's = fs = fy$; del diagrama de deformaciones:

$$\frac{Kd}{d} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} = k$$

Esta es la profundidad del eje neutro que se necesita para que el acero de tension fluya. Pero para que los dos aceros fluyan al mismo tiempo, se necesita que $fs = fy$ y que $f's = fy$,

Sustituyendo en la ecuacion (1) k por el valor necesario para que el acero fluya y f's por fy y fs por fy :

$$A's \quad fy + 0.85 k_1 f'c \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} b d - A_s fy = 0$$

$$(A_s - A's) fy = 0.85 k_1 f'c \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} b d$$

Y dividiendo entre f'c b d :

$$\frac{(A_s - A's) fy}{f'c b d} = 0.85 k_1 \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y}$$

Puesto que; $q = \frac{A_s fy}{b d f'c}$ y $q' = \frac{A's fy}{b d f'c}$

$$\text{queda; } q - q' = 0.85 k_1 \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} = (q - q') b t$$

(Balanceada en tension),

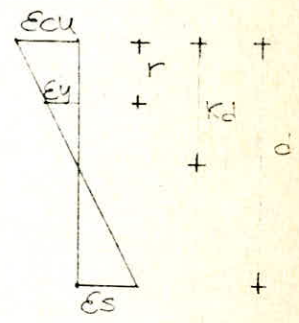
Si se cumple esta condicion, el acero de tension fluye, por lo tanto si:

$$q - q' = 0.85 k_1 \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} \quad \text{fallara por tension.}$$

Tambien por triangulos semejantes:

$$\text{Si } \epsilon'_s = \epsilon_y, \quad \frac{Kd}{\epsilon_{cu}} = \frac{Kd - r}{\epsilon_y}$$

$$\text{por lo tanto; } Kd \epsilon_y = Kd \epsilon_{cu} - r \epsilon_{cu}$$



$$k_d = \frac{r \epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} - \epsilon_y} \quad \text{es el valor de } k_d ,$$

Para que el acero en compresion fluya, esto es $\epsilon'_s = \epsilon_y$

$$k = \frac{r \epsilon_{cu}}{(\epsilon_{cu} - \epsilon_y) d} , \quad \text{sustituyendo este valor de } k \text{ en la}$$

ecuacion (1)

$$A'_s f_y + 0,85 k_1 f'_c \frac{r \epsilon_{cu}}{(\epsilon_{cu} - \epsilon_y) d} b d - A_s f_y = 0$$

Aqui se cumplen las dos condiciones al mismo tiempo como en el primer caso:

$$(A_s - A'_s) f_y = 0,85 k_1 f'_c \frac{r \epsilon_{cu}}{(\epsilon_{cu} - \epsilon_y) d} b d$$

$$\frac{A_s - A'_s}{b d f'_c} f_y = 0,85 k_1 \frac{r \epsilon_{cu}}{(\epsilon_{cu} - \epsilon_y) d}$$

$$q - q' = 0,85 k_1 \frac{r \epsilon_{cu}}{(\epsilon_{cu} - \epsilon_y) d} = (q - q') b c$$

Por lo tanto si la diferencia de porcentajes mecanicos es tal que:

$$q - q' = 0,85 k_1 \frac{r \epsilon_{cu}}{(\epsilon_{cu} - \epsilon_y) d} \quad \text{el acero en compresion fluye}$$

$$\text{si; } q - q' = 0,85 k_1 \frac{r \epsilon_{cu}}{(\epsilon_{cu} - \epsilon_y) d} , \quad k \frac{r \epsilon_{cu}}{(\epsilon_{cu} - \epsilon_y) d}$$

Entonces $\epsilon'_s < \epsilon_y$, caso en el que el concreto fallara antes que el acero.

De lo anterior podemos concluir; para que tanto el acero de tension, como el de compresion fluyan antes de que el concreto falle, es decir para tener una falla ductil es necesario que:

$$q - q' \leq (q - q') b t \quad \text{y} \quad q - q' \geq (q - q') b c$$

Y en este caso si se puede resolver el problema.

Suponiendo que se cumplen las dos condiciones, las ecuaciones (1) y (2) quedan:

$(A_s - A'_s) f_y = 0.85 k_1 f'_c k_d b$, y despejando k :

$$k = \frac{(A_s - A'_s) f_y}{0.85 k_1 d b f'_c} = \frac{q - q'}{0.85 k_1}$$

Podríamos sustituir el valor de k en la ecuación (2) pero nos valdremos de un artificio para ahorrar trabajo, haremos:

$A_s = A'_s + A_{s2}$, como ambas están fluyendo:

$T = C' + A_{s2} f_y = C' + (A_s - A'_s) f_y = C + T_2$

Las dos fuerzas C' forman un par, y ahora en vez de usar la ecuación (2) tomando momentos con respecto a C :

$M = A'_s f_y (d-r) + (A_s - A'_s) f_y (d - 0.425 k_d)$

Y puesto que:

$$k = \frac{q - q'}{0.85 k_1}, \text{ de la ecuación (1)}$$

$$M = A'_s f_y (d-r) + (A_s - A'_s) f_y \left(d - 0.425 \frac{q - q'}{0.85 k_1} d \right)$$

y con esta ecuación ya podemos resolver el problema.

Ahora si no se cumplen las condiciones necesarias para poder aplicar la ecuación anterior, supondremos diferentes valores de k_d hasta que la ecuación (1) se cumpla y una vez que esto suceda, sustituiremos k por su valor en (2) y obtendremos M_u .

Reglamento: $M_r = F_r [(A_s - A'_s) f_y (d - a/2) + A'_s f_y (d - d')]$ en donde:

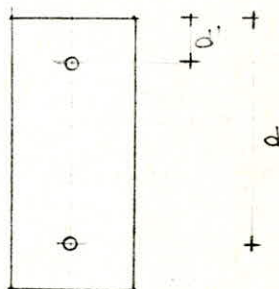
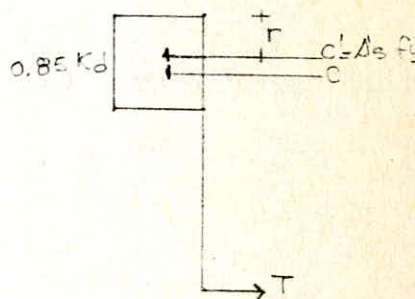
$$a = \frac{(A_s - A'_s) f_y}{f'_c b}$$

$$(p - p') = \frac{4800}{6000 - f_y} \frac{d' f'_c}{d f_y}$$

Para que sea sub-reforzada en compresión:

$$p' = \frac{A'_s}{b d}$$

Si no se cumple esto se usará en forma aproximada la ecuación de sección con refuerzo simple.



V.- TEORIA DEL ESFUERZO CORTANTE

- 1) _ ESFUERZO CORTANTE
- 2) _ ESFUERZO CORTANTE VERTICAL Y HORIZONTAL
- 3) _ ESFUERZO DE TENSION DIAGONAL
- 4) _ FUERZA CORTANTE
- 5) _ MODOS DE FALLA
- 6) _ MECANISMOS DE FALLA
- 7) _ EXPRESIONES PARA VALUAR LA RESISTENCIA AL CORTANTE

1) ESFUERZO CORTANTE

Vamos a estudiar el esfuerzo cortante en las secciones de material homogéneo. (Criterio de diseño elástico).

Sea una viga libremente apoyada cargada con carga uniformemente repartida en toda su longitud. Si hacemos dos cortes a una distancia infinitesimal dx en cualquier zona de la viga (ver fig. 1 y 2).

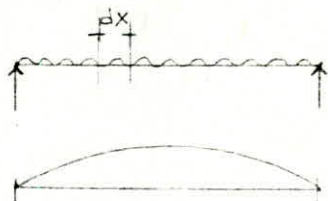


fig. ①

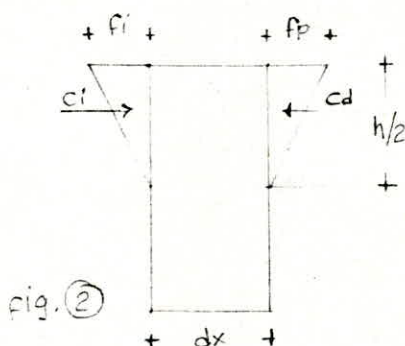


fig. ②

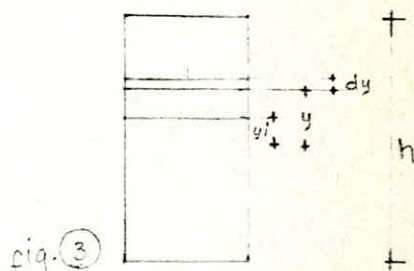


fig. ③

La porción de una viga se encuentra en equilibrio bajo la acción de las fuerzas y los momentos que aparecen en la fig. ②. Siendo C_d distancia de C_i (mayor o menor), debe existir en el eje neutro y en cualquier plano paralelo que se considere una fuerza que equilibre a la distancia entre C_d y C_i .

Consideremos que en la porción de viga que estamos analizando hacemos un corte por un plano paralelo al plano neutro y a una distancia y_i del mismo. La diferencia entre las fuerzas C_d (Resultante de las compresiones a la derecha) y C_i (Resultante de las compresiones a la izquierda) originará en el plano de corte un esfuerzo cortante unitario cuya intensidad vamos a calcular.

Por la fórmula de la escuadría:

$$f_i = \frac{M y}{I} ; \quad F = \frac{(M + dM) y}{I}$$

$$C_i = \int_{y_i}^{h/2} f_i dA = \int_{y_i}^{h/2} \frac{My}{I} dA = \frac{M}{I} \int_{y_i}^{h/2} y dA$$

$$C_d = \int_{y_i}^{h/2} \frac{M + dM}{I} y dA = \frac{M + dM}{I} \int_{y_i}^{h/2} y dA$$

Llamando ν al esfuerzo cortante unitario en Kg/cm.
Tenemos:

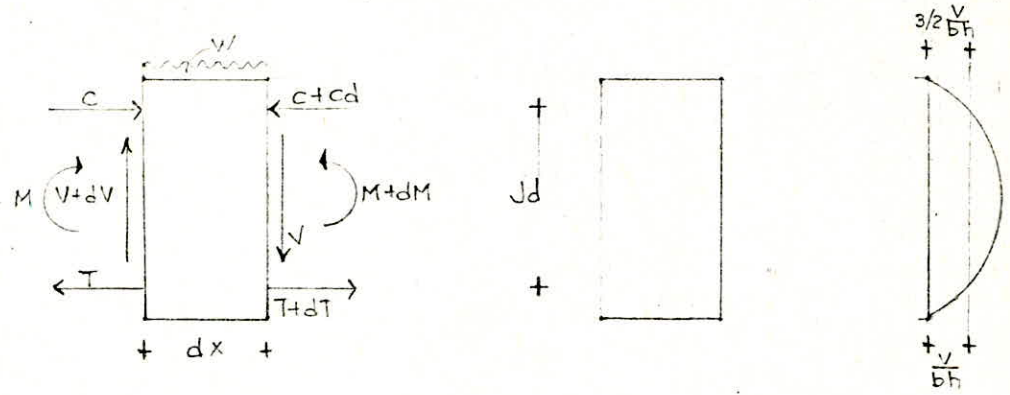
$$\nu(bdx) = C_d - C_i = \frac{dM}{I} \int_{y_i}^{h/2} y dA$$

$$\nu = \frac{dM}{dx} \frac{1}{I_b} \int_{y_i}^{h/2} y dA$$

Y como entre dos puntos de una viga, en que el diagrama de momentos es una curva continua, se verifica la relacion;

$$\frac{dM}{dx} = \nu \quad \text{Siendo } \nu \text{ la fuerza cortante.}$$

Esta relacion la podemos demostrar de la forma siguiente:



Si tomamos momentos con respecto al punto A :

$$\nu dx \frac{bd}{2} + V dx - dt jd = 0$$

Si despreciamos la diferencial de segundo orden:
 $V dx = dt jd$, pero $dt jd = dM$ si sustituimos nos queda:

$$\nu = \frac{dM}{dx} \quad \therefore \nu = \frac{V}{I_b} \int_{y_i}^{h/2} y dA$$

Suponemos que la partícula diferencial A está cerca del eje neutro para que el esfuerzo normal sea nulo y la partícula quede sometida solo a esfuerzos rasantes.

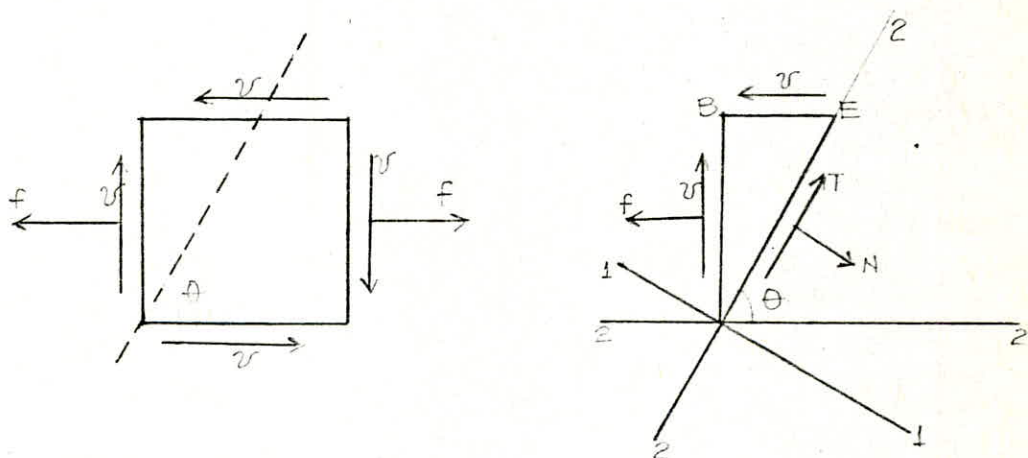
Si tomamos momentos con respecto a CM tendremos:

$$V_2 (dz dy) dx = V (dx dz) dy \therefore V_2 = V_1$$

Queda demostrado que el esfuerzo cortante unitario horizontales igual al esfuerzo cortante unitario vertical.

3) ESFUERZO DE TENSION DIAGONAL

Consideremos ahora una partícula de profundidad unitaria, (sentido perpendicular al papel), arriba del eje neutro, vamos a ver que pasa si esta partícula la subdividimos de acuerdo con un plano que tenga una inclinación con la horizontal.



Nos quedamos con la parte que queda a la izquierda del plano de corte, la acción de la parte desprendida es substituida por dos fuerzas una normal y una tangencial proyectando todas las fuerzas sobre el plano 1-1

$$N \overline{AE} - \tau \overline{AB} \cos \theta - \tau \overline{BE} \sin \theta - f \overline{AB} \sin \theta = 0$$

$$N = \frac{\tau \overline{AB}}{\overline{AE}} \cos \theta + \tau \frac{\overline{BE}}{\overline{AE}} \sin \theta + f \frac{\overline{AB}}{\overline{AE}} \sin \theta$$

$$\text{Pero } \overline{AB}/\overline{AE} = \sin \theta \quad \text{y} \quad \overline{BE}/\overline{AE} = \cos \theta$$

$$\text{Sustituyendo} \quad N = 2 \tau \sin \theta \cos \theta + f \sin^2 \theta$$

Por trigonometría:

$$2 \operatorname{sen} \theta \cos \theta = \operatorname{sen} 2\theta \quad \operatorname{sen}^2 \theta = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\theta)$$

$$N = v \operatorname{sen} 2\theta + \frac{f}{2} (1 - \cos 2\theta) \quad \text{(A)}$$

Proyectando ahora sobre el plano 2-2

$$T \overline{AE} + v \overline{AB} \operatorname{sen} \theta - v \overline{BE} \cos \theta - f \overline{AB} \cos \theta = 0$$

$$T = -v \frac{\overline{AB}}{\overline{AE}} \operatorname{sen} \theta + v \frac{\overline{BE}}{\overline{AE}} \cos \theta + f \frac{\overline{AB}}{\overline{AE}} \cos \theta$$

$$T = v (\cos^2 \theta - \operatorname{sen}^2 \theta) + \frac{f}{2} 2 \operatorname{sen} \theta \cos \theta$$

Pero $\cos^2 \theta - \operatorname{sen}^2 \theta = \cos 2\theta$ luego,

$$T = v \cos 2\theta + \frac{f}{2} \operatorname{sen} 2\theta \quad \text{(B)}$$

Encontraremos ahora el valor de θ que hace que N sea maximo:

$$\frac{dN}{d\theta} = 2v \cos 2\theta + f \operatorname{sen} 2\theta = 0$$

$$\frac{2v \cos 2\theta}{\cos 2\theta} + \frac{f \operatorname{sen} 2\theta}{\cos 2\theta} = 0$$

$$2v + f \operatorname{Tg} 2\theta = 0$$

$$\operatorname{Tg} 2\theta = -\frac{2v}{f} \quad \text{Esta formula permite calcular el valor}$$

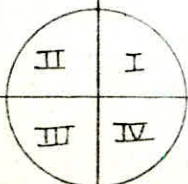
de θ que hace que N sea maximo para determinar ese valor encontramos la segunda derivada y buscamos el cuadrante en que resulta negativa:

$$\frac{d}{d\theta} \left(\frac{dN}{d\theta} \right) = 4v \operatorname{sen} 2\theta + 2f \cos 2\theta$$

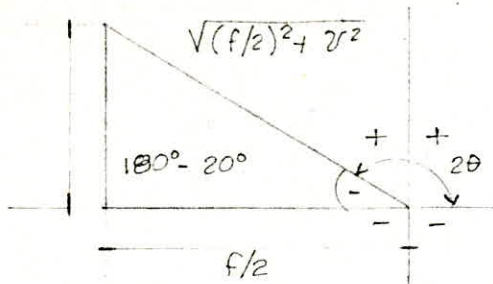
Analisis de signos,

(-)	sen	(+)	cos	
(-)	(+)	(+)	(-)	$\Sigma = -$
(-)	(-)	(+)	(+)	$\Sigma = +$

II Cuadrante
IV Cuadrante



Vemos que el máximo acontece cuando el lado móvil del ángulo 2θ cae en el segundo cuadrante:



$$\text{sen } 2\theta = \frac{v}{\sqrt{(f/2)^2 + v^2}}$$

$$\text{cos } 2\theta = \frac{-f/2}{\sqrt{(f/2)^2 + v^2}}$$

De la ecuación (A)

$$N = v \text{ sen } 2\theta + (f/2)(1 - \text{cos } 2\theta)$$

Cuando es máxima:

$$1 - \text{cos } 2\theta = 1 - \left(- \frac{f/2}{\sqrt{(f/2)^2 + v^2}} \right)$$

$$1 - \text{cos } 2\theta = \frac{\sqrt{(f/2)^2 + v^2} + f/2}{(f/2)^2 + v^2}$$

$$\text{Como } N = v \text{ sen } 2\theta + \frac{f}{2} (1 - \text{cos } 2\theta)$$

$$N = \frac{v^2}{\sqrt{(f/2)^2 + v^2}} + \frac{(f/2) \sqrt{(f/2)^2 + v^2} + (f/2)^2}{\sqrt{(f/2)^2 + v^2}}$$

$$N = \frac{(f/2) + \sqrt{(f/2)^2 + v^2} + (f/2) \sqrt{(f/2)^2 + v^2}}{\sqrt{(f/2)^2 + v^2}}$$

$$N_{\text{max}} = \frac{f}{2} + \sqrt{\left(\frac{f}{2}\right)^2 + v^2}$$

Cual es el valor de T cuando N alcanza su máximo,
 $T = v \text{ cos } 2\theta + (f/2) \text{ sen } 2\theta$

$$T = \frac{v (f/2)}{\sqrt{(f/2)^2 + v^2}} + \frac{(f/2)}{\sqrt{(f/2)^2 + v^2}} = 0$$

Para el plano en que $N = \text{max}$ y $T = 0$

El esfuerzo N es esfuerzo principal y el plano es plano principal.

