



Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla

División de Estudios de Postgrado

ANÁLISIS DE PLACAS POR
EL METODO DEL
ELEMENTO FINITO

Trabajo de Investigación

Que para obtener el Grado de :

Maestro en Ingeniería
(Estructuras)

Presenta :

Ricardo Díaz Seoane

Puebla, Pue.

Noviembre de 1990



UPAEP – Secretaría General

Dirección General de Apoyos Académicos

Dirección del Centro de Recursos para el Aprendizaje y la Investigación.

Biblioteca Central - **Karol Wojtyla**

Tesis Digitales Restricciones de uso:

DERECHOS RESERVADOS ©

PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de textos, imágenes, gráficas, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente de donde la obtuvo mencionando el autor o autores involucrados en el documento.

Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A Sara.

Por el amor, la comprensión y el impulso
que me anima a la realización de nues-
tras metas.

A mis padres.

Por la motivación, la confianza y el
apoyo que siempre me han dado.

A mi hermano Raymundo.

Por la confianza, el cariño y las
palabras de aliento que me invitan a
superarme en cualquier aspecto.

A mi hermano Manolo.

A quien siempre tendré en mi mente. Que
Dios lo tenga en su gloria.

*Agradezco al M. en I. Fernando Vera
Badillo por su confianza, su amistad y
su motivación constante en la
realización de este trabajo.*

*A los M. en I. Manuel Cuatláyoti
Sarmiento y Jaime Juárez Botello les
agradezco los conocimientos y la ayuda
que siempre me han brindado.*

INDICE GENERAL

CAPITULO 1.- INTRODUCCION	1
CAPITULO 2.- ECUACIONES PARA EL ANALISIS DE PLACAS CON LA TEORIA CLASICA	3
2.1.- Hipótesis de la teoría clásica	3
2.2.- Esfuerzos y deformaciones	4
2.3.- Relaciones momentos esfuerzos y relaciones momentos deformaciones	5
2.4.- Equilibrio del elemento placa	7
2.5.- Relaciones cortantes deformaciones y relaciones cortantes esfuerzos	7
2.6.- Ecuaciones de equilibrio y ecuaciones de deflexión de la placa	8
2.7.- Solución de Navier para placas simplemente apoyadas ...	9
2.8.- Método de Lévy para placas rectangulares	10
2.9.- Solución aproximada de Westergaard para placas rectan- gulares bajo cargas uniformes	11
2.10.- Placas elípticas y circulares, empotradas y bajo car- gas uniformes	13

CAPITULO 3. - ECUACIONES DEL METODO DEL ELEMENTO FINITO

<i>APLICADAS AL ANALISIS DE PLACAS</i>	14
3.1. - <i>Hipótesis básicas</i>	14
3.2. - <i>Ecuaciones generales de Hooke y Cauchy</i>	15
3.3. - <i>Ecuaciones de Hooke para placas</i>	17
3.4. - <i>Aproximación de la solución con el método del elemento finito</i>	18
3.5. - <i>Matriz de deformaciones, matriz de rigideces y vector de fuerzas de cuerpo</i>	21
3.6. - <i>Proceso de solución por el método del elemento finito</i>	24

CAPITULO 4. - ASPECTOS NUMERICOS DE LAS ECUACIONES DEL

<i>ELEMENTO FINITO</i>	26
4.1. - <i>Métodos directos compactos</i>	27
4.2. - <i>Métodos directos para matrices simétricas</i>	28
4.2.1. - <i>Método de Gauss modificado</i>	29
4.2.2. - <i>Método de Crout modificado</i>	30
4.2.3. - <i>Método de Gauss-Crout</i>	30
4.2.3.1. - <i>Triangulación</i>	32
4.2.3.2. - <i>Sustitución hacia adelante</i>	34
4.2.3.3. - <i>Sustitución hacia atrás</i>	36
4.2.4. - <i>Selección y organización del método de solución</i>	37
4.3. - <i>Arreglos cuadrados</i>	38
4.4. - <i>Arreglos rectangulares</i>	39

4.5. - Arreglos unidimensionales	39
4.5.1. - Triangulación	41
4.5.2. - Sustitución hacia adelante	42
4.5.3. - Sustitución hacia atrás	43
CAPITULO 5. - PROGRAMA DE COMPUTADORA	44
5.1. - Organización del programa	44
5.2. - Programa de recepción de datos	46
5.3. - Programa de cálculo	48
5.4. - Manual del usuario	50
CAPITULO 6. - EJEMPLO DE APLICACION	60
CAPITULO 7. - CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	65
7.1. - Conclusiones	65
7.2. - Recomendaciones	68
REFERENCIAS	70
TABLAS Y FIGURAS	71
APENDICE A. - LISTADO DEL PROGRAMA DE COMPUTADORA	102

CAPITULO 1. INTRODUCCION.

Las estructuras que presentan como principal característica la de poseer el espesor pequeño en comparación con sus otras dos dimensiones se conocen como placas.

El modelo matemático de las placas resulta sencillo de resolver cuando se tiene geometría regular, condiciones de apoyo simples y están formadas por más de un material. Pero cuando no se tiene lo anterior, la teoría de placas no es posible resolverla en forma sencilla e incluso resulta a veces demasiado complicada.

Como una opción, puede utilizarse el método del elemento finito para conocer el comportamiento mecánico y cinemático de placas de cualquier geometría, cualquier condición de apoyo y formadas por más de un material.

El objetivo de éste trabajo es utilizar el método del elemento finito para realizar el análisis de placas de diversas geometrías y condiciones de apoyo y que estén formadas por materiales que siguen la teoría de la elasticidad lineal, así como elaborar el programa de computadora correspondiente.

En el capítulo dos de éste trabajo se presenta un resumen de las ecuaciones para el análisis de placas con la teoría clásica. En el capítulo tres se plantean las ecuaciones del método del

elemento finito aplicadas al análisis de placas. El capítulo cuatro describe los algoritmos para la solución del sistema de ecuaciones que se encuentran en el capítulo tres. La organización del programa de computadora y el manual del usuario se detallan en el capítulo cinco. En el capítulo seis se presentan ejemplos de aplicación al utilizar el programa de computadora desarrollado en este trabajo.

CAPITULO 2. ECUACIONES PARA EL ANALISIS DE PLACAS CON LA TEORIA CLASICA.

2.1. HIPOTESIS DE LA TEORIA CLASICA.

Para la compatibilidad de deformaciones se toman en cuenta las siguientes hipótesis :

- 1.- El espesor de la placa es constante y pequeño comparado con sus otras dimensiones.*
- 2.- El material de la placa es homogéneo, continuo, isotrópico y obedece a la ley de Hooke.*
- 3.- Las deflexiones de la placa son pequeñas en relación con su espesor, por lo que sólo se considera a la deflexión de la superficie media de la placa.*
- 4.- Cualquier línea perpendicular a la superficie media de la placa antes de la flexión permanece recta y normal a la superficie media después de la flexión.*
- 5.- Se pueden despreciar los esfuerzos normales transversales a la superficie media.*
- 6.- Solo actúan sobre la placa cargas perpendiculares a su plano.*

2.2. ESFUERZOS Y DEFORMACIONES.

Según la ley de Hooke:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{xx} + \nu\epsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} &= \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{yy} + \nu\epsilon_{xx}) \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{(1+\nu)} \epsilon_{xy}\end{aligned}\tag{2.2.1}$$

donde:

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \tau_{xy}$ = esfuerzos.

$\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{xy}$ = deformaciones.

E = módulo de elasticidad.

ν = relación de Poisson.

y:

$$\begin{aligned}\epsilon_{xx} &= -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \epsilon_{yy} &= -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \epsilon_{xy} &= -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\end{aligned}\tag{2.2.2}$$

donde:

z = distancia a partir de la superficie media.

$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ = curvatura en "x" producida por M_x y M_y .

$\frac{\partial w}{\partial x}$ = desplazamiento angular en "x".

$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$ = curvatura en "y" producida por M_x y M_y .

$\frac{\partial w}{\partial y}$ = desplazamiento angular en "y".

$\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$ = distorsión o cambio de la pendiente en "x" según se avanza en "y".

w = deflexión de la placa en la dirección de la carga en el punto (x, y) .

2.3. RELACIONES MOMENTOS ESFUERZOS Y RELACIONES MOMENTOS DEFORMACIONES

La relación entre momentos y esfuerzos es:

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xx} z dz$$

$$M_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{yy} z dz$$

$$M_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz$$

(2.3.1)

ó bien:

$$\sigma_{xx} = \frac{12 M_x}{h^3} z$$

$$\sigma_{yy} = \frac{12 M_y}{h^3} z \quad (2.3.2)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{12 M_{xy}}{h^3} z$$

Al sustituir las ecuaciones 2.2.1 y 2.2.2 en 2.3.1 se tiene:

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (2.3.3)$$

$$M_{xy} = -D (1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

donde :

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

D = rigidez a la flexión de la placa.

E = módulo de elasticidad del material de la placa.

ν = relación de poisson.

h = espesor de la placa.

z = medio espesor de la placa.

M_x = momento flexionante en "x".

M_y = momento flexionante en "y".

M_{xy} = momento torsionante.

2.4. EQUILIBRIO DEL ELEMENTO PLACA.

Al utilizar las ecuaciones de equilibrio en la figura 2.1, se tiene:

$$\Sigma F_z = 0 : \quad \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + q = 0 \quad (2.4.1)$$

$$\Sigma M_x = 0 : \quad \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = V_x \quad (2.4.2)$$

$$\Sigma M_y = 0 : \quad \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = V_y$$

donde:

q = carga actuante sobre la placa por área unitaria; es una función de "x" y de "y".

2.5. RELACIONES CORTANTES DEFORMACIONES Y RELACIONES CORTANTES ESFUERZOS.

Al sustituir las ecuaciones 2.3.3 en las ecuaciones 2.4.2 se obtienen las relaciones entre cortantes y deformaciones:

$$V_x = -D \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (2.5.1)$$

$$V_y = -D \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right]$$

Según la referencia 3, para que se cumpla el equilibrio en la dirección x , sin considerar fuerzas de cuerpo, debe cumplirse que:

$$\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \quad (2.5.2)$$

de donde Irving H. Shames y Clive L. Dym (referencia 3), demuestran que:

$$\tau_{xz} = \frac{3}{2} \frac{V_x}{h} \left(1 - 4 \frac{z^2}{h^2} \right)$$

$$\tau_{yz} = \frac{3}{2} \frac{V_y}{h} \left(1 - 4 \frac{z^2}{h^2} \right)$$

2.6. ECUACIONES DE EQUILIBRIO Y ECUACIONES DE DEFLEXION DE LA PLACA.

La sustitución de las ecuaciones 2.4.2 en la ecuación 2.4.1 genera la ecuación de equilibrio de la placa:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + q = 0 \quad (2.6.1)$$

Al sustituir las ecuaciones 2.3.3 en la 2.6.1 se encuentra la ecuación diferencial parcial de 4o. orden que define a las deformaciones elásticas de placas isotrópicas con cargas normales

a su plano.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D} \quad (2.6.2)$$

La solución propuesta por Navier, para placas simplemente apoyadas, a la ecuación 2.6.2 se presenta en el inciso 2.7; la solución propuesta por Lévy, para placas rectangulares, a la ecuación 2.6.2, se escribe en el inciso 2.8; y la solución aproximada de Westergaard, a la ecuación 2.6.2 se describe en el inciso 2.9.

2.7. SOLUCION DE NAVIER PARA PLACAS SIMPLEMENTE APOYADAS.

La solución propuesta por Navier para encontrar la deflexión de placas simplemente apoyadas es:

$$w = \frac{1}{\pi^4 D} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{mn}}{\left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right]^2} \operatorname{sen} m \frac{\pi x}{a} \operatorname{sen} n \frac{\pi y}{b} \quad (2.7.1)$$

donde:

$$a_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b f(x, y) \operatorname{sen} m \frac{\pi x}{a} \operatorname{sen} n \frac{\pi y}{b} dx dy$$

$$f(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \operatorname{sen} m \frac{\pi x}{a} \operatorname{sen} n \frac{\pi y}{b}$$

$f(x, y)$ = carga que soporta la placa; es una función de "x" y de "y".

- a = dimensión de la placa en "x".
- b = dimensión de la placa en "y".
- m = números impares positivos.
- n = números impares positivos.