Casos Particulares. Si $v = 0$ $n_{\text{max}} = f/2 + f/2 = f$

Esto se verifica en los puntos en que la fuerza cortante se anula y en los puntos de los planos superiores de las vigas.

$$\begin{aligned} \text{Tg } 2\theta = 0 & \quad 2\theta = 0 & \quad \theta = 0 \\ & \quad 2\theta = 180^\circ & \quad \theta = 90 \end{aligned}$$

En los puntos en que $f = 0$ (eje neutro o cuando $m = 0$ punto de inflexion),

$$N_{\max} = \nu$$

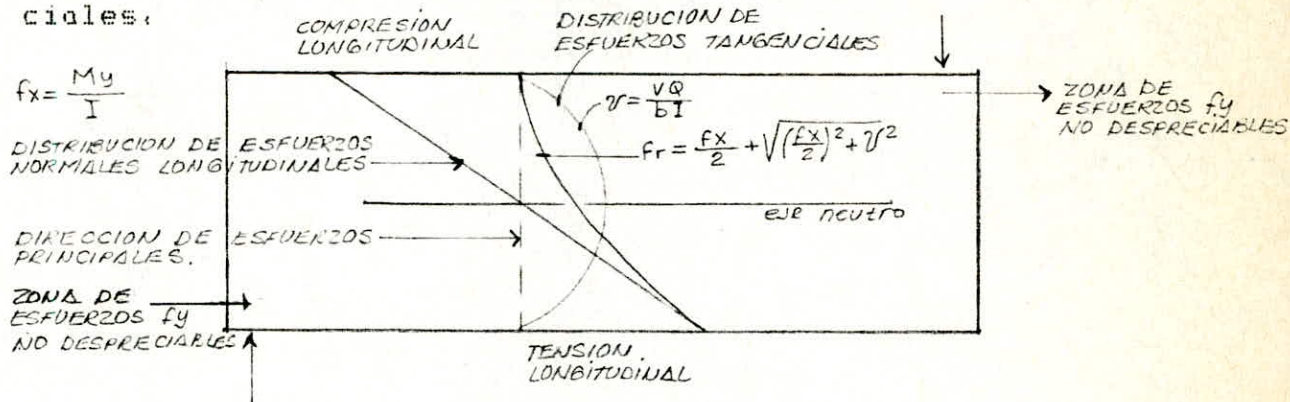
$$\text{Tg } 2\theta = -2\nu/F \quad \theta = 45 \quad \text{y} \quad \theta = 135^\circ$$

4) FUERZA CORTANTE

Consideraciones.

- 1.- El estado de esfuerzos, es un estado de esfuerzos plano.
- 2.- En un punto cualquiera de un elemento sujeto a este tipo de esfuerzos, los esfuerzos normales y tangenciales correspondientes a los distintos planos que pueden pasar por el punto varian en magnitud. Los esfuerzos en estos planos reciben el nombre de esfuerzos principales y tienen la propiedad de ser los esfuerzos maximo o minimo que pueden existir en el punto.

Sea una viga sujeta a un sistema de cargas concentradas, en las regiones proximas a un apoyo o a una carga concentrada, la viga se encuentra sometida a esfuerzos tangenciales.



ν y A Esfuerzos normales f_x y f_y definidos en direcciones paralelas y perpendiculares al eje del elemento. Los esfuerzos f_y se deben a efectos locales de las reacciones o de las cargas. Los esfuerzos normales longitudinales f_x pueden evaluarse dentro del rango elastico mediante la expresion:

$$f_x = \frac{My}{I}$$

Los esfuerzos tangenciales se calculan con la expresion antes demostrada:

$$\nu = \frac{VQ}{bI}$$

Los esfuerzos principales se pueden calcular con la expresion:

$$f_r = \frac{f_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{f_x}{2}\right)^2 + v^2}$$

La inclinacion del plano correspondiente al esfuerzo principal maximo se obtiene de la siguiente forma:

$$\tan 2 \theta = \frac{2v}{dx}$$

Donde θ es el angulo formado por el esfuerzo principal maximo con el eje de la pieza. Podemos decir que:

- 1.- En los puntos en que existe unicamente esfuerzo cortante, el esfuerzo principal maximo es igual a v y tiene una inclinacion de 45°
- 2.- El esfuerzo principal de tension es nulo en la fibra superior.
- 3.- El esfuerzo principal es igual al esfuerzo normal en la fibra inferior.
- 4.- En la zona de compresion el esfuerzo normal f_x reduce el valor del esfuerzo principal maximo respecto al valor correspondiente en el eje neutro y en la zona de tension lo aumenta.
- 5.- Como la resistencia del concreto a la tension es baja comparada con la resistencia que tiene a la compresion y al cortante, un elemento de concreto tendra que fallar segun superficies perpendiculares a las direcciones de las tensiones principales.
- 6.- La falla de un elemento de concreto se origina con una carga menor que la que le produciria la falla de flexion.
- 7.- La falla por cortante o tension diagonal es subita.

5) MODOS DE FALLA

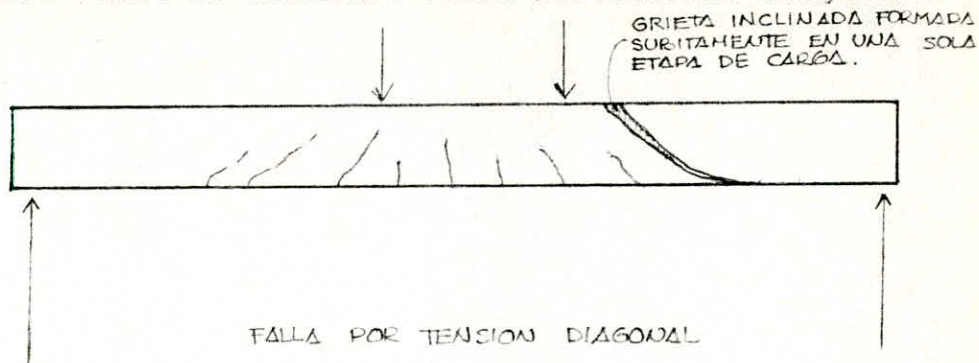
Comportamiento y modos de falla.

Elementos sin refuerzo en el alma.

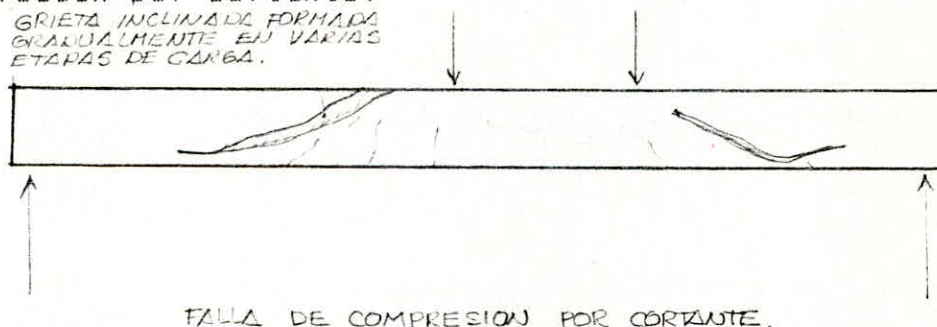
En los primeros incrementos de carga no existe diferencia en el comportamiento de un elemento que falle por fuerza cortante y otro que falle por flexion. Antes de que aparezcan las primeras grietas debidas a la flexion su comportamiento es elastico.

Al aumentar las cargas, la fuerza cortante puede originar esfuerzos principales que exceden lo que a la tension puede resistir el concreto, lo que produce grietas inclinadas. A una altura de medio peralte esta puede aparecer subitamente sin previa senal y extenderse inmediatamente hasta que cause el colapso de la pieza.

Esta falla se denomina falla por tension diagonal.



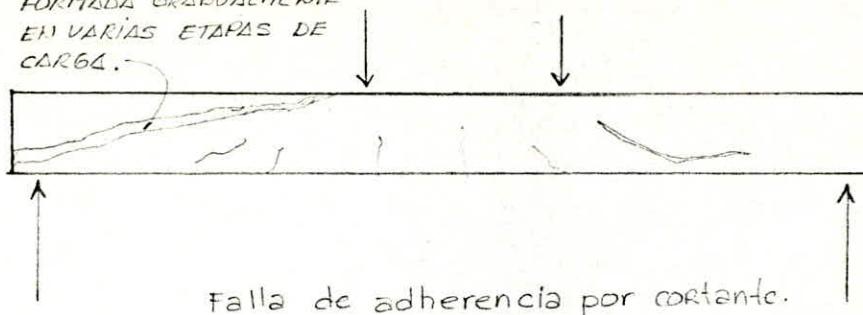
Puede también suceder que el agrietamiento inclinado se desarrolle gradualmente y que el colapso de la pieza se produce por el aplastamiento de la zona de compresión en el extremo de la grieta inclinada, al reducirse la zona disponible para soportar los esfuerzos de compresión originados por flexión; esta falla se denomina, falla de compresión por cortante.



La diferencia entre ambos tipos de falla es que en la falla por tensión diagonal el agrietamiento inclinado es súbito y causa el colapso inmediato de la pieza y en una falla de compresión por cortante, la pieza puede soportar cargas mayores que la que produce el agrietamiento inclinado.

Otro tipo de falla se caracteriza porque la resistencia se alcanza cuando se presentan extensos agrietamientos longitudinales al nivel del acero de tensión simultáneos con un aplastamiento ligero en la zona de compresión en el extremo de la grieta inclinada. Esta falla se denomina, falla de adherencia por cortante.

GRIETA INCLINADA
FORMADA GRADUALMENTE
EN VARIAS ETAPAS DE
CARGA.



RESUMEN

Tension diagonal.- Cuando la falla se produce subitamente al aparecer la primera grieta inclinada importante.
Compresion por cortante, o Adherencia por cortante.- Cuando la falla ocurre despues de la aparicion de una grieta inclinada importante y la resistencia es mayor que la carga que forma esta grieta.

Carga de Arietamiento Inclinado.- Es la carga que produce las primeras grietas inclinadas completas.

Elementos con Refuerzo en el Alma.

El refuerzo transversal que se utiliza en elementos de concreto para aumentar su resistencia puede ser:

Refuerzo Transversal

Varillas dobladas.
Estribos verticales.
Estribos inclinados.

El comportamiento bajo carga de elementos de concreto con refuerzo en el alma, es similar al de elementos de concreto sin refuerzo hasta la aparicion de las primeras grietas inclinadas, a partir de este momento la presencia del refuerzo transversal restringe el crecimiento de grietas inclinadas, y si este refuerzo es suficiente las grietas seran pequenas y la falla sera por flexion.

6)... MECANISMOS DE FALLA.

Mecanismos de falla por cortante.

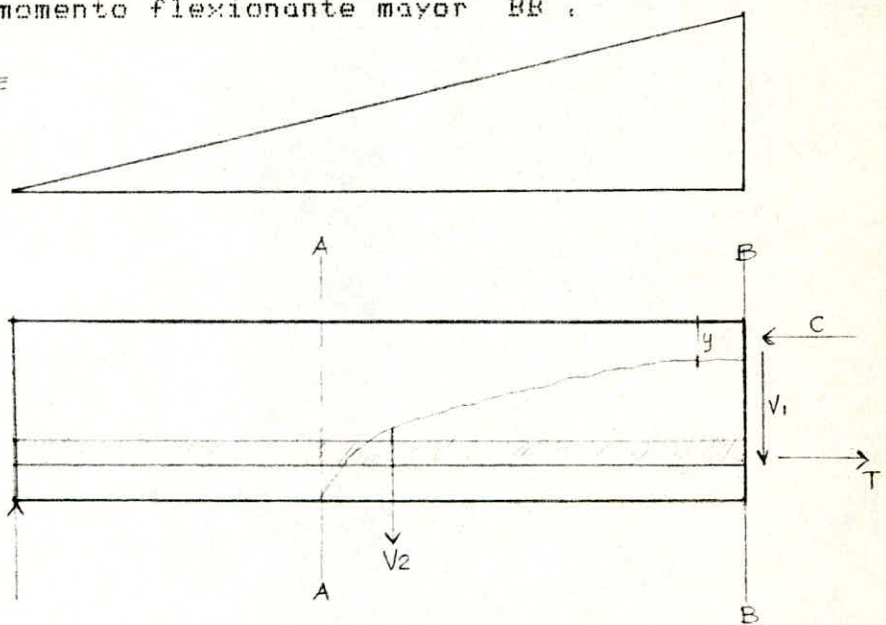
Miembros sin refuerzo transversal.

Sea una viga sin refuerzo transversal, provista de refuerzo longitudinal adecuada y sujeta a una carga concentrada situada a una distancia a del apoyo.

En la siguiente figura vemos el diagrama de cuerpo libre de un elemento despues de haberse desarrollado una grieta inclinada. Si se supone que la fuerza cortante en la longitud a es constante e igual a la reaccion, si despreciamos el peso propio antes que aparezca la grieta inclinada, el comportamiento es lineal y la tension en el acero es proporcional al momento flexionante, pero una vez que se desarrolla una grieta inclinada el comportamiento del elemento en la zona agrietada se asemeja a un arco rebajado.

Por equilibrio la tension entre las secciones AA y BB debe ser constante e igual al valor correspondiente a la seccion de momento flexionante mayor BB.

DIAGRAMA DE



La presencia de la grieta provoca lo siguiente.

1. Reduce la zona disponible para tomar esfuerzos de compresion; la compresion total debe ser tomada ntegramente en la profundidad y .
2. Produce un aumento subitio en la tension del refuerzo en la seccion AA hasta que esta alcanza el valor correspondiente a la seccion BB.
3. Reduce el area disponible para tomar la fuerza cortante en la seccion antes de la aparicion de la grieta; la fuerza cortante se distribuye de alguna manera a traves de todo el peralte del elemento, mientras que despues del agrietamiento tiene que ser resistido por la zona de compresion del concreto y por el acero longitudinal.

Si al desarrollarse la grieta inclinada, la compresion reducida es capaz todavia de resistir la compresion resultante y si el acero de refuerzo puede tomar el incremento subido de tension entonces la grieta inclinada se estabiliza y el elemento es capaz de resistir cargas mayores trabajando como arco rebajado. Por otro lado si la zona de compresion reducida por la grieta inclinada es ya incapaz de tomar la fuerza de compresion, se produce una falla por aplastamiento del concreto en la parte superior de la grieta inclinada. Tambien la longitud del acero de refuerzo entre AA y el extremo de la pieza sea suficiente para desarrollar por adherencia la tension necesaria y como consecuencia de todo esto la falla sera subita.

Miembros con Refuerzo Transversal.

El refuerzo en el alma nos sirve para?