2.8. METODO DE LEVY PARA PLACAS RECTANGULARES.

Aquí se examina una condición de frontera común para una placa rectangular, ésta es, tener una placa soportada en dos extremos opuestos entre sí (en $y=0$, y en $y=b$, en ambos puntos será desde $x=0$ hasta $x=a$) mientras que en los otros dos extremos se encuentra libre (desde $y=0$ hasta $y=b$, tanto en $x=0$ como en $x=a$). A continuación se presenta la solución dada por el matemático francés Lévy:

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \left[(c_1)_m e^{(m\pi/a)y} + (c_2)_m e^{(-m\pi/a)y} + (c_3)_m y e^{(m\pi/a)y} + (c_4)_m y e^{(-m\pi/a)y} + am \right] \text{sen}(m\pi x/a) \quad (2.8.1)$$

donde:

$$(c_1)_m = \frac{am \left[1 + 2\beta^2 m - e^{\beta m} (1 + \beta m) + e^{-\beta m} (1 - \beta m) - e^{-2\beta m} \right]}{2 + 4\beta^2 m - e^{2\beta m} - e^{-2\beta m}}$$

$$(c_2)_m = \frac{am \left[-e^{-\beta m} (1 - \beta m) + e^{\beta m} (1 + \beta m) - e^{2\beta m} + 1 - 2\beta m + 2\beta^2 m \right]}{2 + 4\beta^2 m - e^{-2\beta m} - e^{2\beta m}}$$

$$(c_3)_m = \frac{(\alpha m \sqrt{3m} / b) (e^{-\beta m} (2\beta m - 1) + e^{-2\beta m} + e^{\beta m} - 1 - 2\beta m)}{2 + 4\beta^2 m - e^{2\beta m} - e^{-2\beta m}}$$

$$(c_4)_m = \frac{(\alpha m \sqrt{3m} / b) (e^{\beta m} (1 + 2\beta m) - e^{-\beta m} - e^{2\beta m} + 1 - 2\beta m)}{2 + 4\beta^2 m - e^{2\beta m} - e^{-2\beta m}}$$

$$\beta m = m\pi \frac{b}{a}$$

$$\alpha m = \frac{(-1)^m 2 q_0 a^4}{(m\pi)^5 D}$$

2.9. SOLUCION APROXIMADA DE WESTERGAARD PARA PLACAS RECTANGULARES BAJO CARGAS UNIFORMES.

De la solución a la ecuación 2.6.2 para placas rectangulares bajo la acción de cargas distribuidas uniformemente propuesta por H. M. Westergaard, la deflexión máxima del claro de la placa se puede conocer al utilizar la siguiente ecuación:

$$W_{\max} = C (1 - \nu^2) \frac{Pb^4}{Eh^3} \quad (2.9.1)$$

donde:

- W_{\max} = deflexión máxima en el centro de la placa.
- ν = relación de Poisson.
- E = módulo de elasticidad.
- P = carga distribuida uniformemente por área unitaria.

b = longitud del lado corto de la placa.

h = espesor de la placa.

C = constante adimensional que depende de la relación entre los lados de la placa y del tipo de apoyo de la placa.

Los valores de C se presentan a continuación:

a) para placas simplemente apoyadas en sus cuatro lados:

$$C = \frac{0.16}{1 + 2.4 \left(\frac{b}{a}\right)^3}$$

b) para placas empotradas en sus lados cortos y simplemente apoyadas en sus lados largos:

$$C = \frac{0.032}{1 + 0.4 \left(\frac{b}{a}\right)^3}$$

c) para placas empotradas en sus lados largos y simplemente apoyados en sus lados cortos:

$$C = \frac{0.16}{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 5 \left(\frac{b}{a}\right)^4}$$

d) para placas empotradas en sus cuatro lados:

$$C = \frac{0.032}{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^4}$$

en los incisos a, b, c, y d anteriores:

b = lado corto de la placa.

a = lado largo de la placa.

2.10. PLACAS ELIPTICAS Y CIRCULARES, EMPOTRADAS Y BAJO CARGAS UNIFORMES.

En el caso de placas elípticas empotradas bajo la acción de una carga uniforme, w se conoce de la siguiente forma:

$$w = \frac{q_0}{D(24/a^4 + 24/b^4 + 16/a^2b^2)} \left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 - 1 \right]^2 \quad (2.10.1)$$

donde a y b se muestran en la figura 2.3, correspondiente a una placa de forma elíptica.

Y para las placas circulares empotradas y bajo acción de una carga uniforme, w es:

$$w = \frac{q_0}{D(64/a^4)} \left[1 - \frac{r^2}{a^2} \right]^2 \quad (2.10.2)$$

donde el radio de la placa es a . En la ecuación de w correspondiente a una placa elíptica se substituyó b por a y también $r^2 = x^2 + y^2$ y se obtuvo la ecuación de w para placas circulares.

CAPITULO 3. ECUACIONES DEL METODO DEL ELEMENTO FINITO APLICADAS AL ANALISIS DE PLACAS.

3.1. HIPOTESIS BASICAS.

La secuencia del método del elemento finito se puede resumir en los siguientes pasos:

- 1.- El continuo se divide, mediante líneas, en varios elementos llamados "elementos finitos".
- 2.- Dichos elementos se encuentran interconectados en sus puntos nodales, situados sobre las fronteras de los elementos. Los desplazamientos de los puntos nodales son las incógnitas principales del problema.
- 3.- Se definen los desplazamientos en cualquier punto del elemento finito, en función de los desplazamientos de los puntos nodales.
- 4.- Conocidos los desplazamientos, se definen si se desea, los campos de deformaciones (tensor de deformaciones), y los de esfuerzos (tensor de esfuerzos) en función de los desplazamientos de los puntos nodales.

3.2. ECUACIONES GENERALES DE HOOKE Y CAUCHY.

Las ecuaciones de Hooke y Cauchy, conocidas también como ecuaciones de la ley de Hooke generalizada, o ecuaciones constitutivas del material sólido, elástico, lineal e isótropo, se presentan a continuación en notación tradicional:

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu) \epsilon_{xx} + \nu (\epsilon_{yy} + \epsilon_{zz})] \quad (3.2.1)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu) \epsilon_{yy} + \nu (\epsilon_{zz} + \epsilon_{xx})] \quad (3.2.2)$$

$$\sigma_{zz} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu) \epsilon_{zz} + \nu (\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy})] \quad (3.2.3)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} = G \gamma_{xy} \quad (3.2.4)$$

$$\sigma_{yz} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{yz} = G \gamma_{yz} \quad (3.2.5)$$

$$\sigma_{zx} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{zx} = G \gamma_{zx} \quad (3.2.6)$$

$$\epsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu (\sigma_{yy} + \sigma_{zz})] \quad (3.2.7)$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{1}{E} [\sigma_{yy} - \nu (\sigma_{zz} + \sigma_{xx})] \quad (3.2.8)$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{1}{E} [\sigma_{zz} - \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})] \quad (3.2.9)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E} \sigma_{xy} = \frac{1}{G} \sigma_{xy} \quad (3.2.10)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{2(1+\nu)}{E} \sigma_{yz} = \frac{1}{G} \sigma_{yz} \quad (3.2.11)$$

$$\gamma_{zx} = \frac{2(1+\nu)}{E} \sigma_{zx} = \frac{1}{G} \sigma_{zx} \quad (3.2.12)$$

y en forma matricial se ordenan así:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} \quad (3.2.13)$$

y en forma aislada, tenemos dos vectores y una matriz:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{bmatrix} \quad ; \quad [\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} \quad (3.2.14)$$

$$[D] = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-\nu) \end{bmatrix}$$

donde:

[σ] = vector de esfuerzos.

[ϵ] = vector de deformaciones.

[D] = matriz de coeficientes elásticos.

La notación matricial anterior se reduce a su forma simbólica simple:

$$[\sigma] = [D][\varepsilon] \quad (3.2.15)$$

3.3. ECUACIONES DE HOOKE PARA PLACAS.

Las ecuaciones generales de Hooke y Cauchy pueden simplificarse según el caso que se presente. Cuando se trata de placas, que es lo concerniente a éste escrito, se toman las ecuaciones de Hooke y Cauchy con una sola simplificación; ésta es: "las secciones transversales permanecen planas antes de que se presente la deformación y después de que ésta se produzca"; entonces las ecuaciones, en notación matricial, toman la forma siguiente:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \\ \hline \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\sigma_b] \\ \hline [\sigma_s] \end{bmatrix} \quad (3.3.1)$$

HIPOTESIS:

$$\varepsilon_{zz} = 0$$

$$\sigma_{zz} = 0$$

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \hline \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\varepsilon_b] \\ \hline [\varepsilon_s] \end{bmatrix} \quad (3.3.2)$$

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-\nu) & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-\nu) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [D_b] \\ \hline [D_s] \end{bmatrix} \quad (3.3.3)$$

donde:

$[D_b]$ = parte a flexión de la matriz [D].

$[D_s]$ = parte a cortante de la matriz [D].

$[\sigma_b]$ = parte a flexión del vector de esfuerzos.

$[\sigma_s]$ = parte a cortante del vector de esfuerzos.

$[\epsilon_b]$ = parte a flexión del vector de deformaciones.

$[\epsilon_s]$ = parte a cortante del vector de deformaciones.

3.4. APROXIMACION DE LA SOLUCION CON EL METODO DEL ELEMENTO FINITO.

El vector de deformaciones para el análisis de placas es:

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} \quad (3.4.1)$$

donde:

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$$

entonces:

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (3.4.2)$$

en forma simbólica:

$$[\epsilon] = [L] [U] \quad (3.4.3)$$

donde:

$$[L] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.4.4)$$

$$[U] = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (3.4.5)$$

El método del elemento finito considera la siguiente aproximación:

$$[U] \cong [\bar{U}] = [N][\bar{U}] \quad (3.4.6)$$

donde:

$[U]$ = vector de desplazamientos.

$[\bar{U}]$ = solución aproximada del vector de desplazamientos.

$[\bar{U}]$ = desplazamientos que se obtienen al aplicar el método.

$[N]$ = matriz de funciones de forma.

entonces:

$$[\epsilon] = [L][U] = [L][N][\bar{U}] \quad (3.4.7)$$

y también:

$$[\sigma] = [D][\epsilon] = [D][L][N][\bar{U}] \quad (3.4.8)$$

se define:

$$[B] = [L] [N] \quad (3.4.9)$$

donde:

$[B]$ = matriz de deformaciones.

al sustituir la ecuación 3.4.9 en 3.4.8 y 3.4.7 , se tiene:

$$[\epsilon] = [B] [\bar{U}] \quad (3.4.10)$$

$$[\sigma] = [D] [B] [\bar{U}] \quad (3.4.11)$$

3.5. MATRIZ DE DEFORMACIONES, MATRIZ DE RIGIDECES Y VECTOR DE FUERZAS DE CUERPO.

La matriz de deformaciones $[B]$ se divide en una parte a flexión y otra a cortante:

$$[B] = Z [B_b] + [B_s] \quad (3.5.1)$$

donde:

Z = espesor de la placa.

$[B_b]$ = parte a flexión de la matriz de deformaciones.

$[B_s]$ = parte a cortante de la matriz de deformaciones.

La parte a flexión de la matriz de deformaciones es de 3 renglones por 24 columnas, equivalente a los primeros 3 renglones de la matriz $[B]$:

$$[B_b] = \begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -zN_{1,y} & -zN_{2,y} & -zN_{3,y} & -zN_{4,y} & -zN_{5,y} & -zN_{6,y} & -zN_{7,y} & -zN_{8,y} \\
 -zN_{1,x} & -zN_{2,x} & -zN_{3,x} & -zN_{4,x} & -zN_{5,x} & -zN_{6,x} & -zN_{7,x} & -zN_{8,x} \\
 zN_{1,x} & zN_{2,x} & zN_{3,x} & zN_{4,x} & zN_{5,x} & zN_{6,x} & zN_{7,x} & zN_{8,x} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 zN_{1,y} & zN_{2,y} & zN_{3,y} & zN_{4,y} & zN_{5,y} & zN_{6,y} & zN_{7,y} & zN_{8,y} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix} \quad (3.5.2)$$

y la parte a cortante de la matriz de deformaciones es de 2 renglones por 24 columnas, los cuales equivalen al cuarto y quinto renglones de la matriz [B]:

$$[B_s] = \begin{bmatrix}
 -N_1 & -N_2 & -N_3 & -N_4 & -N_5 & -N_6 & -N_7 & -N_8 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 N_1 & N_2 & N_3 & N_4 & N_5 & N_6 & N_7 & N_8 \\
 N_{1,y} & N_{2,y} & N_{3,y} & N_{4,y} & N_{5,y} & N_{6,y} & N_{7,y} & N_{8,y} \\
 N_{1,x} & N_{2,x} & N_{3,x} & N_{4,x} & N_{5,x} & N_{6,x} & N_{7,x} & N_{8,x}
 \end{bmatrix} \quad (3.5.3)$$

donde:

N_1, N_2, \dots, N_8 = Funciones de forma

en forma simbólica, la división de [B] se presenta así:

$$[B] = \begin{bmatrix} [B_b] & (3 \times 24) \\ \hline [B_s] & (2 \times 24) \end{bmatrix} \quad (3.5.4)$$

La matriz de rigideces de cada elemento se obtiene con base en el principio del trabajo virtual, el cual representa a la ecuación variacional en las ecuaciones de la elasticidad lineal, y se presenta así:

$$[K]^e = \int_{-z/2}^{+z/2} \int_A^{+z/2} \int_{-z/2}^{-z/2} \left(z^2 [B_b]^T [D_b] [B_b] + [B_s]^T [D_s] [B_s] \right) dz dA \quad (3.5.5)$$

donde:

$[K]^e$ = matriz de rigideces de cada elemento.