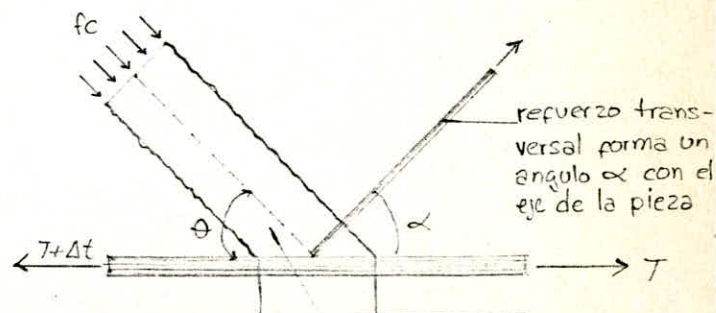
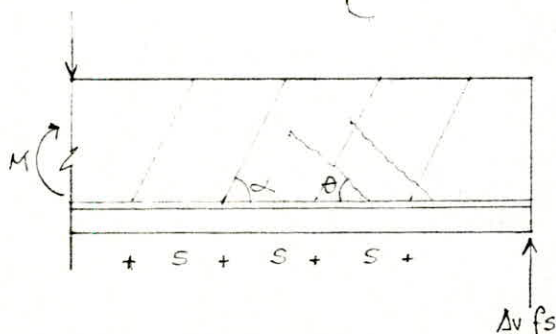
1. Restringe el crecimiento y desarrollo del agrietamiento inclinado.
2. Mejora la capacidad por adherencia del elemento y evita fallas por desgarre donde se aloja el acero de refuerzo.
3. Absorber la fuerza cortante externa.

Explicacion del refuerzo transversal mediante la idealizacion propuesta por Ritter y conocida como analogia de la armadura.

Ritter propuso idealizar como armadura una viga con refuerzo transversal en la cual existen grietas causadas por tensiones inclinadas.

ARMADURA

- Refuerzo Longitudinal = Cuerda de tension
- Concreto zona comprimida = Cuerda de compresion.
- Porciones de concreto entre grietas inclinadas = Diagonales de compresion.
- Refuerzo Transversal = Diagonales de tension.



Las grietas inclinadas forman un ángulo θ con el eje de la pieza

Hipotesis en que se basa la armadura:

1. La zona comprimida del elemento solo toma esfuerzos normales de compresion.
 2. El refuerzo longitudinal de tension toma unicamente esfuerzos normales de tension.
 3. Todas las tensiones inclinadas son resistidas por el esfuerzo transversal.
 4. Las grietas inclinadas se extienden desde el refuerzo longitudinal de tension hasta el centroide de la zona de compresion.
- Se desprecia el efecto de peso propio o de cargas distribuidas entre grietas inclinadas consecutivas y el incremento de momento entre dos secciones distantes S entre S_1 es igual a Vs donde V es la fuerza cortante en la zona entre las secciones consideradas.

Debido al incremento de momento ΔM existe un incremento en la tension longitudinal igual a ΔT .

Por equilibrio de fuerzas verticales:

$$AV f_s \sin \alpha = F_c \sin \theta \quad (1)$$

Por equilibrio de fuerzas horizontales:

$$\Delta T = AV f_s \cos \alpha + F_c \cos \theta \quad (2)$$

Teniendo en cuenta la hipotesis (5):

$$\Delta T = \frac{\Delta M}{z} \quad (3) \quad z = \text{Brazo del par resistente, pero } Vs = \Delta M,$$

Sustituyendo F_c de la ecuacion (1) y t ecuacion (3) en la ecuacion (2) tenemos:

$$\frac{Vs}{z} = AV f_s \left[\cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\tan \theta} \right]$$

Donde la fuerza cortante maxima que puede tomarse con un area AV de refuerzo transversal sera:

$$V = \frac{AV f_s z}{s} \left[\cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\tan \theta} \right] \quad (4)$$

SI admitimos que las grietas forman un angulo $\theta = 45^\circ$

$$V = \frac{AV f_s z}{s} (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad (5)$$

7) EXPRESIONES PARA VALUAR LA RESISTENCIA

Fuerza Cortante.

1.- Miembros sin refuerzo transversal.

Esfuerzo
Cortante

$$V_r = \frac{V_r}{bd}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_r = \text{Esfuerzo cortante en una seccion transversal.} \\ V_r = \text{Fuerza cortante externa en la seccion considerada, correspondiente a la carga de diseno.} \\ b = \text{Ancho del alma (secciones T o I), ancho total (secciones rectangulares).} \end{array} \right.$$

Esfuerzo Cortante correspondiente a la carga que produce el agrietamiento inclinado.

$$.5 f'c + 180 \rho \frac{V_{rd}}{M_r} \leq .90 \sqrt{f'c}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_c = \text{Esfuerzo cortante.} \\ f'c = \text{Resistencia del concreto a compresion.} \\ \rho = \text{Relacion del acero longitudinal } A_s/bd. \\ A_s = \text{Area de acero longitudinal.} \\ V_r = \text{Fuerza cortante en la seccion considerado.} \\ M_r = \text{Momento flexionante en la seccion considerada, si } M_r \text{ y } V_{rd} \text{ se toma } V_{rd} = M_r \end{array} \right.$$

Para elementos con relacion de acero longitudinal 0.01

y para valores $\frac{V_d}{M} \leq 0.5$ el valor de V_c se calculara

por la formula siguiente:

$$V_c = 0.25 \sqrt{f'c + 1000 \rho} \frac{V_{rd}}{M_r}$$

Como la grieta inclinada se inicia a una distancia de la cara del apoyo no menor que d se recomienda considerar como una seccion critica por cortante la situada a una distancia d de la cara.

"El efecto de la presencia de una carga axial de compresion disminuye los esfuerzos longitudinales de tension a todo lo largo del elemento, este efecto se considera disminuyendo el valor del momento flexionante."

$$M_m = M_r - N_r \frac{(4h-d)}{8}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_m = \text{Momento flexionante modificado.} \\ h = \text{Peralte total de la seccion.} \\ N_r = \text{Carga normal a la seccion transversal positiva si es compresion.} \end{array} \right.$$

Cuando la carga axial es tal (compresion), que produce zonas en el elemento donde todo el acero trabaje a compresion:

$$V_c = 0.5(1 - 0.007 \frac{N_r}{AG}) \sqrt{f'c}$$

El valor de V_c no excedera de; $V_c = 0.9 \sqrt{f'c(1 + 0.028 N_r / AG)}$

Para cargas axiales de tension:

$$V_c = 0.5 \sqrt{f'c} (1 + 0.028 \frac{N_r}{AG})$$

Para elementos circulares:

$$V_c = 0.4(2 + b/d)(0.5 \sqrt{f'c} + 180 A_s V_r / b M_r) \leq \sqrt{f'c}$$

2.- Miembros con refuerzo transversal:

La resistencia a fuerza cortante de elementos con refuerzo en el alma, se considera igual a la suma de la resistencia del concreto mas la contribucion del refuerzo en el alma. (La cual se calcula en base a la analogia de la armadura).

$$A_v = \frac{(V_r - V_c)}{f_y d (\sin \alpha + \cos \alpha)}$$

En caso de estribos perpendiculares al eje del elemento.

$$A_v = \frac{(V_r - V_c)}{f_y d}$$

A_v = Area total de refuerzo en el alma, en una distancia s medida en direccion paralela al refuerzo longitudinal.
 V_r = Fuerza cortante externa en la seccion considerada, correspondiente a la carga de diseno.
 V_c = Fuerza cortante que toma el concreto, $= V_c b d$,
 s = Separacion de estribos.
 α = Angulo entre los estribos y el eje longitudinal del elemento.

El reglamento del D.F. da la siguiente formula:

$$s = \frac{0.75 A_v f^* y d (\sin \alpha + \cos \alpha)}{(V_r - V_c)}$$

Como ya sabemos que el corte de varillas longitudinales en zonas de tension origina concentraciones de esfuerzos importantes que propician el desarrollo de grietas por tension diagonal. Pero para poder hacerlo hay que cumplir con los requisitos siguientes:

Restricciones
del corte de
varillas en
zonas de ten-
sion.

1. ... La fuerza cortante en la zona de corte no debe ser mayor que dos tercios de la fuerza cortante permisible, incluyendo el efecto del refuerzo en el alma.
2. ... Deben colocarse estribos adicionales a lo largo de la barra cortada a una distancia $3d/4$ a partir del punto de corte. Los estribos adicionales seran de una area tal que la cantidad:
 $(A_v/b) f_y$ no sea menor que 4 Kg/cm
 La separacion no excedera de $d/8$ donde e es la relacion entre el area de varillas cortadas y el area total.
3. ... Las barras que se continuen tendran una area por lo menos del doble de la requerida por flexion en el punto de corte y el cortante no excedera de las tres cuartas partes del permitido.

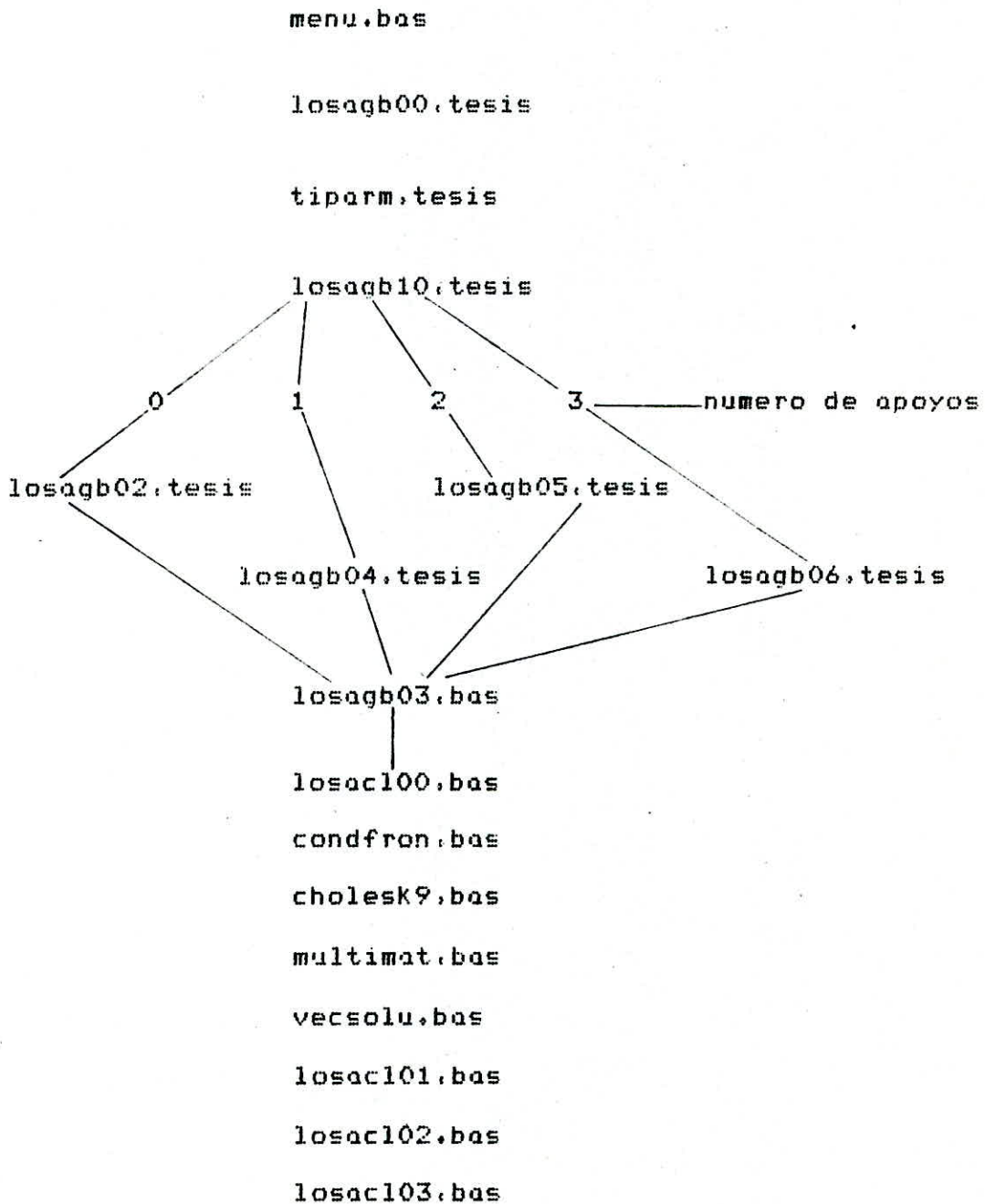
Area minima de refuerzo transversal.

El ACI recomienda una area minima de refuerzo transversal.

$$A_v = \frac{3.5 b s}{f_y}$$

VI.- PROGRAMA DE COMPUTADORA.

ESTRUCTURA DEL PROGRAMA



```

100 /
110 /      programa      :   losagb00.tesis
120 /      proposito    :   generar una sola trabe
130 /      fechas       :   19 jul 86   29 jul 86   23 oct 86   27 oct 86
140 /                  :   25 nov 86   01 dic 86   #
150 /
160      DEF FN MAT$(PI,PJ)=CHR$(27)+"="+CHR$(31+PI)+CHR$(31+PJ)
170      CLS#=CHR$(26)                : ' home
180      RE#=CHR$(27)+"G4"             : ' inverso
190      H#=CHR$(27)+"G0"             : ' normal
200      ET#=CHR$(27)+"T"              : ' borra linea
210      EY#=CHR$(27)+"Y"              : ' borra todas
220      PRINT CHR$(26)
230      OPEN "0",11,"PTR11"
240      D1#=STRING$(90,"_");D2#=STRING$(20," ")
250      OPEN "R",1,"/usr/losa/arch/datoslos1.dat",40
260      PRINT CHR$(27)+"="+ " ";D1#
270      PRINT CHR$(27)+"="+ "14";RE# " CAPTURA DE DATOS VIGA ESPECIAL "H#
280      PRINT CHR$(27)+"="+ "# ";D1#
290      PRINT CHR$(27)+"="+ "4 ";D1#
300      PRINT FNMAT$(5,15);"LONGITUD DE LA VIGA (cms)[fin=0]....."
310      PRINT FNMAT$(6,15);"CARGA INICIAL (Kg/M1)....."
320      PRINT FNMAT$(7,15);"CARGA FINAL (Kg/M1)....."
330      PRINT FNMAT$(8,15);"BASE (cms) ....."
340      PRINT FNMAT$(9,15);"PERALTE (cms)....."
350      PRINT FNMAT$(10,15);"CONDICION DE APOYO....."
360      PRINT FNMAT$(11,10);"0 E autosustentable ] ,n=1,2,3 [no. de apoyos]"
370      PRINT CHR$(27)+"="+ "+.";"COLADO CON/SIN BOMBA ( [0= SIN 1= CON )....."
380      PRINT CHR$(27)+"="+ "-.";"CARGA CONCENTRADA (Kgs)....."
390      PRINT CHR$(27)+"="+ "/.";"LONGITUD DE CADA BARRA (Ej. 20,30,50) (cms)"
400      FIELD 1,40 AS A1#
410      PRINT CHR$(27)+"="+ "#E";"";:INPUT LV
420      IF LV=0 THEN CLOSE : RUN "lmenu000.bas"
430      IF LV<0 OR LV>5000 THEN GOSUB 1170:PRINT CHR$(27)+"="+ "#E";B2#;GOTO 410
440      LX=LV/5;LY=INT(LV/5)
450      IF LX=LY THEN GOTO 490
460      PRINT CHR$(27)+"="+ "53";"LA LONGITUD DE LA VIGA NO ES MULTIFLO DE 5"
470      FOR ZZ=1 TO 2000:NEXT ZZ
480      GOSUB 1170:PRINT CHR$(27)+"="+ "#E";D2#;GOTO 410
490      PRINT CHR$(27)+"="+ "#E";"";:INPUT SC
500      IF SC<1 OR SC>5000 THEN GOSUB 1170:PRINT FNMAT$(6,60);D2#;GOTO 490
510      PRINT FNMAT$(7,60);:INPUT CFINAL
520      IF CFINAL<100 OR CFINAL>8000 THEN GOSUB 1170:PRINT FNMAT$(7,60);D2#;GOTO 510
530      PRINT FNMAT$(8,60);:INPUT BASE
540      IF BASE<10 OR BASE>300 THEN GOSUB 1170:PRINT FNMAT$(8,60);D2#;GOTO 530
550      PRINT FNMAT$(9,60);:INPUT PE
560      IF PE>10 AND PE<200 THEN 580
570      GOSUB 1170:PRINT FNMAT$(9,60);D2#;GOTO 550
580      PRINT FNMAT$(10,60);:INPUT CA
590      IF CA<0 OR CA>3 THEN GOSUB 1170:PRINT FNMAT$(9,60);D2#;:GOTO 580
600      PRINT CHR$(27)+"="+ "#E";"";:INPUT CB
610      IF CB=0 THEN 670
620      IF CB<>1 THEN GOSUB 1170:PRINT CHR$(27)+"="+ "#E";B2#;GOTO 600
630      PRINT CHR$(27)+"="+ "#,.";"FACTOR DE CARGA ESPECIAL ( =1.5)....."
640      PRINT CHR$(27)+"="+ "#,E";:INPUT FC
650      IF FC<=1 OR FC>2 THEN GOSUB 1170:GOTO 640
660      FC=FC*100
670      PRINT CHR$(27)+"="+ "#-E";"";:INPUT CC
680      IF CC=0 THEN 740
690      IF CC<0 OR CC>5000 THEN GOSUB 1170: PRINT CHR$(27)+"="+ "#-E";B2#;GOTO 670