$[z]$ = espesor de cada elemento.

$[B_b]$ = parte a flexión de la matriz de deformaciones.

$[B_s]$ = parte a cortante de la matriz de deformaciones.

$[D]$ = matriz de coeficientes elásticos.

El vector de fuerzas de cuerpo es el siguiente:

$$[f_c]^e = \int_{\Omega^e} \rho [N]^T [f] d\Omega \quad (3.5.6)$$

donde:

$[f_c]^e$ = vector de fuerzas de cuerpo de cada elemento.

Ω^e = región del elemento.

ρ = peso volumétrico del material.

$[N]^T$ = vector transpuesto de funciones de forma.

$[f]$ = vector de fuerzas por unidad de masa.

3.6. PROCESO DE SOLUCION POR EL METODO DEL ELEMENTO FINITO.

Para utilizar el método del elemento finito al analizar una placa se deben seguir los siguientes pasos:

1.- La placa se divide en un número finito de regiones llamadas elementos finitos, los cuales se consideran interconectados por nodos situados en la frontera de cada elemento. A éstos nodos se les llama puntos nodales.

2.- Se calcula la matriz de rigideces de cada elemento con la ecuación 3.5.5.

3.- Se ensambla la matriz de rigideces de la estructura con base en las matrices de rigideces de cada elemento.

4.- Se forma el vector de cargas de la estructura con las cargas actuantes en los puntos nodales.

5.- En el caso de considerar fuerzas de cuerpo, éstas se calculan con la ecuación 3.5.6 y se suman en el vector de cargas de la estructura.

6.- Con la matriz de rigideces de la estructura y el vector de

cargas de la estructura, ambos conocidos, se resuelve la siguiente ecuación:

$$[K] [U] = [P] \quad (3.6.1)$$

en donde [U] es el vector de desplazamientos de la estructura que representa a las incógnitas. La ecuación (3.6.1) se puede resolver con las ecuaciones del capítulo cuatro.

7.- Se obtienen los desplazamientos de cada elemento con base en el vector de desplazamientos de la estructura.

8.- Los esfuerzos de cada elemento se calculan con la ecuación 3.4.11 al utilizar en ella los desplazamientos de cada elemento.

CAPITULO 4. - ASPECTOS NUMERICOS DE LAS ECUACIONES DEL ELEMENTO FINITO.

Con base en lo que se presenta en el capítulo anterior y en el número de ecuaciones que se puedan llegar a tener, se puede decir que para poder aplicar el método del elemento finito en la solución de los problemas que se presentan en la práctica profesional es necesario el uso de una computadora; y para ello, se requiere desarrollar programas de computadora que, con la información de la geometría, el material y las cargas, se construyan y se resuelvan las ecuaciones de equilibrio correspondientes, y se determinen, además, los elementos requeridos para el análisis y el diseño de las estructuras.

En este capítulo se resumen los aspectos numéricos para resolver el sistema de ecuaciones ($KU=P$) que se presenta en el método del elemento finito.

El modelo matemático correspondiente al sistema de ecuaciones algebraicas lineales se acostumbra representar como:

$$[A] [x] = [b] \quad (4.1)$$

donde:

[A] = matriz de coeficientes (de rigideces, [K], en nuestro caso) cuadrada, de n renglones por n columnas.

[b] = vector de cargas ([P] en nuestro caso).

[x] = vector incógnita (los desplazamientos [U] en éste caso)

Los métodos de solución para resolver el modelo matemático dado por la ecuación 4.1, conforman dos grandes grupos y son: los métodos directos y los métodos iterativos. Los que actualmente se encuentran en uso en el método del elemento finito son los directos y de éste grupo, los denominados compactos, se describen a continuación.

4.1. METODOS DIRECTOS COMPACTOS.

En el álgebra lineal se demuestra que cualquier matriz $[A]$, no singular, se puede descomponer en el producto de dos matrices triangulares, una inferior $[L]$ y la otra superior $[U]$, con la condición de que alguna de ellas esté normalizada (los elementos de la diagonal principal sean iguales a la unidad), entonces se puede escribir lo siguiente:

$$[A] = [L] [U] \quad (4.2)$$

donde:

$$U_{ii} = 1 \quad \text{ó} \quad L_{ii} = 1$$

Las matrices triangulares $[L]$ y $[U]$, se cuantifican con la ecuación 4.2 y a tal proceso se denomina triangulación. Al sustituir la ecuación 4.2 en la 4.1 se obtiene:

$$[L] [U] [x] = [b] \quad (4.3)$$

La ecuación 4.3 se puede escribir como:

$$[L] [y] = [b] \quad (4.4)$$

donde:

$$[U] [x] = [y] \quad (4.5)$$

Las ecuaciones 4.4 y 4.5 son conocidas como sustitución hacia adelante y sustitución hacia atrás respectivamente, y establecen que el proceso de triangulación (ecuación 4.2) transforma el sistema original (ecuación 4.1), en dos sistemas triangulares (ecuaciones 4.4 y 4.5) que son más simples de resolver.

4.2. MÉTODOS DIRECTOS PARA MATRICES SIMÉTRICAS.

Si la matriz de coeficientes es simétrica, esto es:

$$[A^T] = [A] \quad (4.6)$$

Los métodos de Gauss y Crout se pueden modificar para tomar en cuenta la simetría. Para ello, la ecuación 4.2, con base en la matriz identidad, $[I]$, se puede escribir como:

$$\begin{aligned} [A] &= [L] [I] [U] = [L] [D] [D^{-1}] [U] \\ &= [L] [D^{-1}] [D] [U] \end{aligned} \quad (4.7)$$

donde:

$[D]$ = matriz diagonal, formada con la diagonal de $[U]$, en el método de Gauss, o bien con la diagonal de $[L]$, en el método de Crout.

4.2.1. METODO DE GAUSS MODIFICADO.

Si la ecuación 4.7 queda arreglada como:

$$[A] = [L][D][D^{-1}][U] = [L][D][\bar{U}] \quad (4.8)$$

donde:

$$[\bar{U}] = [D^{-1}][U] \quad (4.9)$$

Al hacer que la ecuación 4.8, satisfaga la condición de simetría (ecuación 4.6) se obtiene que:

$$[\bar{U}^T] [D][L^T] = [L] [D] [\bar{U}] \quad (4.10)$$

de donde se construye lo siguiente:

$$[\bar{U}] = [L^T] \quad (4.11)$$

Al sustituir la ecuación 4.11 en la ecuación 4.8 se obtiene el proceso de triangulación para el método de Gauss modificado para matrices simétricas y resulta ser:

$$[A] = [L][D][L^T] \quad (4.12)$$

La ecuación 4.12 establece que el proceso de triangulación queda definido por una matriz triangular inferior normalizada y una matriz diagonal.

El proceso de sustitución se obtiene al sustituir la ecuación 4.12 en la 4.1 y resulta:

$$[L] [D] [L^T] [x] = [b] \quad (4.13)$$

la ecuación 4.13 se puede escribir como:

$$[L] [y] = [b] \quad (4.14)$$

$$[D] [L^T] [x] = [y] \quad (4.15)$$

la ecuación 4.14 es la sustitución hacia adelante y la ecuación 4.15 es la sustitución hacia atrás.

4.2.2. METODO DE CROUT MODIFICADO.

Si la ecuación 4.7 queda arreglada como:

$$[A] = [L][D^{-1}][D][U] = [\bar{L}][D][U] \quad (4.16)$$

donde:

$$[\bar{L}] = [L][D^{-1}] \quad (4.17)$$

Al hacer que la ecuación 4.16 satisfaga la ecuación de simetría (ecuación 4.6), resulta que:

$$[U^T][D][L^{-T}] = [\bar{L}][D][U] \quad (4.18)$$

la ecuación 4.18 establece que:

$$[\bar{L}] = [U^T] \quad (4.19)$$

Al sustituir la ecuación 4.19 en la ecuación 4.16 se obtiene el proceso de triangulación para el método de Crout modificado para matrices, que se indica como:

$$[A] = [U^T][D][U] \quad (4.20)$$

La ecuación 4.20 establece que el proceso de triangulación queda definido por una matriz triangular superior normalizada y una matriz diagonal.

4.2.3 METODO DE GAUSS-CROUT.

Al comparar las ecuaciones 4.12 y 4.20, que definen los procesos de triangulación para los métodos de Gauss y de Crout modificados para matrices simétricas, se puede concluir que no

existe diferencia entre ellos por lo que puede llamarse método de Gauss-Crout.

De acuerdo con lo anterior, las ecuaciones de sustitución hacia adelante y hacia atrás, en notación de matriz triangular superior normalizada, se puede escribir como se indica a continuación (ya que $[U] = [L^T]$):

$$[U^T] [y] = [b] \quad (4.21)$$

$$[D] [U] [x] = [y] \quad (4.22)$$

A) Triangulación

$$[A] = [U^T] [D] [U] \quad (4.23)$$

onde:

$[U]$ matriz triangular superior.

$[D]$ matriz diagonal.

en este caso se conoce $[A]$ y se obtienen los valores $[U]$ y $[D]$.

B) Sustitución hacia adelante

$$[U^T] [y] = [b] \quad (4.24)$$

onde:

$[U]$ = matriz triangular superior.

$[b]$ = vector de coeficientes independientes.

$[y]$ = vector auxiliar.

conocida $[U]$ y $[b]$ se obtiene el valor de $[y]$.

C) Sustitución hacia atrás

$$[D] [U] [x] = [y] \quad (4.25)$$

conocidas $[D]$, $[U]$ y $[y]$ se obtiene el vector $[x]$ que es la solución del sistema.

A continuación se presenta la obtención de los algoritmos de triangulación, sustitución hacia adelante y hacia atrás de este método.

4.2.3.1. TRIANGULACION.

La forma desarrollada de la ecuación 4.23 se indica en la figura 4.1.

Al efectuar el producto de las matrices e igualar los elementos correspondientes con la matriz [A], por columnas se obtiene:

Para la primera columna:

$$A_{11} = D_{11} \quad (4.26)$$

Para la segunda columna:

$$A_{12} = D_{11} U_{12} \quad (4.27)$$

$$A_{22} = U_{12}^2 D_{11} + D_{22} \quad (4.28)$$

de donde se calcula el término desconocido:

$$U_{12} = A_{12} / D_{11} \quad (4.29)$$

$$D_{22} = A_{22} - U_{12}^2 D_{11} \quad (4.30)$$

para la tercera columna:

$$A_{13} = D_{11} U_{13} \quad (4.31)$$

$$A_{23} = U_{12} D_{11} U_{13} + D_{22} U_{23} \quad (4.32)$$

$$A_{33} = U_{13} D_{11} U_{13} + U_{23} D_{22} U_{23} + D_{33} \quad (4.33)$$

al despejar los elementos no conocidos:

$$U_{13} = A_{13} / D_{11} \quad (4.34)$$

$$U_{23} = (A_{23} - U_{12} D_{11} U_{13}) / D_{22} \quad (4.35)$$

$$D_{33} = (A_{33} - U_{13}^2 D_{11} - U_{23}^2 D_{22}) \quad (4.36)$$

Para la cuarta columna, al despejar cada elemento de [U] asociado a cada elemento de [A] y [D₄₄] se tiene:

$$U_{14} = A_{14} / D_{11} \quad (4.37)$$

$$U_{24} = (A_{24} - U_{12} U_{14} D_{11}) / D_{22} \quad (4.38)$$

$$U_{34} = (A_{34} - U_{13} D_{11} U_{14} - U_{23} D_{22} U_{24}) / D_{33} \quad (4.39)$$

$$D_{44} = A_{44} - U_{14}^2 D_{11} - U_{24}^2 D_{22} - U_{34}^2 D_{33} \quad (4.40)$$

Para los primeros n términos:

$$U_{1n} = A_{1n} / D_{11} \quad (4.41)$$

$$U_{2n} = (A_{2n} - U_{12} D_{11} U_{1n}) / D_{22} \quad (4.42)$$

$$U_{3n} = (A_{3n} - U_{13} D_{11} U_{1n} - U_{23} D_{22} U_{2n}) / D_{33} \quad (4.43)$$

$$U_{4n} = (A_{4n} - U_{14} D_{11} U_{1n} - U_{24} D_{22} U_{2n} - U_{34} D_{33} U_{3n}) / D_{44} \quad (4.44)$$

⋮

$$D_{nn} = A_{nn} - U_{1n}^2 D_{11} - U_{2n}^2 D_{22} - U_{3n}^2 D_{33} - U_{4n}^2 D_{44} \quad (4.45)$$

al generalizar se tiene:

$$A_{11} = D_{11} \quad (4.46)$$

$$-U_{1i} = A_{1i} / D_{11} \quad \forall i=1, \dots, n \quad (4.47)$$

$$U_{ij} = (A_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} U_{ki} D_{kk} U_{kj}) / D_{ii} \quad \begin{matrix} i=2, \dots, j-1 \\ j=2, \dots, n \end{matrix} \quad (4.48)$$

$$D_{ii} = A_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} U_{ki}^2 D_{kk} \quad i=2, \dots, n \quad (4.49)$$