```

```

700 PRINT CHR$(27)+"="+".,";"DISTANCIA (cms) CONCENTRACION ..... "
710 PRINT CHR$(27)+"="+".E";"";:INPUT DI
720 IF DI>=LV THEN DI=0
730 IF DI<=0 OR DI>LV THEN GOSUB 1170:PRINT CHR$(27)+"="+".E";D2$:GOTO 710
740 PRINT CHR$(27)+"="+"/E";"";:INPUT LB
750 IF LB=20 OR LB=30 OR LB=50 THEN 770
760 GOSUB 1170:PRINT CHR$(27)+"="+"/E";D2$:GOTO 740
770 PRINT CHR$(27)+"="+"53";"estan bien los datos (s/n)"
780 PRINT CHR$(27)+"="+"5P";"";:R$=INKEY$:IF R$=" " THEN 780
790 IF R$="s" THEN 940
800 IF R$="n" THEN 810 ELSE 780
810 PRINT CHR$(27)+"="+"$E";D2$;
820 PRINT CHR$(27)+"="+"%E";D2$;
830 PRINT CHR$(27)+"="+"%E";D2$;
840 PRINT CHR$(27)+"="+"E";D2$;
850 PRINT CHR$(27)+"="+"(E";D2$;
860 PRINT CHR$(27)+"="+")E";D2$;
870 PRINT CHR$(27)+"="+"*E";D2$;
880 PRINT CHR$(27)+"="+"+E";D2$;
890 PRINT CHR$(27)+"="+",E";D2$;
900 PRINT CHR$(27)+"="+"-E";D2$;
910 PRINT CHR$(27)+"="+",E";D2$;
920 PRINT CHR$(27)+"="+"53";STRING$(58," ");
930 PRINT CHR$(26):GOTO 240
940 PRINT #11,"INICIO -----> ";TIME$
950 PRINT CHR$(27)+"="+"53";STRING$(40," ")
960 LSET A1$=MKI$(LV)+MKI$(SC)+MKI$(PE)+MKI$(CA)+MKI$(BASE)+MKI$(CB)+MKI$(FC)+
I$(CFINAL)+STRING$(10,"0")+MKI$(CC)+MKI$(DI)+MKI$(1)+MKI$(0)+MKI$(LB)+MKI$(3)+
0"
970 PUT 1,1
980 PRINT #11, TAB(0);STRING$(70,"*");PRINT #1,
990 PRINT #11, TAB(5)"LONGITUD DE LA VIGA (Cms).....";LV
1000 PRINT #11, TAB(5)"CARGA INICIAL (Kg/Ml).....";SC
1010 PRINT #11, TAB(5)"CARGA FINAL (Kg/Ml).....";CFINAL
1020 PRINT #11, TAB(5)"BASE (cms) .....";BASE
1030 PRINT #11, TAB(5)"PERALTE (CON CAPA DE COMPRESION) (Cms)....";PE
1040 PRINT #11, TAB(5)"CONDICION DE APOYO.....";CA
1050 PRINT #11, TAB(2)"0 (autosustentable), n=1,2 (no. de apoyos) "
1060 PRINT #11, TAB(5)"COLADO CON/SIN BOMBA (0=SIN] [1=CON]),....";CB
1070 IF CB=0 THEN 1090
1080 PRINT #11, TAB(5)"FACTOR DE CARGA ESPECIAL .....";FC/100
1090 PRINT #11, TAB(5)"CARGA CONCENTRADA (Kgs) .....";CC
1100 IF CC=0 THEN 1120
1110 PRINT #11, TAB(5)"DISTANCIA (Cm) CONCENTRACION.....";DI
1120 PRINT #11, TAB(5)"LONGITUD DE CADA BARRA (Cm).....";LB
1130 PRINT #11, TAB(0) STRING$(70,"*");PRINT #1,;
1140 CLOSE
1150 RUN"tiparm.tesis"
1160 END
1170 /
1180 / IMPRESION DE ERROR
1190 /
1200 PRINT CHR$(27)+"="+"5 ";STRING$(79," ")
1210 PRINT CHR$(7);PRINT CHR$(27)+"="+"5B"RE$ E R R O R "H$
1220 FOR I=1 TO 1500:NEXT I
1230 PRINT CHR$(27)+"="+"5 ";STRING$(79," ")
1240 RETURN

```

```

100 /
110 /   PROGRAMA      : lmenu000.bas                               23 jun 86
120 /   PROPOSITO    : MENU PRINCIPAL SISTEMA CALCULO DE LOSA R A M S I
130 /   FECHAS       : 15/JUN/84 05/JUL/84 08/AG/84 01/OCT/84 23 jun 86
140 /               : 19 jul 86 30 ago 86 05 oct 86 24 nov 86 19 ago 87
150 /-----
160 /
170   DEF FN MAT$(PI,PJ)=CHR$(27)+"="+CHR$(31+PI)+CHR$(31+PJ)
180   CLS#=CHR$(26)           : 'home
190   RE#=CHR$(27)+"G4"      : 'inverso
200   H#=CHR$(27)+"G0"      : 'normal
210   ET#=CHR$(27)+"T"      : 'barra linea
220   EY#=CHR$(27)+"Y"      : 'barra todas
230 ON ERROR GOTO 1000
240 PRINT CHR$(27)+". "+1":PRINT CLS#
250 D1#=STRING$(80,"_")
260 DIM ARCH$(9)
270 /
280 /           LIMPIAR ARCHIVOS DE DATOS Y CONTROL
290 /
300 FOR I=1 TO 9 : READ ARCH$(I) : NEXT I
310 DATA "matglobo.dat","matriznn.dat","vecsolu.dat","vectoril.dat","vectoriu
t"
320 DATA "vectorly.dat","vectorlz.dat","vectorll.dat","especial.dat"
330 AR#="/usr/losa/arch/"
340 FOR I=1 TO 9
350 AR1#=AR#+ARCH$(I)
370 KILL AR1#
380 NEXT I
390 OPEN "R",1,"/usr/losa/arch/datolos1.dat",40
400 FOR I=1 TO 20
410 FIELD 1,(I-1)*2 AS A$,2 AS A1#
420 LSET A1#=MKI$(0)
430 NEXT I
440 PUT 1,1
450 CLOSE 1
460 OPEN "R",1,"/usr/losa/arch/especial.dat",4
470 FIELD 1,2 AS A$,2 AS A1#
480 LSET A#=MKI$(0):LSET A1#=MKI$(1)
490 PUT 1,1
500 CLOSE 1
510 OPEN "R",1,"/usr/losa/arch/esp.dat",2
520 FIELD 1,2 AS AY#
530 LSET AY#=MKI$(0):PUT 1,1
540 CLOSE 1
550 PRINT CHR$(26)
560 PRINT CHR$(27)+"="+"+)";STRING$(60," ")
570 /
580 PRINT CHR$(27)+"="+ " ";D1#
590 PRINT CHR$(27)+"="+"#8";RE#"MENU CALCULO DE VIGAS LOSA RAMSI "H#;TIME#
600 PRINT CHR$(27)+"="+ "# ";D1#
610 PRINT CHR$(27)+"="+"/8";RE#+ " 1 "H#;" Calculo viga especial RAMSI "
620 PRINT CHR$(27)+"="+")8";RE#" 2 "H#;" Generacion de tablas "
630 PRINT CHR$(27)+"="+"+8";RE#" 3 "H#;" Regeneracion de tablas "
640 PRINT CHR$(27)+"="+"-8";RE#" 4 "H#;" Archivo Armadura"
650 PRINT FNMAT$(16,25);RE#" 5 "H#;" Calculo de trabe (tesis) "
660 PRINT CHR$(27)+"="+18"RE#" q "H#;" Fin "
670 PRINT CHR$(27)+"="+4 ";STRING$(80,"_")
680 PRINT CHR$(27)+"="+58";"OPCION "
690 PRINT CHR$(27)+"="+58";";R#=INKEY#;IF R#="" THEN 690

```

```
700 IF R$="1" THEN RUN"losagb00.bas"
710 IF R$="2" THEN RUN"losagb00.tab"
720 IF R$="3" THEN RUN"main2.bas"
730 IF R$="4" THEN RUN"lmenu001.bas"
740 IF R$="5" THEN RUN"losagb00.tesis"
750 IF R$="q" OR R$="f" THEN PRINT CHR$(26);RUN"main.esp"
760 GOTO 690
770 END
1000 /
1010 /   ** subrutina error
1020 /
1030 IF ERR=53 AND ERL=370 THEN RESUME 380
1040 PRINT FNMAT$(23,15);"error No = "ERR" en la linea "ERL
1050 STOP
```

```

10 /
15 / PROGRAMA : losagb05.tesis 156 LINEAS
20 / : CALCULACION DATOS PARA ANALISIS MATRICIAL DE 156 LINEAS
25 / : SOLO ARMADURAS CON DOS APOYOS.
30 / FECHAS : 22/JN/8425/JN/8427/JN/8405/JL/8431/JL/84
35 / : 9/AG/8410/AG/84 $
40 / ENCADENA : DE <==== LOSAGB01.BAS A =====> LOSAGB03.BAS
45 / ARCHIVOS : DATOLOS1/DAT; DATOLOS2/DAT; DATOLOS3/DAT
50 /
55 PRINT CHR$(26)
65 DIM DT(18), TB(5,2),T1(5)
75 D1$=STRING$(80,"_")
80 PRINT CHR$(27)+"="+ " ";D1$
85 PRINT CHR$(27)+"="+4 " ";D1$
90 PRINT CHR$(27)+"="+'9';"CALCULANDO DATOS ANALISIS MATRICIAL"
95 PRINT CHR$(27)+"="+')G";"";
100 /
105 / LEER DATOS GENERALES
110 /
120 GET 1,1
125 FOR RG=1 TO 18
130 FIELD 1, (RG-1)*2 AS A$,2 AS A1$
135 DT(RG)=CUI(A1$)
140 NEXT RG
145 CLOSE 1
150 /
155 / GENERACION DATOS
160 /
165 LV=DT(1) : PE=DT(3) : LB=DT(18) : CA=DT(4)
170 IF CA=2 THEN 190
175 Z$=" ERROR EN LA CONDICION DE APOYOS
180 GOSUB 760
185 STOP : CLOSE
190 LM=LV/3
195 LM=INT((INT(LM*10)+5)/10)
200 CL=INT(LM/LB)
205 A1=LM/LB
210 LY=CL*LB
215 CY=LM-LY
220 IND=0
225 IF CY>20 AND CY<=(LB-2.5) THEN CL=CL+2 : IND=1
240 / COORDENADAS DE LOS NODOS
245 /
250 /
255 DIM CNODO(NODOS,4)
260 /
265 / NODOS PARES
270 /
275 Y=PE : X=0
280 IF IND=0 THEN X=X+LB
285 X=(X+(CY/2))/2
290 FOR I=2 TO CL*2 STEP 2
295 CNODO(I,1)=X/100
300 CNODO(I,2)=Y/100
305 IF I=2 THEN X=X+X+(LB/2) : GOTO 325
310 IF I=CL*2-2 AND IND=0 THEN X=X+LB+(CY/4) : GOTO 325
315 IF I=CL*2-2 AND IND=1 THEN X=X+(LB/2)+(CY/4) : GOTO 325
320 X=X+LB
325 NEXT I
330 /

```

```

335 / NODOS NONES
340 /
345 Y=0 : X=0
350 CNODO(1,1)=X
355 CNODO(1,2)=Y
360 IF IND=0 THEN X=X+LB+(CY/2) ELSE X=X+CY/2
365 FOR I=3 TO CL*2-1 STEP 2
370 CNODO(I,1)=X/100
375 CNODO(I,2)=Y/100
380 X=X+LF
385 NEXT I
387 IF CL*2-1<3 THEN 388 ELSE 390
395 CNODO(CL*2+1,2)=0
400 /
405 / GENERACION DE LOS OTROS DOS CLAROS
410 /
415 J=1 : K=2 : L=2
420 FOR I=(CL*L)+2 TO (CL*(L+2))+1
425 X=CNODO(K,1)
430 X=X+(LM*J/100)
435 CNODO(I,1)=X
440 CNODO(I,2)=CNODO(K,2)
445 K=K+1
450 NEXT I
455 L=L+2
460 J=J+1
465 K=2
470 IF J>2 THEN 475 ELSE 420
475 IF CNODO(NODOS,1)<>LV/100 THEN CNODO(NODOS,1)=LV/100
480 /
485 / LOCALIZACION BARRAS
490 /
495 DIM B1(BARRAS,6)
497 COMMON NODOS,BARRAS,CNODO(),B1()
500 I=1
505 J=2
510 II=1
515 JJ=2
520 FOR K=1 TO BARRAS
525 B1(K,1)=I
530 B1(K,2)=J
535 II=II+1
540 IF II=3 THEN I=I+1 : II=1
545 JJ=JJ+1
550 IF JJ=3 THEN J=J+1 : JJ=1
555 NEXT K
560 /
565 / FUERZAS EN LA ARMADURA
570 /
575 J=1
580 FOR I=3 TO NODOS-2 STEP 2
585 IF CNODO(I,1)=(LM*J/100) THEN CNODO(I,4)= 1 : J=J+1
590 NEXT I
595 CNODO(1,4)=1 : '1 NODO RESTRINGIDO
600 CNODO(NODOS,4)=1 : '1 NODO RESTRINGIDO
605 NC=DT(11)
610 NE=DT(12)
615 CNODO(1,3)=-(NE/1000)
620 CNODO(NODOS,3)=-(NE/1000)
625 FOR I=3 TO NODOS-2 STEP 2

```

```
630 CNODO(I,3)=- (NC/1000)
635 NEXT I
750 CLOSE
755 CHAIN"losagb03.bas"
760 /
765 /          ERROR
770 /
775 PRINT CHR$(27)+"="+"5 ";STRING$(79," ")
785 RETURN
```

```

100 /
110 / PROGRAMA : losagb06.tesis 156 LINEAS
120 / : CALCULACION DATOS PARA ANALISIS MATRICIAL DE 156 LINEAS
130 / : SOLO ARMADURAS CON TRES APOYOS.
140 / FECHAS : 23 jul 86 05 ogt 85 $
150 / ENCADENA : DE <==== LOSAGB01.BAS A =====> LOSAGB03.BAS
160 / ARCHIVOS : DATOLOS1/DAT; DATOLOS2/DAT; DATOLOS3/DAT
170 /
180 PRINT CHR$(26)
190 DIM DT(18), TB(5,2),T1(5)
200 D1$=STRING$(80,"_")
210 PRINT CHR$(27)+"="+ " ";D1$
220 PRINT CHR$(27)+"="+ "4 ";D1$
230 PRINT CHR$(27)+"="+ "9";"CALCULANDO DATOS ANALISIS MATRICIAL"
240 PRINT CHR$(27)+"="+ "6";"";
250 /
260 / LEER DATOS GENERALES
270 /
290 GET 1,1
300 FOR RG=1 TO 18
310 FIELD 1, (RG-1)*2 AS A$,2 AS A1$
320 DT(RG)=CUI(A1$)
330 NEXT RG
340 CLOSE 1
350 /
360 / GENERACION DATOS
370 /
380 LV=DT(1) ; PE=DT(3) ; LB=DT(18) ; CA=DT(4)
390 IF CA=3 THEN 430
400 Z$=" ERROR EN LA CONDICION DE APOYOS
410 GOSUB 1490
420 STOP : CLOSE
430 LM=LV/4
440 LM=INT((INT(LM*10)+5)/10)
450 CL=INT(LM/LB)
460 A1=LM/LB
480 CY=LM-LY
490 IND=0
500 IF CY>20 AND CY<=(LB-2.5) THEN CL=CL+2 : IND=1
530 / COORDENADAS DE LOS NODOS
540 /
550 /
560 DIM CNODO(NODOS,4)
570 /
580 / NODOS PARES
590 /
600 Y=PE ; X=0
610 IF IND=0 THEN X=X+LB
620 X=(X+(CY/2))/2
630 FOR I=2 TO CL*2 STEP 2
640 CNODO(I,1)=X/100
650 CNODO(I,2)=Y/100
660 IF I=2 THEN X=X+X+(LB/2) ; GOTO 700
670 IF I=CL*2-2 AND IND=0 THEN X=X+LB+(CY/4) ; GOTO 700
680 IF I=CL*2-2 AND IND=1 THEN X=X+(LB/2)+(CY/4) ; GOTO 700
690 X=X+LB
700 NEXT I
710 /
720 / NODOS NONES
730 /

```

```

740 Y=0 : X=0
750 CNODO(1,1)=X
760 CNODO(1,2)=Y
770 IF IND=0 THEN X=X+LB+(CY/2) ELSE X=X+CY/2
790   FOR I=3 TO CL*2-1 STEP 2
800     CNODO(I,1)=X/100
810     CNODO(I,2)=Y/100
820     X=X+LB
840   NEXT I
850 IF CL*2-1<3 THEN 860 ELSE 870
900 '
910 '           GENERACION DE LOS OTROS DOS CLAROS
920 '
930 J=1 : K=2 : L=2
950   FOR I=(CL*L)+2 TO (CL*(L+2))+1
960     X=CNODO(K,1)
970     X=X+(LM*J/100)
980     CNODO(I,1)=X
990     CNODO(I,2)=CNODO(K,2)
1030    K=K+1
1040  NEXT I
1050 L=L+2
1060 J=J+1
1070 K=2
1090 IF J>3 THEN 1100 ELSE 950
1100 IF CNODO(NODOS,1)<>LV/100 THEN CNODO(NODOS,1)=LV/100
1110 '
1120 '           LOCALIZACION BARRAS
1130 '
1140 DIM B1(BARRAS,6)
1150 COMMON NODOS,BARRAS,CNODO(),B1()
1160 I=1
1170 J=2
1180 II=1
1190 JJ=2
1200 FOR K=1 TO BARRAS
1210 B1(K,1)=I
1220 B1(K,2)=J
1230 II=II+1
1240 IF II=3 THEN I=I+1 : II=1
1250 JJ=JJ+1
1260 IF JJ=3 THEN J=J+1 : JJ=1
1270 NEXT K
1280 '
1290 '           FUERZAS EN LA ARMADURA
1300 '
1310 J=1
1320   FOR I=3 TO NODOS-2 STEP 2
1330     IF CNODO(I,1)=(LM*J/100) THEN CNODO(I,4)= 1 : J=J+1
1340   NEXT I
1350 CNODO(1,4)=1 : '1 NODO RESTRINGIDO
1360 CNODO(NODOS,4)=1 : '1 NODO RESTRINGIDO
1370 NC=DT(11)
1380 NE=DT(12)
1390 CNODO(1,3)=- (NE/1000)
1400 CNODO(NODOS,3)=- (NE/1000)
1410 FOR I=3 TO NODOS-2 STEP 2
1420 CNODO(I,3)=- (NC/1000)
1430 NEXT I
1470 CLOSE