4.2.3.2. SUSTITUCION HACIA ADELANTE.

La sustitución hacia adelante se indica con la ecuación 4.24, que aquí se vuelve a presentar:

$$[U^T] [y] = [b] \quad (4.24)$$

en forma desarrollada se tiene:

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 U_{12} & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 U_{13} & U_{23} & 1 & 0 & \dots & 0 \\
 U_{14} & U_{24} & U_{34} & 1 & \dots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\
 U_{1n} & U_{2n} & U_{3n} & \dots & \dots & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 y_1 \\
 y_2 \\
 y_3 \\
 y_4 \\
 \vdots \\
 y_n
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 b_1 \\
 b_2 \\
 b_3 \\
 b_4 \\
 \vdots \\
 b_n
 \end{bmatrix}
 \quad (4.50)$$

Al efectuar el producto de cada renglón de la matriz $[U^T]$ por el vector $[y]$ e igualando al vector $[b]$, y al despejar cada elemento sucesivamente se obtiene:

$$y_1 = b_1 \quad (4.51)$$

$$y_2 = b_2 - U_{12} y_1 \quad (4.52)$$

$$y_3 = b_3 - U_{13} y_1 - U_{23} y_2 \quad (4.53)$$

$$y_4 = b_4 - U_{14} y_1 - U_{24} y_2 - U_{34} y_3 \quad (4.54)$$

\vdots
 \vdots
 \vdots

$$y_n = b_n - U_{1n} y_1 - U_{2n} y_2 - U_{3n} y_3 - U_{4n} y_4 \quad (4.55)$$

al generalizar se tiene:

$$y_1 = b_1 \quad (4.56)$$

$$y_j = b_j - \sum_{k=1}^{j-1} U_{kj} y_k \quad j=2, \dots, n \quad (4.57)$$

4.2.3.3. SUSTITUCION HACIA ATRAS.

La sustitución hacia atrás se indica con la ecuación 4.25, que se vuelve a presentar:

$$[D] [U] [x] = [y] \quad (4.25)$$

al escribir en forma desarrollada se tiene:

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{11} U_{12} & D_{11} U_{13} & D_{11} U_{14} \dots & D_{11} U_{1n} \\ 0 & D_{22} & D_{22} U_{23} & D_{22} U_{24} \dots & D_{22} U_{2n} \\ 0 & 0 & D_{33} & D_{33} U_{34} \dots & D_{33} U_{3n} \\ 0 & 0 & 0 & D_{44} \dots & D_{44} U_{4n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 \dots & D_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

al establecer la ecuación enésima se tiene:

$$x_n = y_n / D_{nn} \quad (4.59)$$

al efectuar el producto de cada renglón de $[D][U]$ por el vector $[x]$ e igualarlo al vector $[y]$, y al despejar cada elemento del vector $[x]$ se obtiene sucesivamente:

$$x_4 = (y_4 - D_{44} U_{4n} x_n) / D_{44} \quad (4.60)$$

$$x_3 = (y_3 - D_{33} U_{3n} x_n - D_{33} U_{34} x_4) / D_{33} \quad (4.61)$$

$$x_2 = (y_2 - D_{22} U_{2n} x_n - D_{22} U_{24} x_4 - D_{22} U_{23} x_3) / D_{22} \quad (4.62)$$

$$x_1 = (y_1 - D_{11} U_{1n} x_n - D_{11} U_{14} x_4 - D_{11} U_{13} x_3 - D_{11} U_{12} x_2) / D_{11} \quad (4.63)$$

al generalizar se tiene:

$$x_n = y_n / D_{nn} \quad (4.64)$$

$$x_j = (y_j - \sum_{k=j+1}^n D_{jk} U_{jk} x_k) / D_{jj} \quad j=n-1, \dots, 1 \quad (4.65)$$

4.2.4. SELECCION Y ORGANIZACION DEL METODO DE SOLUCION.

Al hacer un programa de computadora se prefiere que ocupe lo menos posible de memoria porque mientras menos memoria ocupe, se obtiene mayor rapidez al ejecutarlo. Para matrices simétricas, que es el caso de interés, el método de Gauss efectúa menos operaciones que el de Cholesky (referencia 7) y es el que se recomienda.

Aunque en los desarrollos de las ecuaciones de los métodos de solución se emplean varios arreglos vectoriales y matriciales, cuando se hacen programas de computadora de estos métodos se debe utilizar el menor número de arreglos, porque así no se utiliza memoria innecesaria y con ello, como se dijo anteriormente, se obtiene rapidez al ejecutar el programa del método de solución. En el método de Gauss-Crout, se utiliza un arreglo matricial y un arreglo vectorial por las razones indicadas a continuación:

A) La matriz [D] se guarda en la diagonal de la matriz original [A] y la matriz triangular superior normalizada se guarda en el triángulo superior de la matriz original [A].

B) El vector [y] se guarda en el vector [b] (sustitución hacia adelante) y al final, el vector [x] es el que queda guardado en el vector [b] (sustitución hacia atrás).

4.3. ARREGLOS CUADRADOS.

Un arreglo cuadrado es una matriz de N renglones por N columnas.

Este arreglo es el más elemental y a continuación se resumen sus desventajas numéricas:

A) Existe gran desperdicio de espacio en la memoria porque, al menos se almacenan los $(1/2) n (n-1)$ elementos que no se utilizan, ya que no se opera con ellos (cantidades bajo la diagonal principal de la figura 4.2) porque la matriz de rigideces es simétrica.

B) Existe otro desperdicio de espacio al guardar cantidades nulas, localizadas arriba de los contornos de banda o de silueta; y si se opera con estas cantidades, existe desperdicio de tiempo porque la matriz de rigideces presenta un contorno de silueta (figura 4.2) donde los elementos que se encuentran en él se pueden eliminar con un arreglo unidimensional tratado en el inciso 4.5 de este capítulo.

4.4. ARREGLOS RECTANGULARES. (EN BANDA).

Un arreglo en banda es una matriz de N renglones por NBA columnas, figura 4.3, donde NBA es el ancho de banda de la matriz, figura 4.2. El ancho de banda de una matriz es el número de coeficientes no nulos de dicha matriz que se encuentran alojados en el primer renglón. El último coeficiente no nulo del primer renglón es el último coeficiente que forma el ancho de banda.

La matriz cuadrada de N columnas por N renglones se transforma en una matriz rectangular de N renglones por NBA columnas mediante los pasos que se desarrollan en la referencia 6.

Subsiste el desperdicio de espacio, porque se almacenan elementos que no existen en la matriz $[A]$, como son los espacios que aparecen en el triángulo inferior derecho con los cuales no se opera.

Existe otro desperdicio de espacio al guardar los ceros que existen entre los contornos de silueta y de banda, figura 4.2. Puesto que sí se opera con éstos ceros, también existe desperdicio de tiempo.

4.5. ARREGLOS UNIDIMENSIONALES.

Un arreglo unidimensional es simplemente un vector que contiene algunos datos de una matriz cuadrada. En el caso es-

estructural, esta matriz cuadrada se refiere a la matriz de rigideces.

Es posible almacenar la matriz de rigideces $[K]$, en un arreglo unidimensional, como se observa en la figura 4.4 con las características siguientes:

A) Se define el contorno de silueta que se forma a partir del primer elemento diferente de cero de cada columna (ver figura 4.2) que define a los coeficientes que se van a guardar en un arreglo unidimensional.

B) Para poder identificar los elementos del arreglo unidimensional con el cuadrado es necesario contar con la información de un vector $[MD]$, formado con las localidades que ocupan los elementos de la diagonal principal (ver figura 4.4). La equivalencia de los coeficientes entre un arreglo unidimensional y un arreglo cuadrado resulta como se indica a continuación:

$$(\text{arreglo cuadrado } A_{i,j}) = (A_m \text{ arreglo unidimensional})$$

donde:

$$i = 1, \dots, n$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$m = i + MD_j - j$$

Al modificar los algoritmos para arreglo unidimensional se utiliza el vector auxiliar $[MD]$ debido a que conocido este dato, es posible localizar cualquier elemento de la matriz $[A]$ en la localidad de arreglo vector y se pueden definir los límites para

efectuar la triangulación y sustitución de cualquier método.

Los algoritmos de Gass-Crout para un arreglo unidimensional utilizados en este trabajo se desarrollan en los siguiente incisos.

4.5.1. TRIANGULACION.

Con base en las ecuaciones 4.46 a 4.49 y conocido el vector auxiliar [MD] se tiene:

$$A_1 = D_1 \quad (4.66)$$

$$U_2 = A_2 / D_1 \quad \forall \quad MD(2) < 2 \quad (4.67)$$

$$U_3 = A_3 - D_1 U_2^2 \quad \forall \quad MD(2) < 2 \quad (4.68)$$

$$U_f = A_f / D_p \quad j = 3, \dots, n \quad (4.69)$$

$$f = MD_{j-1} + 1$$

$$p = MD_\theta$$

$$\theta = j + MD_{j-1} - MD_j + 1$$

$$\forall \quad MD_j - MD_{j-1} - 1 = 0 \quad U_f = A_f$$

$$U_u = (A_u - \sum_{k=\theta}^{i-1} U_v D_{MD_k} U_v) / D_{MD_i} \quad (4.70)$$

$$j = 3, \dots, n$$

$$i = q, \dots, j-1$$

$$q = j - MD_j + MD_{j-1} + 2$$

$$k = \text{máximo valor } (t, \theta)$$

$$t = 1 - MD_j + (MD_{i+1} + 1)$$

$$\theta = j - MD_j + (MD_{j+1} + 1)$$

$$u = t - j + MD_j$$

$$v = k - t + MD_{j-1} + 1$$

$$v = k - 0 + MD_{j-1} + 1$$

$$\forall MD_j - MD_{j-1} - 1 = 0$$

$$U_u = A_u$$

$$\forall j-1 < q$$

$$U_u = A_u$$

$$\forall MD_i - MD_{i-1} - 1 = 0$$

$$U_u = A_u$$

$$D_{MD_j} = A_{MD_j} - \sum_{k=\theta}^{j-1} U_{MD_k} D_v$$

$$j = s, \dots, n$$

(4.71)

$$\theta = j - MD_j + (MD_{j+1} + 1)$$

$$v = k - \theta + MD_{j-1} + 1$$

$$\forall MD_j - MD_{j-1} - 1 = 0$$

$$D_{MD_j} = A_{MD_j}$$

4.5.2 SUSTITUCION HACIA ADELANTE.

AL tener las ecuaciones 4.56 y 4.57 y el vector auxiliar

[MD] se tiene:

$$y_1 = b_1 \quad (4.72)$$

$$y_j = b_j - \sum_{k=a}^d U_k y_c \quad j = 2, \dots, n \quad (4.73)$$

$$a = MD_{j-1} + 1$$

$$d = MD_j - 1$$

$$c = k + j - MD_j$$

$$f_j = d - a$$

$$\forall f_j < 0$$

$$y_j = b_j$$

4.5.3 SUSTITUCION HACIA ADELANTE.

La sustitución hacia atrás de la matriz [A] en arreglo unidimensional se presenta en forma matricial en la figura 4.5. Al efectuar las operaciones correspondientes y despejar los elementos del vector [x] (incógnitas), la sustitución hacia atrás queda desarrollada como se presenta en la figura 4.6.

CAPITULO 5. PROGRAMA DE COMPUTADORA.

5.1. ORGANIZACION DEL PROGRAMA.

El programa se realizó en una computadora personal con una configuración de 512 kbytes de memoria central, dos drive y dos discos de 5.25" con una capacidad de 360 kbytes cada uno. Debido a que los resultados se despliegan en pantalla, no es necesario contar con una impresora, no obstante, el programa cuenta con la posibilidad de enviar los datos a una impresora si es que así se desea.

La principal ventaja del Turbo Basic es la sencillez y facilidad en su uso, lo cual redunda en un manejo de pantalla nada complejo. Contiene también la posibilidad de dividir el programa en subrutinas completamente independientes y un programa principal que las enlaza y ordena en forma semejante a como lo hace el Fortran. Con el Turbo Basic es factible la compilación por lo que la ejecución del programa adquiere una velocidad considerable. Esto lo hace veloz pero resulta inferior a la velocidad que otorga el Fortran.

La ventaja primordial del lenguaje Fortran es su velocidad, y ello es un beneficio notable en la ejecución de un programa de computadora. Pero su desventaja principal es la dificultad que

presenta para el manejo de pantalla en la recepción de datos así como en la corrección de los mismos.

En el programa de recepción de datos se requiere manejo de pantalla para tener cierto orden, facilidad y presentación, así como para corregir datos en forma elemental, y es por esto que se trabaja con Turbo Basic. Y para el programa de cálculo se requiere únicamente velocidad, y entonces se utiliza el Fortran.

La unión de estos lenguajes es posible con el apoyo de archivos, los cuales reciben información del Turbo Basic y la aportan en el Fortran.

Al tener el programa de recepción de datos y el programa de cálculo, en discos separados, cualquier persona puede tener acceso al programa de recepción de datos sin que pueda utilizar el programa de cálculo.

Cada uno de estos programas tiene una estructuración tal que puede utilizarse como un catálogo de subrutinas y bajo pequeños cambios poder implementar otros programas que utilizan el método del elemento finito.

Para el manejo de archivos se utilizaron los de tipo secuencial debido, principalmente, a que representan un ahorro considerable de memoria y esto es importante en programas del elemento finito que ocupan gran cantidad de memoria.

Este programa cuenta con ciertas disposiciones que hacen posible la unión de varios caracteres, y esta propiedad se ha empleado para tener archivos con nombres variables.

Debido a que el nombre de los archivos que se utilizan es

variable, para cada placa analizada se tienen sus propios archivos con el nombre deseado, y de ésta forma, cuando se analiza otra placa, sus datos se guardan en un archivo con nombre diferente al anterior, sin borrar los archivos de la estructura analizada anteriormente.

El programa de datos pregunta el nombre del archivo que uno desea para esa placa en particular y pregunta también el drive en el que se quieren guardar. Se generan en el programa de datos 4 archivos con el nombre dado por el usuario más un número al final del nombre. Los archivos con número 1, 2 y 3 están preparados para ser utilizados en forma aislada dentro del programa de cálculo. El archivo con número 4 almacena todos los datos. Esto tiene la ventaja de poder visualizar los datos en pantalla sin tener la necesidad de contar con una impresora. Al ser guardados los datos en un archivo, éstos se mandan a imprimir en el momento deseado.

Al inicio del programa de cálculo se pregunta el nombre del archivo que se dió en el programa de datos y el drive en el que se encuentran. No es necesario incluir ningún número al final del nombre, porque éste programa se lo asigna por sí mismo.

5.2. PROGRAMA DE RECEPCION DE DATOS.

El esquema de la organización de éste programa se muestra en la tabla 5.1. Este programa, llamado DATOS, está constituido por

el programa principal y siete subrutinas externas a él.

Nombre de la subrutina:	Descripción de la subrutina:
PORTADA .-	Presentación del programa.
DATINI .-	Recopilación de los datos iniciales.
CODFRON .-	Recibe las condiciones de frontera.
COORD .-	Recibe las coordenadas.
IJKOP .-	Toma la numeración de i, j, k, l, m, n, o, p y el tipo de material de cada elemento.
MATERI .-	Recibe el módulo de elasticidad, la relación de Poisson y el peso volumétrico de cada material.
CARGNU .-	Recibe las cargas F_x, F_y y F_z en los nudos.

Son cuatro los archivos que guardan éstos datos:

ARCHIVO1 .-	Guarda los datos generales.
ARCHIVO2 .-	Guarda las coordenadas, las condiciones de frontera, la numeración de i, j, k, l, m, n, o, p , tipo de material de cada elemento y módulo de elasticidad, relación de Poisson y peso volumétrico de cada uno de los tipos de material empleados.
ARCHIVO3 .-	Guarda las cargas en los nudos.
ARCHIVO9 .-	Guarda los datos preparados para impresión o para revisión en pantalla.

El archivo1 se separó del archivo2 para utilizar menos espacio en el programa de cálculo en donde se trabaja con memoria dinámica. El archivo3 es independiente para tener la posibilidad de trabajar con varias condiciones de carga en una misma ejecución sin tener que volver a dar todos los datos de la estructura sino simplemente dar las cargas de cada aspecto que se quiera considerar.

Como se mencionó anteriormente, el programa DATOS guarda todos los datos recopilados en un archivo especial para tenerlo a nuestra disposición y poder imprimir los datos capturados en el momento que se desee.

5.3. PROGRAMA DE CALCULO.

La organización esquemática del programa de cálculo se presenta en la tabla 5.2. Este programa, llamado PLACAS, está realizado en Fortran y es el encargado del cálculo. Está formado por el programa principal y dieciocho subrutinas, que son:

Nombre de la subrutina:	Descripción de la subrutina:
CODFRP .-	Establece los códigos de frontera con base en las condiciones frontera, para formar los indicadores de ecuación.

- INDICP .- Forma el arreglo del número de ecuaciones para los indicadores de ecuación con base en los códigos de frontera.
- SPAMH .- Forma los indicadores de ecuación para cada elemento.
- CALMHP .- Encuentra el número de elementos de cada columna de la matriz de rigideces, con base en los indicadores de ecuación.
- CALMD .- Guarda las posiciones de la diagonal principal de la matriz de rigideces con base en la subrutina CALMHP.
- RIGI .- Calcula la matriz de rigideces de la estructura, y las matrices de esfuerzos ($D_b B_b$ y $D_s B_s$).
- MADS .- Calcula la matriz de coeficientes elásticos D.
- FUNFS .- Calcula las funciones de forma, los puntos gaussianos, hace las transformaciones isoparamétricas, calcula el jacobiano, forma la matriz B y calcula las fuerzas de cuerpo.
- MULMAT .- Multiplicación de matrices.
- MULTRA .- Multiplica una matriz transpuesta por una no transpuesta.
- ENSPS .- Ensambla la matriz de rigideces.
- FUEXP .- Ensambla el vector de cargas.
- SOLEC .- Solución del sistema de ecuaciones.
- TR .- Proceso de triangulación del método de Gauss -

Crout unidimensional versión eficiente.

SU .- Proceso de sustitución del método de Gauss - Crout unidimensional versión eficiente.

IMPDES .- Imprime el vector de desplazamientos de la estructura.

ELMEC .- Cálculo e impresión de elementos mecánicos.

El programa principal PLACAS trabaja con cuatro archivos internos que sirven de apoyo y que se guardan en el drive A.

Estos archivos son:

IE .- Guarda los indicadores de ecuación.

DBBE .- Guarda la parte a flexión de la matriz de esfuerzos DB.

DBSH .- Guarda la parte a cortante de la matriz de esfuerzos de la matriz DB.

PGAUSS .- Guarda los puntos gaussianos.

5.4. MANUAL DEL USUARIO.

A continuación se presenta la especificación de los datos que son necesarios para ejecutar los programas y luego las instrucciones de operación de cada uno.

Los datos que deben conocerse para ejecutar el programa llamado DATOS son:

A) DATOS GENERALES DE LA PLACA:

NOTAS

1. - NUMERO DE ELEMENTOS.....	(1)
2. - NUMERO DE NUDOS.....	(2)
3. - NUMERO DE NUDOS CARGADOS.....	(3)
4. - NUMERO DE MATERIALES.....	(4)
5. - ESPESOR DE LA PLACA.....	(5)
6. - ANGULO DE LAS CARGAS DE GRAVEDAD.....	(6)
7. - FUERZAS DE CUERPO.....	(7)
8. - NUMERO DE NUDOS RESTRINGIDOS.....	(8)

NOTAS :

- (1) .- Se dice el número de elementos de toda la estructura.
- (2) .- Se da el número total de nudos que tiene la estructura.
- (3) .- Se indica el número de nudos que están bajo la acción de una carga.
- (4) .- La pregunta es: "cuántos materiales con propiedades distintas forman parte de la estructura?".
- (5) .- Se da el espesor de la placa en metros.
- (6) .- Se indica el ángulo, en grados, de las cargas de gravedad.
- (7) .- Si se escribe el número 1, se considerarán las fuerzas de cuerpo en el vector de cargas de la estructura; y si se tecléa el 2, no se considerarán las fuerzas de cuerpo en dicho vector.

(8) .- Se indica el número de nudos que no estén libres en X, en Y, en Z o en cualquier combinación de estas direcciones.

B) DATOS DE LOS CODIGOS DE FRONTERA EN LOS NUDOS:

	NOTAS
1.- Nudo	(9)
2.- C. F. en X	(10)
3.- C. F. en Y	(11)
4.- C. F. en Z	(12)

NOTAS :

(9) .- Se da el número de nudo que esté restringido. Se tecllea cero cuando se ha terminado.

(10) .- Se tecllea 1 si el nudo está restringido en X o se tecllea 0 si está libre en X.

(11) .- Aquí se trata de la dirección Y. Se tecllea 1 si el nudo está restringido en Y y 0 si está libre en Y.

(12) .- Se tecllea 1 si está restringido en Z y 0 si está libre en Z.

Ahora se van a dar las coordenadas de los nudos. Para ello se tienen dos opciones. La primera es dar las coordenadas de los nudos que no pueden generar coordenadas de otros nudos, ni que ellos mismos puedan ser generados por otro nudo. Y la segunda es

dar las coordenadas de los nudos que si puedan generar las coordenadas de otros nudos.

Para que un nudo pueda generar las coordenadas de otros, deben tener entre si una diferencia constante en X, en Y y en la numeración de nudos.

Se necesita saber cuantos nudos no pueden generar coordenadas de otros nudos ni se pueden generar sus coordenadas con las de otro nudo.

C) DATOS PARA LAS COORDENADAS DE LOS NUDOS:

	NOTAS
1.- Nudo	(13)
2.- Coordenada en X	(14)
3.- Coordenada en Y	(15)

NOTAS :

(13) .- Se da el número de nudo.

(14) .- Se da la coordenada en X del nudo dado.

(15) .- Se da la coordenada en Y del nudo dado.

Se necesita saber cuantos elementos no pueden generar la numeración de otros elementos ni se puede generar su numeración con la de otro elemento.

Ahora se va a dar la numeración de cada elemento, es decir,

los números que se han asignado a I, J, K, L, M, N, O y P de cada elemento y el tipo de material de que está constituido cada uno. Para ello se tienen dos opciones. La primera es dar la numeración de los elementos que no pueden generar numeraciones de otros elementos, ni que ellos mismos puedan ser generados por otro elemento. Y la segunda es dar la numeración de los elementos que sí puedan generar la numeración de otros elementos.

Para que un elemento pueda generar la numeración de otros, deben tener entre sí una diferencia constante en I, en J, en K, en L, en M, en N, en O, en P y en la numeración de elementos, así como también deben ser del mismo material. La diferencia entre las K, por ejemplo, puede ser distinta a la diferencia existente entre las M, pero la diferencia entre las K's debe ser constante y la diferencia entre M y M también debe ser constante.

D) DATOS DE LA NUMERACION DE LOS ELEMENTOS FINITOS:

	NOTAS
1.- Elemento	(16)
2.- Punto nodal I	(17)
3.- Punto nodal J	(18)
4.- Punto nodal K	(19)
5.- Punto nodal L	(20)
6.- Punto nodal M	(21)
7.- Punto nodal N	(22)

8.- Punto nodal O	(23)
9.- Punto nodal P	(24)
10.- Material	(25)

NOTAS :

- (16) .- Número de elemento.
- (17) .- Número que corresponde al nudo I del elemento dado.
- (18) .- ' ' ' ' ' J ' ' ' .
- (19) .- ' ' ' ' ' K ' ' ' .
- (20) .- ' ' ' ' ' L ' ' ' .
- (21) .- ' ' ' ' ' M ' ' ' .
- (22) .- ' ' ' ' ' N ' ' ' .
- (23) .- ' ' ' ' ' O ' ' ' .
- (24) .- ' ' ' ' ' P ' ' ' .
- (25) .- Se da el tipo de material del elemento.

E) DATOS DE LOS MATERIALES DE LA PLACA:

	NOTAS
1.- Material	(26)
2.- Módulo de elasticidad	(27)
3.- Coeficiente de Poisson	(28)
4.- Peso volumétrico	(29)

NOTAS :

- (26) .- Número de cada material con características distintas a

los demás materiales que se utilizan.

(27) .- Se da el módulo de elasticidad, en tonelada por metro cuadrado, para cada material.

(28) .- Se da el coeficiente de Poisson, adimensional, para cada material.

(29) .- Se da el peso volumétrico, en tonelada por metro cúbico, de cada material.

Se necesita saber cuantos nudos cargados no pueden generar cargas de otros nudos ni se pueden generar sus cargas con las de otro nudo cargado.

F) DATOS DE LAS CARGAS DE LOS NUDOS:

	NOTAS
1.- Nudo	(30)
2.- F_x	(31)
3.- F_y	(32)
4.- F_z	(33)

NOTAS :

(30) .- Se da el número de nudo.

(31) .- Se da la carga en X del nudo dado; en toneladas.

(32) .- Se da la carga en Y del nudo dado; en toneladas.

(33) .- Se da la carga en Z del nudo dado; en toneladas.

donde EJEMPLO es el nombre dado para el archivo. Esto se explica en el punto 5.4 inciso G, nota 34.

O bien, revisarlos en pantalla al teclear:

TYPE EJEMPLO9

<RETURN>

donde EJEMPLO es el nombre del archivo dado y el número 9 es la extensión asignada por el programa y éste contiene todos los datos preparados para imprimirlos.