```

```
1480 CHAIN"losagb03.bas"  
1490 /  
1500 /          ERROR  
1510 /  
1520 PRINT CHR$(27)+"="+*5 ";STRING$(79," ")  
1540 RETURN
```

```

100 / programa : losagb03.bas
110 / fechas : 09 jul 86 25 nov 86 26 nov 86 $
120 /
130 OPEN "0",12,"PTR12"
150 PRINT CHR$(26)
170 DIM DT(13)
180 RE$=CHR$(27)+"G4":H$=CHR$(27)+"G0"
190 D1$=STRING$(80,"_")
200 PRINT CHR$(27)+"="+" ";D1$
210 PRINT CHR$(27)+"="+"4 ";D1$
220 PRINT CHR$(27)+"="+"9";"CALCULANDO AREAS DE LA ARMADURA"
230 PRINT CHR$(27)+"="+"G";"";
240 /
250 / LEER DATOS GENERALES
260 /
270 OPEN"R",1,"/usr/losa/arch/datalosi.dat",40
280 GET 1,1
290 FOR RG=1 TO 13
300 FIELD 1,(RG-1)*2 AS A$,2 AS A1$
310 DT(RG)=CVI(A1$)
320 NEXT RG
330 CLOSE 1
340 PRINT:PRINT
350 PRINT #12, TAB(15)"DATOS GENERALES"
370 /
380 / GENERADCIÓN DE DATOS
390 /
400 / CALCULO AREAS DE LAS BARRAS
410 /
420 / LECTURA DE TABLAS DE AREAS
430 /
440 DIM TA(7,4)
450 FOR I=1 TO 7
460 FOR J=1 TO 4
470 READ TA(I,J)
490 NEXT J
500 NEXT I
510 'data VARILLA No,AREA(CM2),DIAMETRO(CM),RADIO DE GIRO
520 DATA 1,.32,.63,.155 :'varilla de 1/4'
530 DATA 2,.49,.79,.197 :'varilla de 5/16'
540 DATA 3,.71,.95,.24 :'varilla de 3/8'
550 DATA 4,1.27,1.27,.32 :'varilla de 1/2'
560 DATA 5,1.98,1.59,.4 :'varilla de 5/8'
570 DATA 6,2.85,1.9,.48 :'varilla de 3/4'
580 DATA 7,5.07,2.54,.6348 :'varilla de 1'
600 /
610 / RECUPERAR INFORMACION NODOS/BARRAS
720 /
730 LV=DT(1)/100
750 IF LV<13.2 THEN 800
770 Z$="LA VIGA ES MAYOR QUE 13.20 M"
780 GOSUB 1220
790 STOP
800 OPEN"R",6,"/usr/losa/arch/arma.dat",20
810 FIELD 6,2 AS A11$,2 AS A12$,2 AS A13$,2 AS A21$,2 AS A22$,2 AS A23$,8 AS
$:GET 6,1:DIAG=CVI(A11$):LECINF=CVI(A12$):LECSUP=CVI(A13$):DIDI=CVI(A21$):DIL
VI(A22$):DILS
=CVI(A23$)
820 FOR J= 1 TO BARRAS
830 IF J/2=INT(J/2) THEN 900:'BARRA PAR

```

```

840 /
850 B1(J,3)=(TA(DIDI,2)*DIAG)/10000
890 GOTO 1020
900 IF J/4=INT(J/4) THEN 970:'BARRA SUPERIOR
910 /
920 B1(J,3)=(TA(DILI,2)*LECINF)/10000
960 GOTO 1020
970 /
980 B1(J,3)=(TA(DILS,2)*LECSUP)/10000
990 B1(J,4)=DILS
1010 B1(J,5)=LECSUP ;'
1020 NEXT J
1030 /
1040 /
1050 /
1110 FOR I=1 TO BARRAS
1160 B1(I,6)=B1(I,4)
1170 NEXT I
1180 CLOSE
1210 CHAIN"losac100.bas"
1220 /
1230 /
1240 /
1250 PRINT CHR$(27)+"="+5 " ;STRING$(79," ")
1260 'PRINT CHR$(27)+"="+5." ;RE$+Z$+H$
1270 RETURN

```

GUARDAR INFORMACION

E R R O R

```

00 / programa : losacl00.bas
10 / fechas : 09 jul 86 21 jul 86 26 nov 86 $
20 /
30 OPEN "O",13,"PTR13"
80 PRINT CHR$(26)
90 / IMPRESION DE TITULOS
00 RE$=CHR$(27)+"G4";H$=CHR$(27)+"G0"
10 PRINT #13,: PRINT #13,TAB(5)"PROGRAMA DE SOLUCION DE ARMADURAS";PRINT #13,
B(15)"POR ANALISIS MATRICIAL";PRINT #13, A$
20 /
30 / PROGRAMA POR ANALISIS DE ARMADURAS POR ANALISIS MATRICIAL
40 /
50 A$="####.#####"
80 N=NODOS
30 B=BARRAS
50 N3=2*N;N2=2*N
60 DIM N(B,6);DIM Z(N*2);DIM Y(N*2);DIM N1(N,6);DIM L1(B);DIM L(B)
70 PRINT #13,TAB(31)"NUMERO DE BARRAS ";B
80 PRINT #13, TAB(31)"NUMERO DE NODOS ";N;PRINT #13, :PRINT #13,
90 PRINT #13, TAB(31)"NODOS DE LA ARMADURA";PRINT #13,
00 PRINT #13, TAB(10)"NODO COORDENADAS FUEZAS C.FRONTI
"
10 PRINT #13, TAB(20);"(X) (Y) (X) (Y) (X)(Y)"
30 FOR I=1 TO N
40 N1(I,1)=CNODO(I,1)
50 N1(I,2)=CNODO(I,2)
60 N1(I,3)=0
70 N1(I,4)=CNODO(I,3)
80 N1(I,5)=0
90 N1(I,6)=CNODO(I,4)
00 NEXT I
10 FOR I= 1 TO B
20 PRINT #13, TAB(10);I;TAB(20);N1(I,1);TAB(30)N1(I,2);TAB(37)N1(I,3);
30 PRINT #13, TAB(48)N1(I,4);TAB(60)N1(I,5);N1(I,6)
40 NEXT I
50 PRINT #13, :PRINT #13, :PRINT #13, TAB(25)"BARRAS DE LA ARMADURA";PRINT #1
60 PRINT #13, TAB(10)"BARRA NODOS DE LA BARRA AREA M ELAST"
70 FOR I= 1 TO B
80 N(I,1)=B1(I,1)
90 N(I,4)=2.1E+07
00 NEXT I
10 FOR I=1 TO B;PRINT #13, TAB(11)I;TAB(24);N(I,1);TAB(30)N(I,2);TAB(40) USIN
"$.#####";N(I,3);: PRINT #13,TAB(50)N(I,4);NEXT I
20 /
30 OPEN "R",1,"/usr/losa/arch/matgloba.dat",4
40 OPEN "R",4,"/usr/losa/arch/vectorly.dat",4
50 /
60 / CALCULO DE LA RIGIDEZ
70 /
80 FOR I=1 TO B
90 A=(N1(N(I,2),1)-N1(N(I,1),1))^2
00 C=(N1(N(I,2),2)-N1(N(I,1),2))^2
10 B1(I,4)=N(I,6)
20 NEXT I
30 /
40 OPEN "R",2,"/usr/losa/arch/datosmat.dat",6
50 /
60 FIELD 1,4 AS Z$
70 FOR ZZ=1 TO N3
80 FOR YY=1 TO N3

```

```

1010 ZX=(ZZ-1)*N3+YY
1020 LSET Z#=MKS$(0)
1030 PUT 1,ZX
1040 NEXT YY
1050 NEXT ZZ
1060 PRINT CHR$(26);PRINT CHR$(27)+"="+"'3";"CALCULANDO LA MATRIZ GLOBAL"
1070 FOR I= 1 TO B
1080 PRINT CHR$(27)+"="+"'3";"USANDO LA BARRA No. = ";I;
1090 J=2*N(I,1)-1
1100 K=2*N(I,2)-1
1110 J1=2*N(I,1)
1120 K1=2*N(I,2)
1140 L(I)=(((N1(N(I,2),1)-N1(N(I,1),1)))/N(I,6))
1150 L1(I)=(((N1(N(I,2),2)-N1(N(I,1),2)))/N(I,6))
1170 M1=L(I)^2*N(I,5)
1180 M2=L(I)*L1(I)*N(I,5)
1190 M3=L1(I)*L1(I)*N(I,5)
1210 GOSUB 1640
1220 NEXT I
1230 K=0
1240 FOR I=1 TO N
1250 K=K+1
1260 Z(K)=N1(I,5)
1270 Y(K)=N1(I,3)
1280 K=K+1
1290 Y(K)=N1(I,4)
1300 Z(K)=N1(I,6)
1310 NEXT I
1320 FIELD 2,2 AS Z1$,2 AS Z2$,2 AS Z3$;LSET Z1$=MKI$(B);LSET Z2$=MKI$(N);LSET
3$=MKI$(N3);PUT 2,1
1330 FIELD 4,4 AS Z$
1340 FOR ZX=1 TO N2
1350 LSET Z#=MKS$(Y(ZX));PUT 4,ZX
1360 NEXT ZX
1370 CLOSE 1
1380 OPEN"R",1,"/usr/losa/arch/vectoriz.dat",4
1390 FIELD 1,4 AS Z$
1400 FOR ZX=1 TO N2
1410 LSET Z#=MKS$(Z(ZX));PUT 1,ZX
1420 NEXT ZX
1430 CLOSE 1;OPEN"R",1,"/usr/losa/arch/vectori1.dat",4
1440 FIELD 1,4 AS Z$
1450 FOR ZX=1 TO B
1460 LSET Z#=MKS$(L(ZX));PUT 1,ZX
1470 NEXT ZX
1480 CLOSE 1;OPEN"R",1,"/usr/losa/arch/vectori1.dat",4
1490 FIELD 1,4 AS Z$
1500 FOR ZX=1 TO B
1510 LSET Z#=MKS$(L1(ZX));PUT 1,ZX
1520 NEXT ZX
1530 CLOSE 1;OPEN"R",1,"/usr/losa/arch/matriznn.dat",4
1540 FIELD 1,4 AS Z1$
1550 FOR ZX=1 TO B
1560 FOR ZZ=1 TO 6
1570 ZA=(ZX-1)*6+ZZ;LSET Z1$=MKS$(N(ZX,ZZ));PUT 1,ZA
1580 NEXT ZZ
1590 NEXT ZX
1600 CLOSE
1610 COMMON NDBOS,BARRAS,CNODO(),R1()
1620 CHAIN"condfron.bas"

```

```

1630 END
1640 '          RUTINA PARA EL CALCULO DE LA MATRIZ GLOBAL
1650 ZX=(J-1)*N3+J:FIELD 1,4 AS Z#:GET 1,ZX:Z=CVS(Z#):Z=Z+M1
1670 LSET Z#=MKS#(Z):PUT 1,ZX
1680 ZX=(J1-1)*N3+J1:FIELD 1,4 AS Z#:GET 1,ZX:Z=CVS(Z#):Z=Z+M3
1700 LSET Z#=MKS#(Z):PUT 1,ZX
1710 ZX=(K-1)*N3+K:FIELD 1,4 AS Z#:GET 1,ZX :Z=CVS(Z#):Z=Z+M1
1730 LSET Z#=MKS#(Z):PUT 1,ZX
1740 ZX=(K1-1)*N3+K1: FIELD 1,4 AS Z#:GET 1,ZX:Z=CVS(Z#):Z=Z+M3
1760 LSET Z#=MKS#(Z)
1770 PUT 1,ZX
1780 ZX=(J-1)*N3+J1:FIELD 1,4 AS Z#:GET 1,ZX:Z=CVS(Z#):PZ#=Z
1790 Z=Z+M2:PZ#=Z:PM2#=M2
1810 LSET Z#=MKS#(Z):PUT 1,ZX
1820 ZX=(J-1)*N3+K:FIELD 1,4 AS Z#:GET 1,ZX:Z=CVS(Z#):Z=Z-M1
1840 LSET Z#=MKS#(Z):PUT 1,ZX
1850 ZX=(J-1)*N3+K1:FIELD 1,4 AS Z#:GET 1,ZX:Z=CVS(Z#):Z=Z-M2
1870 LSET Z#=MKS#(Z):PUT 1,ZX
1880 ZX=(J1-1)*N3+K:FIELD 1,4 AS Z#:GET 1,ZX:Z=CVS(Z#):Z=Z-M2
1900 LSET Z#=MKS#(Z):PUT 1,ZX
1910 ZX=(J1-1)*N3+K1:FIELD 1,4 AS Z#:GET 1,ZX:Z=CVS(Z#):Z=Z-M3
1930 LSET Z#=MKS#(Z):PUT 1,ZX
1940 ZX=(K-1)*N3+K1:FIELD 1,4 AS Z#:GET 1,ZX:Z=CVS(Z#):Z=Z+M2
1960 LSET Z#=MKS#(Z):PUT 1,ZX
1970 ZX=(J1-1)*N3+J:GET 1,ZX:Z=CVS(Z#):Z=Z+M2
1990 LSET Z#=MKS#(Z):PUT 1,ZX
2000 ZX=(K-1)*N3+J:GET 1,ZX:Z=CVS(Z#):Z=Z-M1
2020 LSET Z#=MKS#(Z):PUT 1,ZX
2030 ZX=(K-1)*N3+J1:GET 1,ZX:Z=CVS(Z#):Z=Z-M2
2050 LSET Z#=MKS#(Z):PUT 1,ZX
2060 ZX=(K1-1)*N3+J:GET 1,ZX:Z=CVS(Z#):Z=Z-M2
2080 LSET Z#=MKS#(Z):PUT 1,ZX
2090 ZX=(K1-1)*N3+J1:GET 1,ZX:Z=CVS(Z#):Z=Z-M3
2110 LSET Z#=MKS#(Z):PUT 1,ZX
2120 ZX=(K1-1)*N3+K:GET 1,ZX:Z=CVS(Z#):Z=Z+M2
2140 LSET Z#=MKS#(Z):PUT 1,ZX
2150 RETURN
2160 END

```

```

100 / programa : tiparm.tesis
110 / fechas : 08 jul 86 11 nov 86 $
120 /
130 RAY#=STRING$(77,45);BLA#=STRING$(77,32)
140 PRINT CHR$(26)
150 FOR I=1 TO 7
160 READ VA$(I)
170 NEXT I
180 DATA "1/4","5/16","3/8","1/2","5/8","3/4","1"
200 FIELD 1,2 AS A11$,2 AS A12$,2 AS A13$,2 AS A21$,2 AS A22$,2 AS A23$,8 AS A1
$
210 GET 1,1
220 DIAG=CVI(A11$);LECINF=CVI(A12$);LECSUP=CVI(A13$);DIDI=CVI(A21$);DILI=CVI(A2
$);DILS=CVI(A23$)
230 GOSUB 300 : 'DESPLEGADO
240 IF RES#="" THEN GOSUB 400 : 'CAMPOS
260 PUT 1,1
270 CLOSE
280 RUN "losagb01.tesis"
290 END
300 /
310 PRINT CHR$(27)+"="+"!2"; "TIPO DE ARMADO"
320 PRINT CHR$(27)+"="+"#?"; "No. Var. Diam"
330 PRINT CHR$(27)+"="+"%"; "1) Diagonales ..... ";DIAG;" ";VA$(DI
I)
340 PRINT CHR$(27)+"="+"))"; "2) Lecho inferior ... ";LECINF;" ";VA$(
ILI)
350 PRINT CHR$(27)+"="+"-"; "3) Lecho superior ... ";LECSUP;" ";VA$(D
LS)
360 PRINT CHR$(27)+"="+"/."; "Alguna correccion (s/n) "
370 PRINT CHR$(27)+"="+"/G"; :RES#=INKEY$:IF RES#="" THEN 370
380 PRINT CHR$(27)+"="+"/."; "
390 IF RES#="" OR RES#="n" THEN RETURN ELSE 360
400 IN#=""
410 WHILE IN#<>"n"
420 PRINT CHR$(27)+"="+"11"; "Que campo (1-3) ";:INPUT CAM
430 PRINT CHR$(27)+"="+"/."; "
440 PRINT CHR$(27)+"="+"11"; "
450 IF CAM<1 OR CAM>3 THEN 420
460 IF CAM=1 THEN PRINT CHR$(27)+"="+"%A"; " ";:PRINT CHR$(27)+"="+"%A";:INPUT
DIAG:PRINT CHR$(27)+"="+"%A";DIAG:PRINT CHR$(27)+"="+"%M"; " ";:GOSUB 540:PR
NT CHR$(27)+
="+"%M";:INPUT DIDI:PRINT CHR$(27)+"="+"%M"; " ";VA$(DIDI):GOSUB 570
470 IF CAM=2 THEN PRINT CHR$(27)+"="+"A"; " ";:PRINT CHR$(27)+"="+"A";:INPUT
LECINF:PRINT CHR$(27)+"="+"A";LECINF:PRINT CHR$(27)+"="+"M"; " ";:GOSUB 54
:PRINT CHR$(2
7)+"="+"M";:INPUT DILI:PRINT CHR$(27)+"="+"M"; " ";VA$(DILI):GOSUB 570
480 IF CAM=3 THEN PRINT CHR$(27)+"="+"-A"; " ";:PRINT CHR$(27)+"="+"-A";:INPUT
LECSUP:PRINT CHR$(27)+"="+"-A";LECSUP:PRINT CHR$(27)+"="+"-M"; " ";:GOSUB 5
0:PRINT CHR$(
27)+"="+"-M";:INPUT DILS:PRINT CHR$(27)+"="+"-M"; " ";VA$(DILS):GOSUB 570
490 PRINT CHR$(27)+"="+"/."; "Alguna correccion (s/n) ";
500 PRINT CHR$(27)+"="+"/G";:IN#=INKEY$:IF IN#="" THEN 500
510 PRINT CHR$(27)+"="+"/."; "
520 WEND
530 RETURN
540 PRINT CHR$(27)+"="+"!";:PRINT RAY#
550 PRINT CHR$(27)+"="+"3!"; "1=1/4' 2=5/16' 3=3/8' 4=1/2' 5
5/8' 6=3/4' 7=1'"
560 RETURN