Se forman también los archivos EJEMPLO1, EJEMPLO2 y EJEMPLO3 que se necesitan al ejecutar el programa de cálculo llamado PLACAS.EXE.

Se saca el disco que contiene a DATOS.EXE y se inserta al que contenga al programa llamado PLACAS.EXE en un drive y el disco que guardó los datos en archivos en el otro drive. Si la máquina que se utiliza es de un drive, entonces, cuando termina de ejecutarse el programa DATOS.EXE se indica que los archivos se guarden en el mismo disco, y se copian los archivos al disco donde esté PLACAS.EXE.

Se ejecuta el programa de cálculo al teclear:

PLACAS.EXE<RETURN>

Se da el nombre de archivo que se tecléo al ejecutarse el programa DATOS.EXE, que puede ser EJEMPLO, sin número al final porque el número lo asigna el programa por sí solo; y luego se da el drive donde se encuentra, que puede ser A, B o C.

Este programa imprime los resultados en pantalla y los gra-

ba en dos archivos que tienen el nombre del archivo dado y terminan en 4 y en 5. Los desplazamientos quedan en el archivo 4 y los elementos mecánicos en el archivo 5; se pueden mandar a imprimir cuando se desee al teclear:

COPY EJEMPLO4

<RETURN>

6

COPY EJEMPLO5

<RETURN>

CAPITULO 6. EJEMPLO DE APLICACION.

Para ilustrar el procedimiento que se presenta en esta tesis se han resuelto dos ejemplos de aplicación. Uno de ellos es el análisis de una placa regular y el otro es el de una placa irregular.

Placa regular:

La placa regular analizada es de 4 por 6 metros y 9 cm. de espesor, empotrada en sus cuatro lados y bajo la acción de una carga uniformemente distribuida de 5 ton/m^2 . Es una placa de concreto con un módulo de elasticidad de $2,220,000 \text{ ton/m}^2$ y una relación de Poisson de 0.2. La placa se muestra en la figura 6.1.A.

Para analizar esta placa con el método del elemento finito se hizo una ^{de} malla de elementos finitos formada por seis elementos y veintinueve puntos nodales, como se indica en la figura 6.2.A.

Para ordenar los datos requeridos por el programa se toman como apoyo las tablas 6.11 a 6.16 que llevan la secuencia de la entrada de datos al programa. Las tablas 6.5 a 6.10 se presentan sin datos para tener la posibilidad de fotocopiarlas y utilizarlas cuando se requieran.

La tabla 6.11 corresponde a los datos generales de la placa. Los datos que se necesitan en esta tabla se describen a continuación:

De la figura 6.2.A puede observarse que los elementos de la malla son 6 y el número de nudos 29. Como la carga es distribuida, se

aplica en todos los nudos excepto en los restringidos; el número de nudos cargados es de 9. Esta placa está empotrada en sus cuatro lados, como se muestra en la figura 6.1.B; tiene 20 nudos restringidos. El número de materiales de que está formada esta placa es uno sólo: concreto. En la figura 6.1.A, el espesor de la placa es de 9 cm; éste valor debe darse en metros, por eso se indica 0.09. Debido a que las cargas actúan hacia abajo, el ángulo de las cargas de gravedad es cero. En fuerzas de cuerpo se escribe 1 si se consideran y 2 si no se consideran.

La tabla 6.12 contiene los códigos de frontera en los nudos de la placa. La placa tiene 20 nudos restringidos con empotramientos que se encuentran localizados en el contorno de la placa. De la figura 6.2.A, se observa que los nudos restringidos son el 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 13, 14, 16, 17, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, y 29 y por estar empotrados tienen restricción en X, en Y, y en Z; en esta tabla, los códigos de frontera se especifican con uno si están restringidos y con ceros si están libres. Los nudos que no se tomen en cuenta en esta tabla se consideran libres.

En la tabla 6.13 se indican las coordenadas X y Y de cada nudo de la figura 6.2.A. Se considera que el eje "X" es positivo hacia la derecha y el eje "Y" lo es hacia arriba, y el origen de las coordenadas se encuentra en la parte inferior izquierda, o sea en el nudo 29, el cual tiene coordenadas $X=0$ y $Y=0$ y, por consiguiente, las coordenadas del nudo 1 son $X=6$ y $Y=4$.

En la tabla 6.14 se indica la numeración que le corresponde a los nudos i, j, k, l, m, n, o y p de cada elemento así como el

tipo de material de que está hecho cada elemento. El número de cada elemento está en la figura 6.2.A. La numeración de los nudos del elemento uno es: $i=1$, $j=6$, $k=9$, $l=10$, $m=11$, $n=7$, $o=3$, $p=2$ y el material es el 1 que corresponde al concreto según la tabla 6.15. La numeración de i , j , k , l , m , n , o y p está de acuerdo al orden de la figura 6.2.B.

La tabla 6.15 es para las propiedades de los materiales empleados en la placa y para éste ejemplo la placa está constituida por un sólo material, que es concreto, con el módulo de elasticidad, la relación de Poisson y el peso volumétrico que se indican en dicha tabla.

Las cargas se encuentran en la tabla 6.16. En ella se observa que en cada uno de los nudos 7, 10, 12, 15, 18, 20 y 23 actúa una carga de 15.484 toneladas en la dirección del desplazamiento de la placa y en cada uno de los nudos 11 y 19 actúa una carga de 7.742 toneladas en dirección contraria al desplazamiento de la placa. La forma de determinar las cargas que deben aplicarse en cada uno y su dirección se explican a continuación.

La carga de 5 Ton/m^2 uniformemente distribuida se sustituyó con cargas concentradas actuantes en los nudos. Las cargas se colocaron en los nudos 7, 10, 11, 12, 15, 18, 19, 20 y 23. La carga de 5 Ton/m^2 aplicada en los 24 m^2 de la placa hacen 120 toneladas totales que se reparten en los nudos indicados.

Para conocer la carga que le corresponde a cada nudo se dividen las 120 toneladas entre el número de nudos cargados, pero para esto se considera que, por geometría, a los nudos de es-

quina les corresponde el 37.5% de la carga que le toca a un nudo que no sea de esquina (a un nudo "intermedio"). Por lo tanto, la carga de 120 toneladas se divide entre 7.75, donde 7.75 es el número de nudos; esto es, 7 nudos intermedios y 2 de esquina. Esto nos indica que a cada uno debe aplicársele 15.484 toneladas.

En cada uno de los nudos intermedios actúan 15.484 toneladas en la dirección del desplazamiento y a cada uno de los nudos de esquina les corresponden 7.742 toneladas en dirección contraria al desplazamiento.

Los elementos mecánicos obtenidos al analizar esta placa regular se encuentran en la tabla 6.2.

Los desplazamientos obtenidos para la placa regular al emplear este programa de computadora se presentan en la tabla 6.1 y se comparan, a continuación, con el resultado obtenido con la teoría clásica de placas al utilizar la solución propuesta por Westergaard (presentada en el inciso 2.9 de esta tesis):

Desplazamiento máximo en el centro de la placa obtenido con la teoría clásica de placas	2.0289 cm
Desplazamiento máximo en el nudo 15 obtenido con el método del elemento finito al utilizar este programa de computadora	2.1047 cm

Placa irregular:

La geometría de la placa irregular analizada se muestra en la figura 6.3. Esta placa es de concreto, empotrada en un lado y libre en los demás y se encuentra bajo una carga de 0.9 ton/m^2 . La placa tiene un módulo de elasticidad de $2,220,000 \text{ ton/m}^2$ y una relación de Poisson de 0.2. La malla de elementos finitos utilizada se presenta en la figura 6.4; ésta malla consta de seis elementos y 31 nudos.

Las cargas se definieron con el mismo criterio empleado para la placa regular. En la figura 6.5 se presentan las cargas que se aplicaron en cada nudo.

Los elementos mecánicos de la placa irregular analizada se encuentran en la tabla 6.3 y los desplazamientos en la tabla 6.4.

CAPITULO 7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

7.1. CONCLUSIONES.

En lo referente al aspecto de programación se citan las siguientes conclusiones:

- Es factible realizar el análisis de placas con el método del elemento finito al utilizar un programa diseñado para una computadora personal con una configuración de 512 kbytes de memoria central.
- La generación de datos en el preprocesador hace más eficiente la entrada de datos porque no tienen que insertársele todos los que necesita el programa sino sólo unos cuantos y con ellos se generan los demás. Esto evita errores y es más rápido porque la cantidad de datos que se insertan es menor que si no se utiliza la generación.
- Se disminuye el tiempo de procesamiento y la cantidad de memoria utilizada al emplear la solución del sistema de ecuaciones en un arreglo unidimensional como el método de Gauss-Crout. Existe también ahorro de tiempo al tener el programa de computadora en versión ejecutable.
- Es benéfico emplear memoria dinámica y archivos secuenciales.

pues produce que disminuya la cantidad de memoria utilizada y con ello se contribuye a que se pueda ejecutar el programa en máquinas que no sean necesariamente de una gran memoria.

- Es muy útil hacer que los archivos tengan nombre variable para ejecutar el programa varias veces sin que los datos recopilados se pierdan en cada ejecución:

- El archivar los resultados con nombres distintos permite el análisis continuo de varias estructuras sin contar con una impresora en ese momento ni tener que copiar los resultados de la pantalla.

Con base en el análisis de diferentes tipos de placas se presentan algunas conclusiones:

- Si se utilizan elementos finitos de dos metros por dos metros, se obtienen resultados con aproximadamente 3% de error, del lado de la seguridad, que pueden considerarse aceptables.

- Mientras más pequeño es el elemento finito, más exactitud se obtiene en los resultados; sin embargo el problema se complica porque aumenta el número de datos de entrada (y con ello la posibilidad de error en la entrada de datos), aumenta el tiempo en la ejecución del programa de cálculo y aumenta la cantidad de memoria necesaria por lo que es posible que se tenga que usar una computadora de mayor memoria.

- Si se utilizan elementos finitos de un metro por un metro, los

resultados presentan un error de aproximadamente 1%, pero si la estructura no es pequeña se tienen las complicaciones del punto anterior.

- Al analizar placas formadas por elementos finitos cuadriláteros lineales y por elementos finitos cuadriláteros cuadráticos, se observó que para obtener resultados similares con los dos tipos de elementos, la malla de cuadriláteros lineales debe estar formada por cuatro veces más elementos que la malla de cuadriláteros cuadráticos; por lo que se concluye que deben utilizarse los elementos cuadriláteros cuadráticos.

- Por pequeña que sea la estructura, la malla debe estar formada por no menos de cuatro elementos.

- Para dividir la carga uniformemente distribuida en una placa entre el número de nudos de la malla utilizada, se ignoran los nudos que están en las fronteras, y sólo se toman los nudos internos de esquina e intermedios. Para ésta división se considera que a los de esquina les corresponde el 37.5% de un nudo intermedio. La carga para cada nudo se aplica a los nudos internos intermedios y a los internos de esquina se les aplica la mitad de la correspondiente a los internos intermedios.

- Al sustituir la carga uniformemente distribuida por cargas concentradas actuantes en los nudos, las aplicadas en nudos intermedios se colocan en dirección del desplazamiento y las que estén en nudos de esquina van en dirección contraria al desplazamiento para contribuir con la continuidad de la deformación de la

placa y obtener resultados correctos. Los únicos nudos que no se cargan son los restringidos.

7.2. RECOMENDACIONES.

Con respecto a la elaboración de programas de computadora de dimensiones considerables como los que utilizan al método del elemento finito, se recomienda:

- Que se puedan hacer correcciones a los datos que están guardados en los archivos por si se quisieran cambiar algunos de ellos; si es así, no se tienen que insertar todos los datos nuevamente.
- Desarrollar algoritmos para la solución de un sistema de ecuaciones en arreglo unidimensional por bloques (para eliminar los ceros que contiene el arreglo unidimensional utilizado en este trabajo) para que se ahorre tiempo y memoria al utilizarlos en programas del método del elemento finito.

Para el análisis de placas por el método del elemento finito se recomienda:

- No aplicar, en dirección del desplazamiento, las cargas concentradas en los nudos internos de esquina porque se obtienen errores mayores del 70%.

- Elaborar programas de computadora que grafiquen los desplazamientos y los elementos mecánicos obtenidos con el programa de análisis de placas por el método del elemento finito desarrollado en este trabajo, para observar mediante gráficas el comportamiento mecánico y cinemático de la estructura completa.
- Adaptar este programa para el cálculo de placas de espesor variable; lo cual es posible con pocas modificaciones.
- Con base en algunas subrutinas de este trabajo, realizar programas que analicen placas curvas, sólidos de revolución, etc.
- Incluir conceptos sobre interacción suelo-estructura para el análisis de losas de cimentación.
- Hacer una modelación para analizar placas sandwich, esto es, placas compuestas por varios materiales en la dirección del desplazamiento.

REFERENCIAS.

1. - Zienkiewicz, O., "El método de los elementos finitos", Reverté, 1980.
2. - Boresi, A., Sidebottom, O., "Advanced mechanics of materials", J. Wiley & Sons, 1985.
3. - Shames, I., Dym, C., "Energy and finite element methods in structural mechanics", Mc Graw-Hill, 1985.
4. - Cook, R., Malkus, D., Plesha, M., "Concepts and applications of finite element analysis", J. Wiley & Sons, 1989.
5. - Lemaire, M., "Theorie des plaques", 1977.
6. - Vera, F., "Solución de ecuaciones algebraicas en el análisis estructural", Universidad La Salle, Tesis de Licenciatura, 1980.
7. - Cervantes, R., Porras, V., "Elemento finito", U. P. A. E. P.
8. - Park, R., Gamble, L., "Losas de concreto reforzado", Limusa, 1987.
9. - Oden, J., Ripperger, E., "Mechanics of elastic structures", Mc Graw-Hill, 1981.

T A B L A S Y F I G U R A S

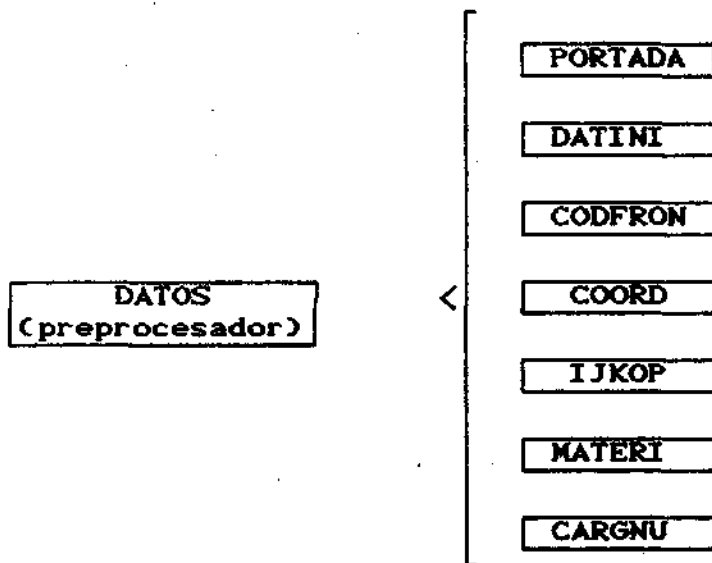


TABLA 5.1. Organización esquemática del preprocesador (programa de entrada de datos).

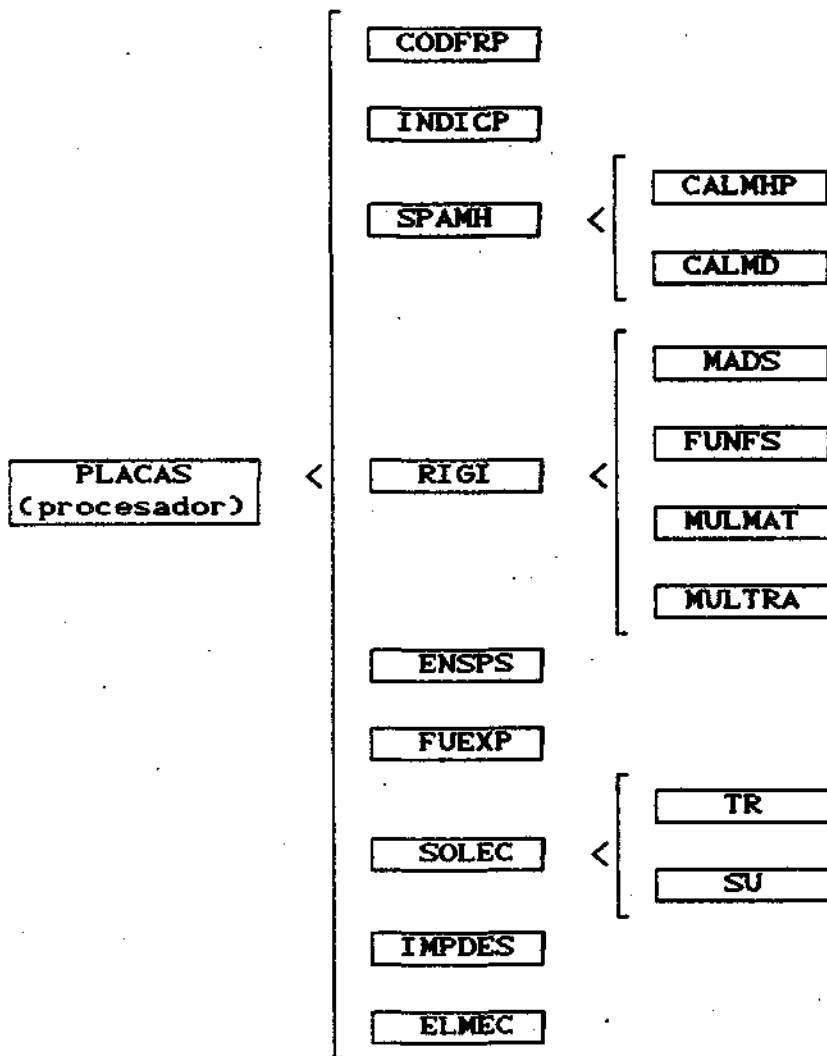


FIGURA 5.2. Organización esquemática del procesador (programa de cálculo).

ANALISIS DE PLACAS POR EL ELEMENTO FINITO

RESULTADOS DE LA PLACA DEL ARCHIVO : (EJEMPLO)

DESPLAZAMIENTOS DE LA ESTRUCTURA

NUDO No.	En X (mts)	En Y (mts)	En Z (mts)
1	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
2	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
3	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
4	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
5	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
6	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
7	.260087E-08	.154223E-01	.103666E-01
8	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
9	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
10	-.155907E-01	.250109E-03	.104550E-01
11	-.591726E-08	.389302E-03	.208446E-01
12	.155907E-01	.250108E-03	.104550E-01
13	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
14	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
15	.383706E-08	.413868E-07	.210473E-01
16	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
17	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
18	-.155908E-01	-.250131E-03	.104550E-01
19	-.143760E-07	-.389336E-03	.208446E-01
20	.155908E-01	-.250129E-03	.104550E-01
21	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
22	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
23	-.202538E-08	-.154223E-01	.103666E-01
24	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
25	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
26	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
27	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
28	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
29	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00

TABLA 6.1. Desplazamientos de la placa regular analizada.

ELEMENTOS		MECANICOS			(TON-M)			
ELEM*PUNTO*		COORDENADAS *		MOMENTOS		* CORTANTES *		
No.		X(M)	Y(M)	MX	MY	MX Y	QX	QY
1	1	1.58	1.58	-.64	-.64	-.58	.25	-1.63
1	2	.42	1.58	.11	-1.89	-.59	-1.87	.69
1	3	.42	.42	2.32	2.38	-.58	1.44	-.20
1	4	1.58	.42	-1.87	.14	-.58	1.14	-5.60
1	5	1.00	1.00	-.02	.00	-.87	144.97	139.38
2	1	1.58	1.58	-.49	-2.53	-.01	-7.43	1.08
2	2	.42	1.58	-.49	-2.53	.01	-7.43	-1.08
2	3	.42	.42	.55	2.54	.00	-3.23	-.78
2	4	1.58	.42	.55	2.54	.00	-3.23	.78
2	5	1.00	1.00	.04	.01	.00	281.22	.00
3	1	1.58	1.58	.11	-1.89	.59	-1.87	-.69
3	2	.42	1.58	-.64	-.64	.58	.25	1.63
3	3	.42	.42	-1.87	.14	.58	1.14	5.60
3	4	1.58	.42	2.32	2.38	.58	1.44	.20
3	5	1.00	1.00	-.02	.00	.87	144.97	-139.38
4	1	1.58	1.58	-1.87	.14	.58	-1.14	-5.60
4	2	.42	1.58	2.32	2.38	.58	-1.44	-.20
4	3	.42	.42	.11	-1.89	.59	1.87	.69
4	4	1.58	.42	-.64	-.64	.58	-.25	-1.63
4	5	1.00	1.00	-.02	.00	.87	-144.97	139.38
5	1	1.58	1.58	.55	2.54	.00	3.23	.78
5	2	.42	1.58	.55	2.54	.00	3.23	-.78
5	3	.42	.42	-.49	-2.53	-.01	7.43	-1.08
5	4	1.58	.42	-.49	-2.53	.01	7.43	1.08
5	5	1.00	1.00	.04	.01	.00	-281.23	.00
6	1	1.58	1.58	2.32	2.38	-.58	-1.44	.20
6	2	.42	1.58	-1.87	.14	-.58	-1.14	5.60
6	3	.42	.42	-.64	-.64	-.58	-.25	1.63
6	4	1.58	.42	.11	-1.89	-.59	1.87	-.69
6	5	1.00	1.00	-.02	.00	-.87	-144.97	-139.38

TABLA 6.2. Elementos mecánicos de la placa regular analizada.

ANALISIS DE PLACAS POR EL ELEMENTO FINITO

RESULTADOS DE LA PLACA DEL ARCHIVO : (IRR6-09)

DESPLAZAMIENTOS DE LA ESTRUCTURA

NUDO No.	En X (mts)	En Y (mts)	En Z (mts)
1	.132823E-02	-.142235E-01	.417436E-01
2	.131970E-02	-.142199E-01	.410885E-01
3	.133338E-02	-.142310E-01	.404298E-01
4	.128849E-02	-.141739E-01	.346312E-01
5	.133050E-02	-.141670E-01	.333143E-01
6	.126555E-02	-.139166E-01	.275856E-01
7	.131215E-02	-.139123E-01	.269450E-01
8	.132252E-02	-.138289E-01	.262891E-01
9	.103157E-02	-.130260E-01	.207586E-01
10	.162379E-02	-.129892E-01	.194485E-01
11	.613200E-03	-.118997E-01	.144025E-01
12	.105563E-02	-.116234E-01	.139984E-01
13	.168086E-02	-.108314E-01	.133136E-01
14	.179798E-02	-.950752E-02	.123398E-01
15	.150400E-02	-.849831E-02	.114228E-01
16	.279706E-04	-.101766E-01	.879078E-02
17	.985910E-03	-.923541E-02	.825401E-02
18	.133799E-02	-.833469E-02	.714873E-02
19	-.327109E-03	-.787157E-02	.424397E-02
20	.208265E-03	-.755067E-02	.426620E-02
21	.365193E-03	-.726286E-02	.409911E-02
22	.615814E-03	-.681341E-02	.383360E-02
23	.121306E-02	-.653238E-02	.334116E-02
24	-.300398E-03	-.445870E-02	.113610E-02
25	.135573E-03	-.440918E-02	.115085E-02
26	.627085E-03	-.354559E-02	.859027E-03
27	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
28	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
29	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
30	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
31	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00

TABLA 6.3. Desplazamientos de la placa irregular analizada.

ELEMENTOS MECANICOS (TON-M)								
ELEM*	PUNTO*	COORDENADAS *		MOMENTOS		* CORTANTES *		
No.		X (M)	Y (M)	MX	MY	MX Y	QX	QY
1	1	.79	.79	-.02	.00	-.01	-.01	.16
1	2	.21	.79	-.35	-.02	.00	.06	.62
1	3	.21	.21	-.42	-.07	-.03	-.04	.69
1	4	.79	.21	-.03	.02	.00	.03	.18
1	5	.50	.50	-.19	-.01	.00	.35	-3.98
2	1	.79	.79	-.97	-.02	-.01	.11	1.08
2	2	.21	.79	-1.61	.13	-.20	.00	.93
2	3	.21	.21	-2.40	.16	-.31	1.31	2.08
2	4	.79	.21	-.86	.02	.05	-.14	.96
2	5	.50	.50	-1.41	.09	-.08	1.77	-19.39
3	1	.79	.79	-2.15	.17	-.43	-.19	2.22
3	2	.21	.79	-2.93	.11	-.33	-.51	1.68
3	3	.21	.21	-2.75	-.22	-.47	.07	2.49
3	4	.79	.21	-2.04	.29	-.70	.09	-2.55
3	5	.50	.50	-2.52	.09	-.47	-1.76	-8.74
4	1	.79	.79	-4.04	-.21	-.15	.50	2.61
4	2	.21	.79	-5.86	-.98	.09	1.52	2.20
4	3	.21	.21	-5.87	-1.10	-.04	-.95	3.01
4	4	.79	.21	-3.68	-.57	-.20	.04	.69
4	5	.50	.50	-4.85	-.70	-.07	-2.49	-14.75
5	1	.79	.79	-1.54	-.10	-.87	2.70	3.94
5	2	.21	.79	-2.50	-.23	-.56	-3.10	.35
5	3	.21	.21	-2.39	.06	-.29	-1.74	1.50
5	4	.79	.21	-.47	-.24	-.54	.66	.47
5	5	.50	.50	-1.71	-.12	-.54	-6.73	-14.62
6	1	.79	.79	-3.52	-.46	-.41	1.54	3.44
6	2	.21	.79	-5.58	-1.03	-.23	-2.04	3.98
6	3	.21	.21	-4.85	-.78	-.36	-3.77	.24
6	4	.79	.21	-3.60	-.08	-.43	1.65	.73
6	5	.50	.50	-4.37	-.57	-.38	-.26	-9.41

TABLA 6.4. Elementos mecánicos de la placa irregular analizada.