```

```
570 PRINT CHR$(27)+"="+1!";PRINT BLA$
580 PRINT CHR$(27)+"="+3!";PRINT BLA$
590 RETURN
```

```

100 /
110 /      programa : losagb01.tesis
120 /      fechas  : 09 jul 86  21 jul 86  29 jul 86  05 ago 86  11 nov 86
121 /      : 13 nov 86  24 nov 86  $
130 /
140 PRINT CHR$(26)
150 DIM DT(20),TB(5,2),T1(5)
160 D1$=STRING$(80," ")
170 PRINT CHR$(27)+"="+";D1$
180 PRINT CHR$(27)+"="+";4 ";D1$
190 PRINT CHR$(27)+"="+";'9';"CALCULANDO PESO DE LA LOSA"
200 PRINT CHR$(27)+"="+";"6";"";
210 /
220 /      LEER DATOS GENERALES
230 /
250 GET 1,1
260 FOR RG=1 TO 20
270 FIELD 1,(RG-1)*2 AS A$,2 AS A1$
280 DT(RG)=CUI(A1$)
290 IF RG=7 THEN DT(RG)=DT(RG)/100
300 NEXT RG
310 /
320 /      CALCULO PESO PROPIO
330 /
340 AREA=(DT(5)*DT(3))/10000
350 P1=AREA*2500
400 /
410 /      CALCULO DE PESO TOTAL
420 /
430 P2=DT(2)
440 P3=P1+P2
450 PL=P3*(DT(18)/100)
460 IF DT(6)=0 THEN PT=PL : GOTO 820
470 /      FACTOR DE CARGA DEBIDO A COLADO CON BOMBA
480 /      GUARDAR INFORMACION
490 /
500 FOR RG=1 TO 9
510 FIELD 1,(RG-1)*2 AS A$,2 AS A1$
520 IF RG=7 THEN DT(RG)= DT(RG)*100
530 LSET A1$=MKI$(DT(RG))
540 NEXT RG
550 LSET A1$=MKI$(PT)
560 LSET A2$=MKI$(NC)
570 LSET A3$=MKI$(NE)
580 LSET A4$=MKI$(DT(13))
590 LSET A5$=MKI$(DT(14))
600 LSET A6$=MKI$(DT(15))
610 LSET A7$=MKI$(DT(16))
620 LSET A8$=MKI$(DT(17))
630 LSET A9$=MKI$(DT(18))
640 LSET A0$=MKI$(DT(19))
650 LSET AA$=MKI$(0)
660 PUT 1,1
670 CLOSE
680 IF DT(4)=1 THEN RUN"losagb04.tesis"
690 IF DT(4)=2 THEN RUN"losagb05.tesis"
700 IF DT(4)=0 THEN RUN"losagb02.tesis"
710 IF DT(4)=3 THEN RUN"losagb06.tesis"
720 /
730 /      ERROR
740 PRINT CHR$(27)+"="+";5 ";STRING$(79," ")

```

```

'losa con un apoy
'losa con 2 apoyo
'autosustentable
'losa con 3 apoyo

```

```
1090 PRINT CHR$(27)+"="+5."";RE$+Z$+H$
1100 RETURN
```

```

100 ' programa : losagb02.tesis
110 ' fechas : 09 jul 86 24 nov 86 $
120 '
130 PRINT CHR$(26)
150 DIM DT(20),TB(5,2),T1(5)
170 D1$=STRING$(80," ")
180 PRINT CHR$(27)+"="+" ";D1$
190 PRINT CHR$(27)+"="+"4 ";D1$
200 PRINT CHR$(27)+"="+"9";"CALCULANDO DATOS ANALISIS MATRICIAL"
210 PRINT CHR$(27)+"="+"G";"";
220 '
230 ' LEER DATOS GENERALES
240 '
260 GET 1,1
270 FOR RG=1 TO 20
280 FIELD 1,(RG-1)*2 AS A$,2 AS A1$
290 DT(RG)=CVI(A1$)
300 NEXT RG
310 CLOSE 1
320 '
330 ' GENERACION DE DATOS
340 '
350 LV=DT(1):PE=DT(3):LB=DT(18):CA=DT(4)
360 IF CA=0 THEN 400
370 Z$=" ERROR EN LA CONDICION DE APOYO"
380 GOSUB 1420
390 STOP:CLOSE
400 LM=LV
410 CL=INT(LM/LB)
420 A1=LM/LB
430 LY=CL*LB
440 CY=LM-LY
450 IND=0
490 '
500 ' COORDENADAS DE LOS NODOS
510 '
520 DIM CNODO(NODOS,4)
530 '
540 ' NODOS PARES
550 '
560 Y=PE:X=0
570 IF IND=0 THEN X=X+LB
580 X=(X+(CY/2))/2
590 FOR I=2 TO NODOS STEP 2
620 IF I=2 THEN X=X+X+(LB/2):GOTO 660
630 IF I=NODOS-3 AND IND=0 THEN X=X+LB+(CY/4):GOTO 660
640 IF I=NODOS-3 AND IND=1 THEN X=X+(LB/2)+(CY/4):GOTO 660
650 X=X+LB
660 NEXT I
670 '
680 ' NODOS NONES
690 '
700 Y=0:X=0
720 CNODO(1,2)=Y
730 IF IND=0 THEN X=X+LB+(CY/2) ELSE X=X+CY/2
740 FOR I=3 TO NODOS STEP 2
750 CNODO(I,1)=X/100
760 CNODO(I,2)=Y/100
770 X=X+LB
780 NEXT I

```

```

790 CNODO(NODOS,1)=LM/100
800 CNODO(NODOS,2)=0
810 /
820 / LOCALIZACION BARRAS
830 /
850 DIM B1(BARRAS,6)
860 COMMON NODOS,BARRAS,CNODO(),B1()
870 I=1
880 J=2
890 II=1
900 JJ=2
910 FOR K=1 TO BARRAS
920 B1(K,1)=I
930 B1(K,2)=J
940 II=II+1
950 IF II=3 THEN I=I+1:II=1
960 JJ=JJ+1
970 IF JJ=3 THEN J=J+1:JJ=1
980 NEXT K
990 /
1000 / FUERZAS EN LA ARMADURA
1010 /
1020 CNODO(1,4)=1 ;/ NODO RESTRINGIDO
1030 CNODO(NODOS,4)=1
1070 CNODO(1,3)=-((PT(10)/1000))/2
1090 CNODO(NODOS,3)=CNODO(1,3)
1110 FOR I=3 TO NODOS-2 STEP 2
1130 CNODO(I,3)=-((DT(10)/1000))
1140 NEXT I
1400 CLOSE
1410 CHAIN"losagb03.bas"
1420 /
1430 / E R R O R
1440 /
1450 PRINT STRING$(79," ")
1460 PRINT CHR$(27)+"4"5";
1470 RETURN

```

```

10 /
15 / programa : Josagb04.tesis
20 / fechas : 09 Jul 86 24 Nov 86 $
45 /
50 PRINT CHR$(26)
60 DIM DT(18),TB(5,2),TI(5)
70 DI$=STRING$(80," ")
75 PRINT CHR$(27)+"="+.4+.1DI$
80 PRINT CHR$(27)+"="+.4+.1DI$
85 PRINT CHR$(27)+"="+.9+.1DI$
90 PRINT CHR$(27)+"="+.9+.1DI$
95 /
100 / LEER DATOS GENERALES
105 /
115 GET 1,1
120 FOR RG=1 TO 18
125 FIELD 1,(RG-1)*2 AS A#,2 AS A1#
130 DT(RG)=CUI(A1#)
135 NEXT RG
140 CLOSE 1
145 /
150 / GENERACION DATOS
155 /
160 LV=DT(1):PE=DT(3):CA=DT(4):LB=DT(18)
165 IF CA=1 THEN 185
170 Z#="ERROR EN LA CONDICION"
175 GOSUB 670
180 STOP
185 LV=L/2
190 CL=INT(LM/LB)
195 A1=L/2
200 LY=CL*LB
205 CY=LW-LY
210 CL=CL*2
215 IND=0
220 IF CY<10 AND CY<=(LB-2.5) THEN CL=CL+2:IND=1
225 /
235 / COORDENADAS DE LOS NODOS
240 /
245 /
250 DIM CNODO(NODOS,4)
255 / NODOS PARES
260 Y=PE:X=0
265 IF IND=0 THEN X=LB
270 X=(X+CY)/2
275 FOR I=2 TO NODOS-3 STEP 2
280 CNODO(I,1)=X/100
285 CNODO(I,2)=Y/100
290 IF I=2 THEN X=X*2+(LB/2):PRINT " X = ";X:GOTO 300
295 X=X+LB
300 NEXT I
305 X=X-LB
310 IF IND=0 THEN X=X+LB+(CY/2) ELSE X=X+(LB/2)+(CY/2)
320 CNODO(NODOS-1,2)=Y/100
325 / NODOS NONES
330 Y=0:X=0
340 CNODO(1,2)=Y
345 IF IND=0 THEN X=X+LB+CY ELSE X=X+CY
350 FOR I=3 TO NODOS-2 STEP 2
355 CNODO(I,1)=X/100
360 CNODO(I,2)=Y/100

```

```

665 X=X+LB
670 NEXT I
680 CNODO(NODOS,2)=Y
685 '
690 ' LOCALIZACION BARRAS
695 '
700 DIM B1(BARRAS,6)
703 COMMON NODOS,BARRAS,CNODO(),B1()
705 I=1
710 J=2
715 II=1
720 JJ=2
725 FOR K=1 TO BARRAS
730 B1(K,1)=I
735 B1(K,2)=J
740 II=II+1
745 IF II=3 THEN I=I+1:II=1
750 JJ=JJ+1
755 IF JJ=3 THEN J=J+1:JJ=1
760 NEXT K
765 '
770 ' FUERZAS EN LA ARMAJURA
775 '
780 CNODO(1,4)=1
785 CNODO(NODOS,4)=1
790 FOR I=1 TO NODOS STEP 2
795 IF CNODO(I,1)=LM/100 THEN 510
800 NEXT I
805 STOP:CLOSE
810 CNODO(1,4)=1
815 CNODO(1,3)=- (PT(10)/1000)/2
820 CNODO(NODOS,3)=CNODO(1,3)
825 FOR I=3 TO NODOS-2 STEP 2
830 CNODO(I,3)=- (BT(10)/1000)
835 NEXT I
840 CLOSE
845 CHAIN"1054gb03.bas"
850 '
855 ' ERROR
860 '
865 PRINT CHR$(27)+"="+%5 ";STRING$(79," ")
875 RETURN

```

E J E M P L O

ICIO ----> 08:47:04

LONGITUD DE LA VIGA (Cms)..... 800
 CARGA INICIAL (Kg/Ml)..... 2040
 CARGA FINAL (Kg/Ml)..... 4200
 BASE (cms) 30
 PERALTE (CON CAPA DE COMPRESION) (Cms).... 70
 CONDICION DE APOYO..... 1
 (autosustentable), n=1,2 (no. de apoyos)
 COLADO CON/SIN BOMBA ([0=SINO] [1=CON]).... 0
 CARGA CONCENTRADA (kgs) 0
 LONGITUD DE CADA BARRA (Cm)..... 30

MATRIZ DE RIGIDECES GLOBAL

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	53544.14	1081.987	-309.1391	-1081.987	-53235	0	0	0	0
2	1081.987	3786.953	-1081.987	-3786.953	0	0	0	0	0
3	-309.1391	-1081.987	24378.28	0	-309.1391	1081.987	-23760	0	0
4	-1081.987	-3786.953	0	7573.906	1081.987	-3786.953	0	0	0
5	-53235	0	-309.1391	1081.987	124707	-228.5798	-182.8729	-853.4068	-70980.01
6	0	0	1081.987	-3786.953	-228.5798	7769.518	-853.4068	-3982.565	0
7	0	0	-23760	0	-182.8729	-853.4068	51845.74	1.220703E-04	-182.8728
8	0	0	0	0	-853.4068	-3982.565	1.220703E-04	7965.13	853.4067
9	0	0	0	0	-70980.01	0	-182.8728	853.4067	142325.8
10	7965.13	-853.407	-3982.565	0	0	0	0	0	0
11	-853.407	55805.75	3.051758E-04	-182.8728	853.4067	-27720.01	0	0	0
12	-3982.565	3.051758E-04	7965.13	853.4067	-3982.565	0	0	0	0
13	0	-182.8728	853.4067	142325.8	0	-182.8728	-853.4067	-70980.01	0
14	0	853.4067	-3982.565	0	7965.13	-853.4067	-3982.565	0	0
15	0	-27720.01	0	-182.8728	-853.4067	55805.74	0	-182.8728	853.4067
16	0	0	0	-853.4067	-3982.565	0	7965.13	853.4067	-3982.565
17	0	0	0	-70980.01	0	-182.8728	853.4067	142325.8	6.713867
18	0	0	0	0	0	853.4067	-3982.565	6.713867E-04	7965.13
19	55805.74	6.713867E-04	-182.8728	853.4067	-27720.01	0	0	0	0
20	6.713867E-04	7965.13	853.4067	-3982.565	0	0	0	0	0
21	-182.8728	853.4067	142325.8	0	-182.8728	-853.4067	-70980.01	0	0
22	853.4067	-3982.565	0	7965.13	-853.4067	-3982.565	0	0	0
23	-27720.01	0	-182.8728	-853.4067	55805.74	0	-182.8728	853.4067	-27720.01
24	0	0	-853.4067	-3982.565	0	7965.13	853.4067	-3982.565	0
25	0	0	-70980.01	0	-182.8728	853.4067	142325.8	0	-182.8728
26	0	0	0	0	853.4067	-3982.565	0	7965.13	-853.4067
27	0	0	0	0	-27720.01	0	-182.8728	-853.4067	55805.74
28	7965.13	853.4074	-3982.565	0	0	0	0	0	0
29	853.4074	142325.8	-1.220703E-03	-182.8726	-853.4061	-70980.01	0	0	0
30	-3982.565	-1.220703E-03	7965.131	-853.4061	-3982.566	0	0	0	0

1	0	-182,8726	-853,4061	55805,74	-1,220703E-03	-182,8731	853,4074	-27719,98	0
2	0	-853,4061	-3982,566	-1,220703E-03	7965,131	853,4074	-3982,565	0	0
3	0	-70980,01	0	-182,8731	853,4074	142325,8	0	-182,8731	-853,4074
4	0	0	0	853,4074	-3982,565	0	7965,13	-853,4074	-3982,565
5	0	0	0	-27719,98	0	-182,8731	-853,4074	55805,74	1,220703E-03
6	0	0	0	0	0	-853,4074	-3982,565	1,220703E-03	7965,131

	37	38	39	40	41	42	43	44	45
7	142325,8	1,220703E-03	-182,8731	-853,4074	-70980,01	0	0	0	0
8	1,220703E-03	7965,131	-853,4074	-3982,565	0	0	0	0	0
9	-182,8731	-853,4074	55805,76	1,220703E-03	-182,8726	853,4061	-27720,01	0	0
0	-853,4074	-3982,565	1,220703E-03	7965,131	853,4061	-3982,566	0	0	0
1	-70980,01	0	-182,8726	853,4061	142325,7	1,220703E-03	-182,8731	-853,4074	-70979,96
2	0	0	853,4061	-3982,566	1,220703E-03	7965,131	-853,4074	-3982,565	0
3	0	0	-27720,01	0	-182,8731	-853,4074	55805,76	0	-182,8731
4	0	0	0	0	-853,4074	-3982,565	0	7965,13	853,4074
5	0	0	0	0	-70979,96	0	-182,8731	853,4074	142325,7

	46	47	48	49	50	51	52	53	54
6	7965,131	-853,4061	-3982,566	0	0	0	0	0	0
7	-853,4061	55805,76	-1,220703E-03	-182,8731	853,4074	-27720,01	0	0	0
8	-3982,566	-1,220703E-03	7965,131	853,4074	-3982,565	0	0	0	0
9	0	-182,8731	853,4074	142325,8	-1,220703E-03	-182,8726	-853,4061	-70980,01	0
0	0	853,4074	-3982,565	-1,220703E-03	7965,131	-853,4061	-3982,566	0	0
1	0	-27720,01	0	-182,8726	-853,4061	55805,74	-1,220703E-03	-182,8731	853,4074
2	0	0	0	-853,4061	-3982,566	-1,220703E-03	7965,131	853,4074	-3982,565
3	0	0	0	-70980,01	0	-182,8731	853,4074	142325,7	0
4	0	0	0	0	0	853,4074	-3982,565	0	7965,13

	55	56	57	58	59	60	61	62	63
5	55805,76	0	-182,8731	853,4074	-27720,03	0	0	0	0
6	0	7965,13	853,4074	-3982,565	0	0	0	0	0
7	-182,8731	853,4074	142325,8	-2,319336E-03	-182,8721	-853,405	-70980,07	0	0
8	853,4074	-3982,565	-2,319336E-03	7965,132	-853,405	-3982,567	0	0	0
9	-27720,03	0	-182,8721	-853,405	55805,76	-2,319336E-03	-182,8731	853,4074	-27719,98
0	0	0	-853,405	-3982,567	-2,319336E-03	7965,132	853,4074	-3982,565	0
1	0	0	-70980,07	0	-182,8731	853,4074	142325,8	0	-182,8731
2	0	0	0	0	853,4074	-3982,565	0	7965,13	-853,4074
3	0	0	0	0	-27719,98	0	-182,8731	-853,4074	55805,71

	64	65	66	67	68	69	70	71	72
4	7965,13	853,4074	-3982,565	0	0	0	0	0	0
5	853,4074	142325,8	0	-182,8731	-853,4074	-70980,07	0	0	0
6	-3982,565	0	7965,13	-853,4074	-3982,565	0	0	0	0
7	0	-182,8731	-853,4074	55805,76	2,319336E-03	-182,8721	853,405	-27720,03	0
8	0	-853,4074	-3982,565	2,319336E-03	7965,132	853,405	-3982,567	0	0
9	0	-70980,07	0	-182,8721	853,405	142325,8	2,319336E-03	-182,8731	-853,4074
0	0	0	0	853,405	-3982,567	2,319336E-03	7965,132	-853,4074	-3982,565
1	0	0	0	-27720,03	0	-182,8731	-853,4074	55805,76	0
2	0	0	0	0	0	-853,4074	-3982,565	0	7965,13

	73	74	75	76	77	78	79	80	81
3	142325.7	0	-182.8731	-853.4074	-70979.96	0	0	0	0
4	0	7965.13	-853.4074	-3982.565	0	0	0	0	0
5	-182.8731	-853.4074	55805.76	0	-182.8731	853.4074	-27720.03	0	0
6	-853.4074	-3982.565	0	7965.13	853.4074	-3982.565	0	0	0
7	-70979.96	0	-182.8731	853.4074	142325.8	-2.319336E-03	-182.8721	-853.405	-70980.07
8	0	0	853.4074	-3982.565	-2.319336E-03	7965.132	-853.405	-3982.567	0
9	0	0	-27720.03	0	-182.8721	-853.405	55805.76	-2.319336E-03	-182.8731
0	0	0	0	0	-853.405	-3982.567	-2.319336E-03	7965.132	853.4074
1	0	0	0	0	-70980.07	0	-182.8731	853.4074	142325.8

	82	83	84	85	86	87	88	89	90
2	7965.13	-853.4074	-3982.565	0	0	0	0	0	0
3	-853.4074	55805.71	0	-182.8731	853.4074	-27719.98	0	0	0
4	-3982.565	0	7965.13	853.4074	-3982.565	0	0	0	0
5	0	-182.8731	853.4074	142325.8	0	-182.8731	-853.4074	-70980.07	0
6	0	853.4074	-3982.565	0	7965.13	-853.4074	-3982.565	0	0
7	0	-27719.98	0	-182.8731	-853.4074	55805.76	2.319336E-03	-182.8721	853.405
8	0	0	0	-853.4074	-3982.565	2.319336E-03	7965.132	853.405	-3982.567
9	0	0	0	-70980.07	0	-182.8721	853.405	142325.8	2.319336E-03
0	0	0	0	0	0	853.405	-3982.567	2.319336E-03	7965.132

	91	92	93	94	95	96	97	98	99
1	55805.76	0	-182.8731	853.4074	-27719.98	0	0	0	0
2	0	7965.13	853.4074	-3982.565	0	0	0	0	0
3	-182.8731	853.4074	142325.7	0	-182.8731	-853.4074	-70979.96	0	0
4	853.4074	-3982.565	0	7965.13	-853.4074	-3982.565	0	0	0
5	-27719.98	0	-182.8731	-853.4074	55805.76	0	-182.8731	853.4074	-27720.03
6	0	0	-853.4074	-3982.565	0	7965.13	853.4074	-3982.565	0
7	0	0	-70979.96	0	-182.8731	853.4074	142325.8	-2.319336E-03	-182.8721
8	0	0	0	0	853.4074	-3982.565	-2.319336E-03	7965.132	-853.405
9	0	0	0	0	-27720.03	0	-182.8721	-853.405	51845.75

	100	101	102	103	104	105	106	107	108
.00	7965.132	853.4074	-3982.565	0	0	0	0	0	0
.01	853.4074	124707.1	228.5805	-309.1398	-1081.988	-53234.99	0	0	0
.02	-3982.565	228.5805	7769.517	-1081.988	-3786.952	0	0	0	0
.03	0	-309.1398	-1081.988	24378.26	2.197266E-03	-309.1384	1081.986	0	0
.04	0	-1081.988	-3786.952	2.197266E-03	7573.905	1081.986	-3786.953	0	0
.05	0	-53234.99	0	-309.1384	1081.986	53544.13	-1081.986	0	0
.06	0	0	0	1081.986	-3786.953	-1081.986	3786.953	0	0

PROGRAMA DE SOLUCION DE ARMADURAS
POR ANALISIS MATRICIAL

NUMERO DE BARRAS 103
NUMERO DE NODOS 53

NODOS DE LA ARMADURA

NODO	COORDENADAS		FUEZAS		C.FRONTERA	
	(X)	(Y)	(X)	(Y)	(X)	(Y)
1	0	0	0	-.395	0	1
2	.2	.7	0	0	0	0
3	.4	0	0	-.77	0	0
4	.55	.7	0	0	0	0
5	.7	0	0	-.77	0	0
6	.85	.7	0	0	0	0
7	1	0	0	-.77	0	0
8	1.15	.7	0	0	0	0
9	1.3	0	0	-.77	0	0
10	1.45	.7	0	0	0	0
11	1.6	0	0	-.77	0	0
12	1.75	.7	0	0	0	0
13	1.9	0	0	-.77	0	0
14	2.05	.7	0	0	0	0
15	2.2	0	0	-.77	0	0
16	2.35	.7	0	0	0	0
17	2.5	0	0	-.77	0	0
18	2.65	.7	0	0	0	0
19	2.8	0	0	-.77	0	0
20	2.95	.7	0	0	0	0
21	3.1	0	0	-.77	0	0
22	3.25	.7	0	0	0	0
23	3.4	0	0	-.77	0	0
24	3.55	.7	0	0	0	0
25	3.7	0	0	-.77	0	0
26	3.85	.7	0	0	0	0
27	4	0	0	-.77	0	1
28	4.15	.7	0	0	0	0
29	4.3	0	0	-.77	0	0
30	4.45	.7	0	0	0	0
31	4.6	0	0	-.77	0	0
32	4.75	.7	0	0	0	0
33	4.9	0	0	-.77	0	0
34	5.05	.7	0	0	0	0
35	5.2	0	0	-.77	0	0
36	5.35	.7	0	0	0	0
37	5.5	0	0	-.77	0	0
38	5.65	.7	0	0	0	0
39	5.8	0	0	-.77	0	0
40	5.95	.7	0	0	0	0
41	6.1	0	0	-.77	0	0
42	6.25	.7	0	0	0	0
43	6.4	0	0	-.77	0	0
44	6.55	.7	0	0	0	0
45	6.7	0	0	-.77	0	0
46	6.85	.7	0	0	0	0
47	7	0	0	-.77	0	0
48	7.15	.7	0	0	0	0
49	7.3	0	0	-.77	0	0
50	7.45	.7	0	0	0	0
51	7.6	0	0	-.77	0	0
52	7.8	.7	0	0	0	0
53	8	0	0	-.385	0	1

BARRAS DE LA ARMADURA

BARRA	NODOS DE LA BARRA		AREA	M ELAST
1	1	2	0.000142	2.1E+07
2	1	3	0.001014	2.1E+07
3	2	3	0.000142	2.1E+07
4	2	4	0.000396	2.1E+07
5	3	4	0.000142	2.1E+07
6	3	5	0.001014	2.1E+07
7	4	5	0.000142	2.1E+07
8	4	6	0.000396	2.1E+07
9	5	6	0.000142	2.1E+07
10	5	7	0.001014	2.1E+07
11	6	7	0.000142	2.1E+07
12	6	8	0.000396	2.1E+07
13	7	8	0.000142	2.1E+07
14	7	9	0.001014	2.1E+07
15	8	9	0.000142	2.1E+07
16	8	10	0.000396	2.1E+07
17	9	10	0.000142	2.1E+07
18	9	11	0.001014	2.1E+07
19	10	11	0.000142	2.1E+07
20	10	12	0.000396	2.1E+07
21	11	12	0.000142	2.1E+07
22	11	13	0.001014	2.1E+07
23	12	13	0.000142	2.1E+07
24	12	14	0.000396	2.1E+07
25	13	14	0.000142	2.1E+07
26	13	15	0.001014	2.1E+07
27	14	15	0.000142	2.1E+07
28	14	16	0.000396	2.1E+07
29	15	16	0.000142	2.1E+07
30	15	17	0.001014	2.1E+07
31	16	17	0.000142	2.1E+07
32	16	18	0.000396	2.1E+07
33	17	18	0.000142	2.1E+07
34	17	19	0.001014	2.1E+07
35	18	19	0.000142	2.1E+07
36	18	20	0.000396	2.1E+07
37	19	20	0.000142	2.1E+07
38	19	21	0.001014	2.1E+07
39	20	21	0.000142	2.1E+07
40	20	22	0.000396	2.1E+07
41	21	22	0.000142	2.1E+07
42	21	23	0.001014	2.1E+07
43	22	23	0.000142	2.1E+07
44	22	24	0.000396	2.1E+07
45	23	24	0.000142	2.1E+07
46	23	25	0.001014	2.1E+07
47	24	25	0.000142	2.1E+07
48	24	26	0.000396	2.1E+07
49	25	26	0.000142	2.1E+07
50	25	27	0.001014	2.1E+07
51	26	27	0.000142	2.1E+07
52	26	28	0.000396	2.1E+07

53	27	28	0.000142	2.1E+07
54	27	29	0.001014	2.1E+07
55	28	29	0.000142	2.1E+07
56	28	30	0.000396	2.1E+07
57	29	30	0.000142	2.1E+07
58	29	31	0.001014	2.1E+07
59	30	31	0.000142	2.1E+07
60	30	32	0.000396	2.1E+07
61	31	32	0.000142	2.1E+07
62	31	33	0.001014	2.1E+07
63	32	33	0.000142	2.1E+07
64	32	34	0.000396	2.1E+07
65	33	34	0.000142	2.1E+07
66	33	35	0.001014	2.1E+07
67	34	35	0.000142	2.1E+07
68	34	36	0.000396	2.1E+07
69	35	36	0.000142	2.1E+07
70	35	37	0.001014	2.1E+07
71	36	37	0.000142	2.1E+07
72	36	38	0.000396	2.1E+07
73	37	38	0.000142	2.1E+07
74	37	39	0.001014	2.1E+07
75	38	39	0.000142	2.1E+07
76	38	40	0.000396	2.1E+07
77	39	40	0.000142	2.1E+07
78	39	41	0.001014	2.1E+07
79	40	41	0.000142	2.1E+07
80	40	42	0.000396	2.1E+07
81	41	42	0.000142	2.1E+07
82	41	43	0.001014	2.1E+07
83	42	43	0.000142	2.1E+07
84	42	44	0.000396	2.1E+07
85	43	44	0.000142	2.1E+07
86	43	45	0.001014	2.1E+07
87	44	45	0.000142	2.1E+07
88	44	46	0.000396	2.1E+07
89	45	46	0.000142	2.1E+07
90	45	47	0.001014	2.1E+07
91	46	47	0.000142	2.1E+07
92	46	48	0.000396	2.1E+07
93	47	48	0.000142	2.1E+07
94	47	49	0.001014	2.1E+07
95	48	49	0.000142	2.1E+07
96	48	50	0.000396	2.1E+07
97	49	50	0.000142	2.1E+07
98	49	51	0.001014	2.1E+07
99	50	51	0.000142	2.1E+07
100	50	52	0.000396	2.1E+07
101	51	52	0.000142	2.1E+07
102	51	53	0.001014	2.1E+07
103	52	53	0.000142	2.1E+07

VECTOR SOLUCION

NODO X/Y
1DESPLAZAMIENTO,
-5.958849E-04

1	0.00000E+00
2	1.443844E-03
2	-1.608056E-03
3	-5.750465E-04
3	-3.210158E-03
4	1.350465E-03
4	-4.404343E-03
5	-5.343919E-04
5	-5.589815E-03
6	1.222302E-03
6	-6.55448E-03
7	-4.772677E-04
7	-7.506905E-03
8	1.05792E-03
8	-8.230764E-03
9	-4.083233E-04
9	-8.939848E-03
10	8.692231E-04
10	-9.415153E-03
11	-3.322078E-04
11	-9.874151E-03
12	6.681161E-04
12	-1.009671E-02
13	-2.535706E-04
13	-1.030242E-02
14	4.665038E-04
14	-1.027159E-02
15	-1.770607E-04
15	-1.022436E-02
16	2.762909E-04
16	-9.943029E-03
17	-1.073274E-04
17	-9.646755E-03
18	1.093819E-04
18	-9.121372E-03
19	-4.901966E-05
19	-8.583498E-03
20	-2.231807E-05
20	-7.824059E-03
21	-6.786709E-06
21	-7.05557E-03
22	-1.069046E-04
22	-6.075613E-03
23	1.47223E-05
23	-5.091048E-03
24	-1.324728E-04
24	-3.907662E-03
25	1.085818E-05
25	-2.725103E-03
26	-8.711818E-05
26	-1.358921E-03
27	-2.302825E-05
27	0.00000E+00
28	4.106427E-05
28	-1.358923E-03
29	-5.691469E-05

29	-2.725108E-03
30	8.641872E-05
30	-3.907668E-03
31	-6.077877E-05
31	-5.091057E-03
32	6.08502E-05
32	-6.075626E-03
33	-3.926964E-05
33	-7.055585E-03
34	-2.373677E-05
34	-7.824075E-03
35	2.963423E-06
35	-8.583514E-03
36	-1.554371E-04
36	-9.121389E-03
37	6.127131E-05
37	-9.646769E-03
38	-3.223463E-04
38	-9.943038E-03
39	1.310048E-04
39	-1.022437E-02
40	-5.125592E-04
40	-1.027159E-02
41	2.075145E-04
41	-1.030242E-02
42	-7.141715E-04
42	-1.009671E-02
43	2.861516E-04
43	-9.874148E-03
44	-9.152784E-04
44	-9.41515E-03
45	3.622666E-04
45	-8.939842E-03
46	-1.103975E-03
46	-8.230758E-03
47	4.312108E-04
47	-.0075069
48	-1.268357E-03
48	-6.554475E-03
49	4.883347E-04
49	-5.589809E-03
50	-1.39652E-03
50	-4.404339E-03
51	5.289892E-04
51	-3.210155E-03
52	-1.489898E-03
52	-1.608054E-03
53	5.498276E-04
53	0.00000E+00

ELEMENTOS MECANICOS

BARRA	FUERZA AXIAL
1	4.03804
2	-1.109331

3	-4.03804
4	2.218678
5	3.183335
6	-2.88567
7	-3.183334
8	3.552677
9	2.395851
10	-4.054672
11	-2.395853
12	4.556673
13	1.608378
14	-4.893675
15	-1.608372
16	5.230679
17	.8208847
18	-5.402674
19	-.8209038
20	5.574688
21	3.342819E-02
22	-5.581671
23	-3.341675E-02
24	5.588694
25	-.754055
26	-5.43067
27	.7540512
28	5.272703
29	-1.541531
30	-4.949674
31	1.541538
32	4.626713
33	-2.32901
34	-4.138682
35	2.329006
36	3.650724
37	-3.11648
38	-2.997695
39	3.116482
40	2.344738
41	-3.903961
42	-1.526708
43	3.903956
44	.7087524
45	-4.691437
46	.2742752
47	4.691434
48	-1.257231
49	-5.478915
50	2.405259
51	5.478915
52	-3.553215
53	5.478922
54	2.405258
55	-5.478923
56	-1.257227
57	4.691441
58	.2742729

59	-4.691444
60	.7087591
61	3.903969
62	-1.526717
63	-3.903965
64	2.344749
65	3.116486
66	-2.997705
67	-3.116486
68	3.650736
69	2.329003
70	-4.138691
71	-2.329003
72	4.626722
73	1.541519
74	-4.949677
75	-1.541512
76	5.272705
77	.7540436
78	-5.430664
79	-.7540474
80	5.589692
81	-3.343201E-02
82	-5.581658
83	3.343201E-02
84	5.574679
85	-.8209038
86	-5.402651
87	.8209
88	5.230675
89	-1.608376
90	-4.89365
91	1.608374
92	4.556669
93	-2.395853
94	-4.054651
95	2.395855
96	3.55267
97	-3.183329
98	-2.895666
99	3.183333
100	2.218666
101	-4.038038
102	-1.109333
103	4.038037

ARRA No	L/R	F cal.	F restante.	L/R
1	303.3379	161.6704	1938.185	114.6835
2	TENSION	25552.8		
3	TENSION	3578.4	229.8198	114.6835
4	87.50001	5325.457		
5	298.2879	167.1908	1508.072	112.7743
6	TENSION	25552.8		

	TENSION	3578,4		
	75	6210,27		
	298,2879	167,1908	1114,33	149,144
0	TENSION	25552,8		
1	TENSION	3578,4		
2	75	6210,271		
3	298,2879	167,1908	720,5933	149,144
4	TENSION	25552,8		
5	TENSION	3578,4		
6	75,00001	6210,269		
7	298,2879	167,1908	326,8469	178,9728
8	TENSION	25552,8		
9	TENSION	3578,4		
0	75	6210,271		
1	298,2879	167,1908		
2	TENSION	25552,8		
3	TENSION	3578,4		
4	75	6210,271		
5	TENSION	3578,4		
6	TENSION	25552,8		
7	298,2879	167,1908	293,4302	178,9728
8	75	6210,271		
9	TENSION	3578,4		
0	TENSION	25552,8		
1	298,2879	167,1908	687,1737	149,144
2	75,00005	6210,267		
3	TENSION	3578,4		
4	TENSION	25552,8		
5	298,2879	167,1909	1080,908	149,144
6	75	6210,271		
7	TENSION	3578,4		
8	TENSION	25552,8		
9	298,2879	167,1909	1474,645	112,7743
0	75	6210,271		
1	TENSION	3578,4	162,7806	112,7743
2	TENSION	25552,8		
3	298,2879	167,1908	1868,382	112,7743
4	75	6210,271		
5	TENSION	3578,4	556,5183	112,7743
6	47,25897	19685,04		
7	298,2879	167,1908	2262,122	112,7743
8	TENSION	9979,2		
9	TENSION	3578,4	950,2573	112,7743
0	47,25897	19685,04		
1	298,2879	167,1908	2655,862	112,7743
2	TENSION	9979,2		
3	298,2879	167,1908	2655,866	112,7743
4	47,25901	19685,03		
5	TENSION	3578,4	950,2612	112,7743
6	TENSION	9979,2		
7	298,2879	167,1909	2262,125	112,7743
8	47,25894	19685,04		
9	TENSION	3578,4	556,5218	112,7743
0	75,00005	6210,267		
1	298,2879	167,1908	1868,389	112,7743
2	TENSION	25552,8		

3	TENSION	3578,4	162,7826	112,7743
1	75,00005	6210,267		
3	298,2879	167,1908	1474,647	112,7743
3	TENSION	25552,8		
7	TENSION	3578,4		
3	74,99993	6210,275		
7	298,2879	167,1908	1080,906	149,144
0	TENSION	25552,8		
1	TENSION	3578,4		
2	75,00005	6210,267		
3	298,2879	167,1908	687,1642	149,144
4	TENSION	25552,8		
5	TENSION	3578,4		
6	74,99993	6210,275		
7	298,2879	167,1909	293,4264	178,9727
3	TENSION	25552,8		
7	TENSION	3578,4		
0	75,00005	6210,267		
1	TENSION	3578,4		
2	TENSION	25552,8		
3	298,2879	167,1908		
4	75,00005	6210,267		
5	TENSION	3578,4		
6	TENSION	25552,8		
7	298,2879	167,1909	326,8546	178,9727
8	74,99993	6210,275		
9	TENSION	3578,4		
0	TENSION	25552,8		
1	298,2879	167,1908	720,5915	149,144
2	75,00005	6210,267		
3	TENSION	3578,4		
4	TENSION	25552,8		
5	298,2879	167,1908	1114,332	149,144
6	74,99993	6210,275		
7	TENSION	3578,4		
8	TENSION	25552,8		
9	298,2879	167,1908	1508,071	112,7743
00	87,50009	5325,451		
01	TENSION	3578,4	229,8192	112,7743
02	TENSION	25552,8		
03	303,3379	161,6704	1938,184	114,6835

RRA	Mem.	F.carga	M.ultimo	Q	p(calculada)	p(empleada)	As	p'	As'
2	632782,5	1,5	949173,8	,0311293	1,482348E-03	,0025	5,4		
6	1129083	1,5	1693624	5,634904E-02	2,683288E-03	2,683288E-03	5,795901		
10	1654333	1,5	2481500	8,394605E-02	3,997431E-03	3,997431E-03	8,63445		
14	2058463	1,5	3087694	,1058775	5,041787E-03	5,041787E-03	10,89026		
18	2420053	1,5	3630079	,126065	6,003094E-03	6,003094E-03	12,96668		
22	2739103	1,5	4108655	,1443582	6,874201E-03	6,874201E-03	14,84827		
26	3015613	1,5	4523420	,1606062	7,647912E-03	7,647912E-03	16,51949		
30	3249583	1,5	4874374	,1746604	8,317161E-03	8,317161E-03	17,96507		
34	3441013	1,5	5161520	,1863815	8,875308E-03	8,875308E-03	19,17066		
38	3589903	1,5	5384855	,1956434	9,316351E-03	9,316351E-03	20,12332		

42	3696253	1.5	5544379	.2023404	9.635255E-03	9.635255E-03	20.81215
46	3760063	1.5	5640095	.2063921	9.828196E-03	9.828196E-03	21.2289
50	3781333	1.5	5671999	.2077484	9.892779E-03	9.892779E-03	21.3684
54	3781333	1.5	5672000	.2077484	9.892781E-03	9.892781E-03	21.36841
58	3760063	1.5	5640095	.2063921	9.828196E-03	9.828196E-03	21.2289
62	3696253	1.5	5544379	.2023404	9.635255E-03	9.635255E-03	20.81215
66	3589903	1.5	5384855	.1956434	9.316351E-03	9.316351E-03	20.12332
70	3441014	1.5	5161521	.1863815	8.875308E-03	8.875308E-03	19.17066
74	3249584	1.5	4874375	.1746605	8.317165E-03	8.317165E-03	17.96508
78	3015613	1.5	4523419	.1606061	7.647909E-03	7.647909E-03	16.51948
82	2739103	1.5	4108655	.1443582	6.874201E-03	6.874201E-03	14.84827
86	2420054	1.5	3630081	.126065	6.003096E-03	6.003096E-03	12.96669
90	2059464	1.5	3087696	.1058776	5.041792E-03	5.041792E-03	10.89027
94	1654334	1.5	2481500	8.394605E-02	3.997431E-03	3.997431E-03	8.63445
98	1207663	1.5	1811495	6.041616E-02	2.87696E-03	2.87696E-03	6.214234
102	718454	1.5	1077681	3.542686E-02	1.686993E-03	.0025	5.4

4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	
5/	9/	13/	17/	21/	25/	29/	33/	37/	41/	45/	49/	53/	57/	61/	65/	69/	
3/	7/	11/	15/	19/	23/	27/	31/	35/	39/	43/	47/	51/	55/	59/	63/	67/	71/
6	10	14	18	22	26	30	34	38	42	46	50	54	58	62	66	70	
72	76	80	84	88	92	96	100										
73/	77/	81/	85/	89/	93/	97/	101/										
74/	78/	82/	86/	90/	94/	98/	102/										
75	79	83	87	91	95	99	103										

ARMADO NORMAL

AGONALES: # de var. 2 DE 3/8
 CHD INFERIOR, # de var. 2 DE 1
 CHD SUPERIOR, # de vars. 2 DE 5/8

BARRA	LONGITUD (cm)	ARMADO NORMAL		REFUERZO(ARMADURA)		REFUERZO(TRABE)		REFUERZO(V.doble armado)		
		VARILLA	CANTIDAD ***	VARILLA	CANTIDAD ***	VARILLA	CANTIDAD	***	VARILLA	CANTIDAD
1	72.8011	3/8	2	1	2					
2	40	1	2							
3	72.8011	3/8	2	1/4	2					

4	35.00001	5/8	2				
5	71.58911	3/8	2	1	2		
6	30	1	2				
7	71.58911	3/8	2				
8	30	5/8	2				
9	71.58911	3/8	2	3/4	2		
10	30	1	2				
11	71.58911	3/8	2				
12	30	5/8	2				
13	71.58911	3/8	2	3/4	2		
14	30	1	2			5/16	2
15	71.58911	3/8	2				
16	30.00001	5/8	2				
17	71.58911	3/8	2	5/8	2		
18	30.00001	1	2			5/8	2
19	71.58911	3/8	2				
20	30	5/8	2				
21	71.58911	3/8	2				
22	30	1	2			3/4	2
23	71.58911	3/8	2				
24	30	5/8	2				
25	71.58911	3/8	2				
26	30.00001	1	2			1	2
27	71.58911	3/8	2	5/8	2		
28	30	5/8	2				
29	71.5891	3/8	2				
30	30	1	2			1	2
31	71.58911	3/8	2	3/4	2		
32	30.00002	5/8	2				
33	71.58911	3/8	2				
34	30	1	2			1	2
35	71.5891	3/8	2	3/4	2		
36	30	5/8	2				
37	71.58911	3/8	2				
38	30	1	2			1	2
39	71.5891	3/8	2	1	2		
40	30	5/8	2				
41	71.58911	3/8	2	1/4	2		
42	30.00002	1	2			1	3
43	71.58911	3/8	2	1	2		
44	30	5/8	2				
45	71.5891	3/8	2	5/16	2		
46	30	1	2			1	3
47	71.58911	3/8	2	1	2		
48	30	5/8	2				
49	71.5891	3/8	2	5/16	2		
50	30	1	2			1	3
51	71.58911	3/8	2	1	2		
52	30.00002	5/8	2				
53	71.58911	3/8	2	1	2		
54	30.00002	1	2			1	3
55	71.58911	3/8	2	5/16	2		
56	29.99997	5/8	2				
57	71.5891	3/8	2	1	2		
58	29.99997	1	2			1	3
59	71.58911	3/8	2	5/16	2		

60	30.00002	5/8	2					
61	71.58911	3/8	2	1	2			
62	30.00002	1	2			1		3
63	71.58911	3/8	2	1/4	2			
64	30.00002	5/8	2					
65	71.58911	3/8	2	1	2			
66	29.99997	1	2			1		2
67	71.5891	3/8	2					
68	29.99997	5/8	2					
69	71.58911	3/8	2	3/4	2			
70	30.00002	1	2			1		2
71	71.58911	3/8	2					
72	30.00002	5/8	2					
73	71.58911	3/8	2	3/4	2			
74	30.00002	1	2			1		2
75	71.58911	3/8	2					
76	29.99997	5/8	2					
77	71.5891	3/8	2	5/8	2			
78	29.99997	1	2			1		2
79	71.58911	3/8	2					
80	30.00002	5/8	2					
81	71.58911	3/8	2					
82	30.00002	1	2			3/4		2
83	71.58911	3/8	2					
84	30.00002	5/8	2					
85	71.58911	3/8	2					
86	29.99997	1	2			5/8		2
87	71.5891	3/8	2	5/8	2			
88	29.99997	5/8	2					
89	71.58911	3/8	2					
90	30.00002	1	2			5/16		2
91	71.58911	3/8	2	3/4	2			
92	30.00002	5/8	2					
93	71.58911	3/8	2					
94	30.00002	1	2					
95	71.58911	3/8	2	3/4	2			
96	29.99997	5/8	2					
97	71.5891	3/8	2					
98	29.99997	1	2					
99	71.58911	3/8	2	1	2			
100	35.00004	5/8	2					
101	72.80111	3/8	2	1/4	2			
102	40.00001	1	2					
103	72.8011	3/8	2	1	2			

T O T A L E S D E V A R I L L A

PO	LONGITUD
1/4	5.775609
1/16	6.927129
1/8	74.54964

1/2 0
5/8 22.12713
3/4 12.65426
1 43.42985



CALCULO DE ESTRIOS

SE NECESITAN 11 ESTRIOS DE DOS RAMAS DEL No 2 5/16'

SEPARACION AL APOYO DE (cms)

- 6.859131
- 21.086
- 36.08353
- 51.99243
- 69.00235
- 87.37939
- 107.5182
- 130.05
- 156.1077
- 188.1655
- 234.7273

NAL 09:18:52

VII.- CONCLUSIONES

VENTAJAS DEL ANALISIS, DISEÑO, FABRICACION Y UTILIZACION DE LAS TRABES PREFABRICADAS.

APLICACION DE LA COMPUTADORA EN EL ANALISIS Y DISEÑO DE TRABES Y SUS VENTAJAS.

Una de las ventajas del uso de la computadora, es que pudimos hacer un programa donde solo le damos a la computadora la longitud de la viga, la carga inicial en el colado, la carga final, el ancho de la trabe, peralte de la trabe, los apoyos que lleva en el momento del colado, si se va a colar con bomba o no y el paso de las diagonales. Con esa pequeña informacion la computadora se encarga de hacer todo lo demas, que es bastante laborioso y tedioso, como es generar la armadura, esto es crear las barras y los nodos con sus respectivas coordenadas, con la carga que le corresponde a cada una y con las condiciones de frontera. Asi como ubicar cada barra en que nodo empieza y en que nodo acaba y que area tiene la barra etc.

Otra ventaja importante es la rapidez con la que la computadora resuelve el modelo matematico ya que una trabe la calcula en diez minutos, (como trabe y como armadura; analisis y diseno).

Una ventaja mas del analisis matricial es que al resolver el modelo matematico nos da las deformaciones en los dos ejes coordenados que cada nudo tiene en la primera fase cuando la trabe trabaja como armadura; tambien podemos saber el comportamiento elastico de la armadura si se cuela con concreto bombeado, ya que se puede incrementar el factor de carga en esa primera fase lo que uno quiera, con objeto de tomar el peso adicional por la concentracion del concreto al momento del bombeo. Hay ocasiones que apilan hasta ochenta centimetros de concreto, si consideramos un peso volumetrico de mil quinientos kilos por metro cubico, representa 1.2 toneladas de carga por metro cuadrado o sea el doble de la carga total de trabajo y con este exceso de carga, la computadora nos da las deformaciones que tendra la armadura al colar, con esto podemos saber si su comportamiento elastico es adecuado o no.

Otra ventaja es que al resolver el modelo matematico la computadora nos da las fuerzas en cada barra y con una sub-rutina revisa por esbeltez todas las barras que trabajan a compresion y calcula el acero que se debe adicionar a cada barra para que tenga un adecuado comportamiento como armadura.

Tambien con otra sub-rutina revisa la trabe a flexion y cortante, sacando las ecuaciones de momento flexionante y fuerza cortante, resolviendo ambas ecuaciones a las distancias a que se encuentran todas y cada una de las barras que van a trabajar a flexion.

Eso permite hacer una optimización del acero necesario para absorber los esfuerzos de flexión. Esto es una gran ventaja económica.

VENTAJAS DE LAS TRABES PREFABRICADAS.

La ventaja de la trabe es que se puede fabricar con rendimientos altos de los obreros soldadores, pues un soldador en ocho horas de trabajo produce cien metros lineales, los desperdicios son mínimos por que todo el material es de varilla y va todo soldado en sus nudos y en sus empalmes.

La trabe tiene un buen comportamiento al cortante porque las varillas de las diagonales absorben gran parte del esfuerzo y lo que no pueden absorber se coloca en obra con estribos. Esto baja el costo naturalmente.

También hay un gran ahorro porque la trabe es autosustentable y no requiere cimbra, en algunos casos solo un puntal, el cual (su fondo y su encachetado) se cuelga de la misma trabe.

En obra podemos levantar la trabe con tres albaniles o con un tirfor, evitando maniobras costosas con gruas. Pero una de las mayores ventajas de este prefabricado, es que precisamente a pesar de ser prefabricada, toda la trabe se cuelga en obra.

LA APLICACION DE ESTE ESTUDIO HA SIDO COMPROBADO Y COMERCIALIZADO POR UNA EMPRESA MEXICANA CON OPTIMOS RESULTADOS EN OBRA.

En resumen pensamos que este producto tiene grandes ventajas estructurales de fabricación, de construcción y de economía, que nos hacen pensar que con una teria moderna y adecuados estudios, los ingenieros mexicanos podemos hacer un esfuerzo para lograr crear la tecnología necesaria para analizar, diseñar y fabricar los "prefabricados" que se necesitan en nuestras obras en esta época de crisis a un bajo costo.

México es un país subdesarrollado que crecerá y saldrá de sus problemas en la medida que los profesionistas dejemos de ser mediocres y sin miedo nos lancemos a estudiar, investigar y profundizar más en la prefabricación de elementos de construcción. Creo que nosotros mismos nos quedaremos asombrados de hasta donde podemos llegar usando el ingenio nato que tenemos los mexicanos.