TABLA 6.5 Datos generales .

ANALISIS DE PLACAS POR EL METODO DEL ELEMENTO FINITO	
PROYECTO:	
DIRECCION:	
ESTRUCTURA:	
NOMBRE DE ARCHIVOS:	
FECHA:	REVISO:
OBSERVACIONES:	
D A T O S G E N E R A L E S	
NUMERO DE ELEMENTOS	
NUMERO DE NUDOS	
NUMERO DE NUDOS CARGADOS	
NUMERO DE MATERIALES	
ESPEJOR DE LA PLACA (Metros)	
ANGULO DE LAS CARGAS DE GRAVEDAD (Grados)	
FUERZAS DE CUERPOS (SI = 1 , NO = 2)	
# DE NUDOS RESTRINGIDOS EN "x" ó EN "y" ó EN "z"	
ELABORO: _____ HOJA ____ DE ____	

TABLA 6.11 Datos generales .

ANALISIS DE PLACAS POR EL METODO DEL ELEMENTO FINITO	
PROYECTO: <i>EJEMPLO DE APLICACION.</i>	
DIRECCION:	
ESTRUCTURA: <i>PLACA REGULAR.</i>	
NOMBRE DE ARCHIVOS: <i>EJEMPLO</i>	
FECHA: <i>5 DE NOVIEMBRE DE 1990</i> REVISO:	
OBSERVACIONES:	
D A T O S G E N E R A L E S	
NUMERO DE ELEMENTOS	6
NUMERO DE NUDOS	29
NUMERO DE NUDOS CARGADOS	9
NUMERO DE MATERIALES	1
ESPEJOR DE LA PLACA (Metros)	0.09
ANGULO DE LAS CARGAS DE GRAVEDAD (Grados)	0
FUERZAS DE CUERPOS (SI = 1 , NO = 2)	1
# DE NUDOS RESTRINGIDOS EN "x" ó EN "y" ó EN "z"	20
ELABORO:	
HOJA <u>1</u> DE <u>6</u>	

TABLA 6.12 Códigos de frontera en los nudos.

ANALISIS DE PLACAS POR EL METODO DEL ELEMENTO FINITO					
PROYECTO: <i>EJEMPLO DE APLICACION.</i>					
DIRECCION:					
ESTRUCTURA: <i>PLACA REGULAR.</i>					
NOMBRE DE ARCHIVOS: <i>EJEMPLO</i>					
FECHA: <i>5 DE NOVIEMBRE DE 1990</i>			REVISO:		
OBSERVACIONES:					
CODIGOS DE FRONTERA EN LOS NUDOS					
NDO	C.F. EN X	C.F. EN Y	C.F. EN Z	GENERAR	DIFERENCIA
1	1	1	1	5	1
8	1	1	1	2	8
9	1	1	1	2	8
13	1	1	1	2	8
14	1	1	1	1	8
26	1	1	1	2	1
ELABORO:				HOJA <u>2</u> DE <u>6</u>	

TABLA 6.13 Coordenadas en los nudos.

ANALISIS DE PLACAS POR EL METODO DEL ELEMENTO FINITO						
PROYECTO: <i>EJEMPLO DE APLICACION.</i>						
DIRECCION:						
ESTRUCTURA: <i>PLACA REGULAR.</i>						
NOMBRE DE ARCHIVOS: <i>EJEMPLO.</i>						
FECHA: <i>5 DE NOVIEMBRE DE 1990</i>				REVISO:		
OBSERVACIONES:						
COORDENADAS EN LOS NUDOS						
NUDO	COORDENADAS		GENERAR	DIFERENCIA EN		NUDO
	X	Y		X	Y	
1	6	4	4	0	-1	1
6	5	4	2	0	-2	1
9	4	4	4	0	-1	1
14	3	4	2	0	-2	1
17	2	4	4	0	-1	1
22	1	4	2	0	-2	1
25	0	4	4	0	-1	1
ELABORO:				HOJA <u>3</u> DE <u>6</u>		

TABLA 6.14 Numeración de los elementos.

ANALISIS DE PLACAS POR EL METODO
DEL ELEMENTO FINITO

PROYECTO: EJEMPLO DE APLICACION.

DIRECCION:

ESTRUCTURA: PLACA REGULAR.

NOMBRE DE ARCHIVOS: EJEMPLO.

FECHA: 5 DE NOVIEMBRE DE 1990 REVISO:

OBSERVACIONES:

NUMERACION DE LOS ELEMENTOS

ELE	NUDOS								MAT	GEN	DIFERENCIA EN								ELE
	I	J	K	L	M	N	O	P			I	J	K	L	M	N	O	P	
1	1	6	9	10	11	7	3	2	1	2	8	8	8	8	8	8	8	8	1
4	3	7	11	12	13	8	5	4	1	2	8	8	8	8	8	8	8	8	1

ELABORO:

HOJA 4 DE 6

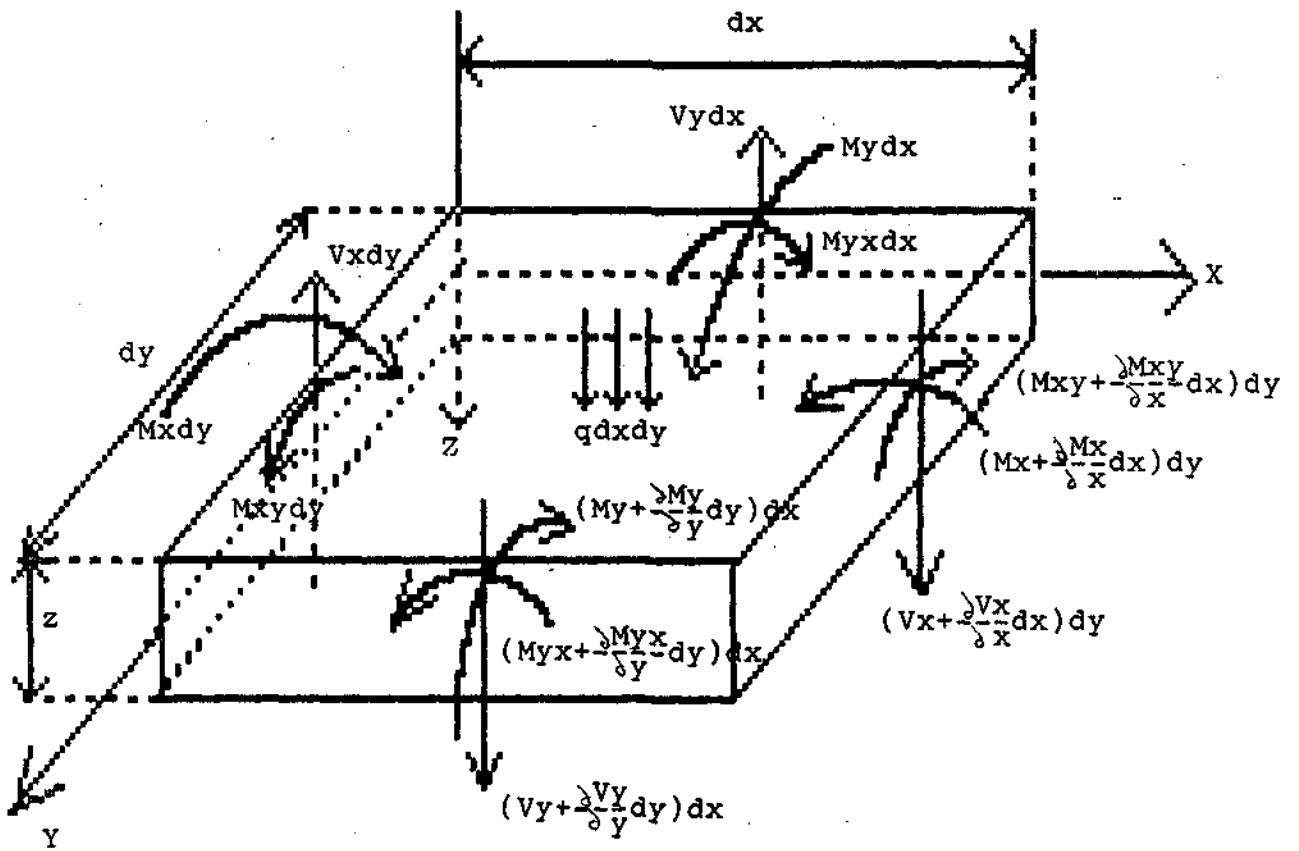


FIGURA 2.1. Variaciones de las fuerzas actuantes en un elemento placa.

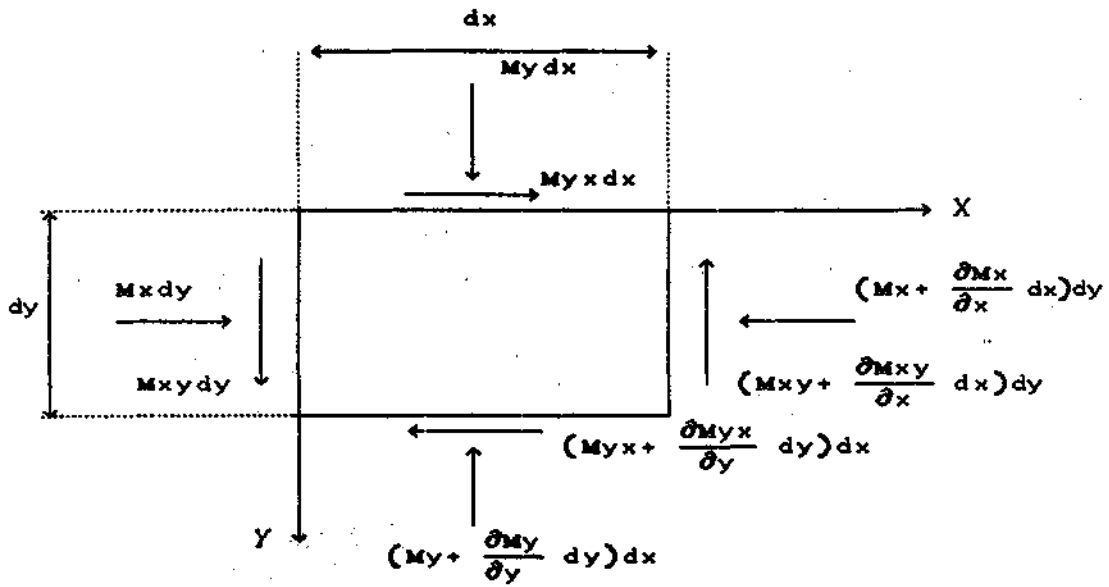
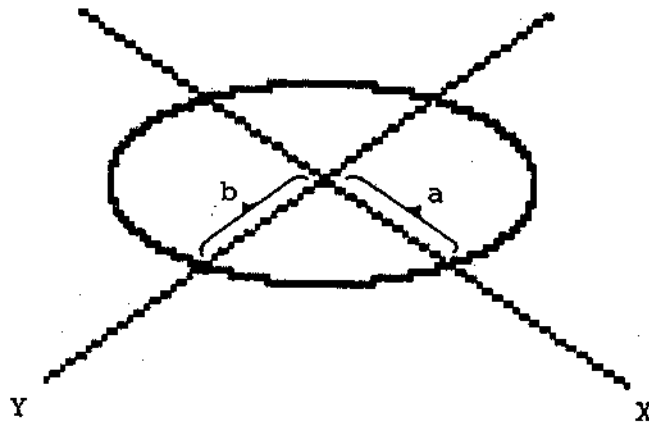


FIGURA 2.2. Representación vectorial de los momentos de flexión y torsión (vistos desde arriba).



$$\left[\frac{x}{a}\right]^2 + \left[\frac{y}{b}\right]^2 - 1 = 0$$

FIGURA 2.3. Dimensiones "a" y "b" de una placa en forma elíptica.

$$\begin{bmatrix}
 A_{11} & A_{12} & A_{13} & \dots & A_{1n} \\
 & A_{22} & A_{23} & \dots & A_{2n} \\
 & & A_{33} & \dots & A_{3n} \\
 & & & \dots & \\
 & & & & A_{nn}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 U_{12} & 1 & 0 & \dots & 0 \\
 U_{13} & U_{23} & 1 & \dots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 U_{1n} & U_{2n} & U_{3n} & \dots & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 D_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 0 & D_{22} & 0 & \dots & 0 \\
 0 & 0 & D_{33} & \dots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \dots & D_{nn}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 1 & U_{12} & U_{13} & \dots & U_{1n} \\
 0 & 1 & U_{23} & \dots & U_{2n} \\
 0 & 0 & 1 & \dots & U_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \dots & 1
 \end{bmatrix}$$

$$[A] = [U^T] [D] [U]$$

FIGURA 4.1. Fórmula de triangulación.

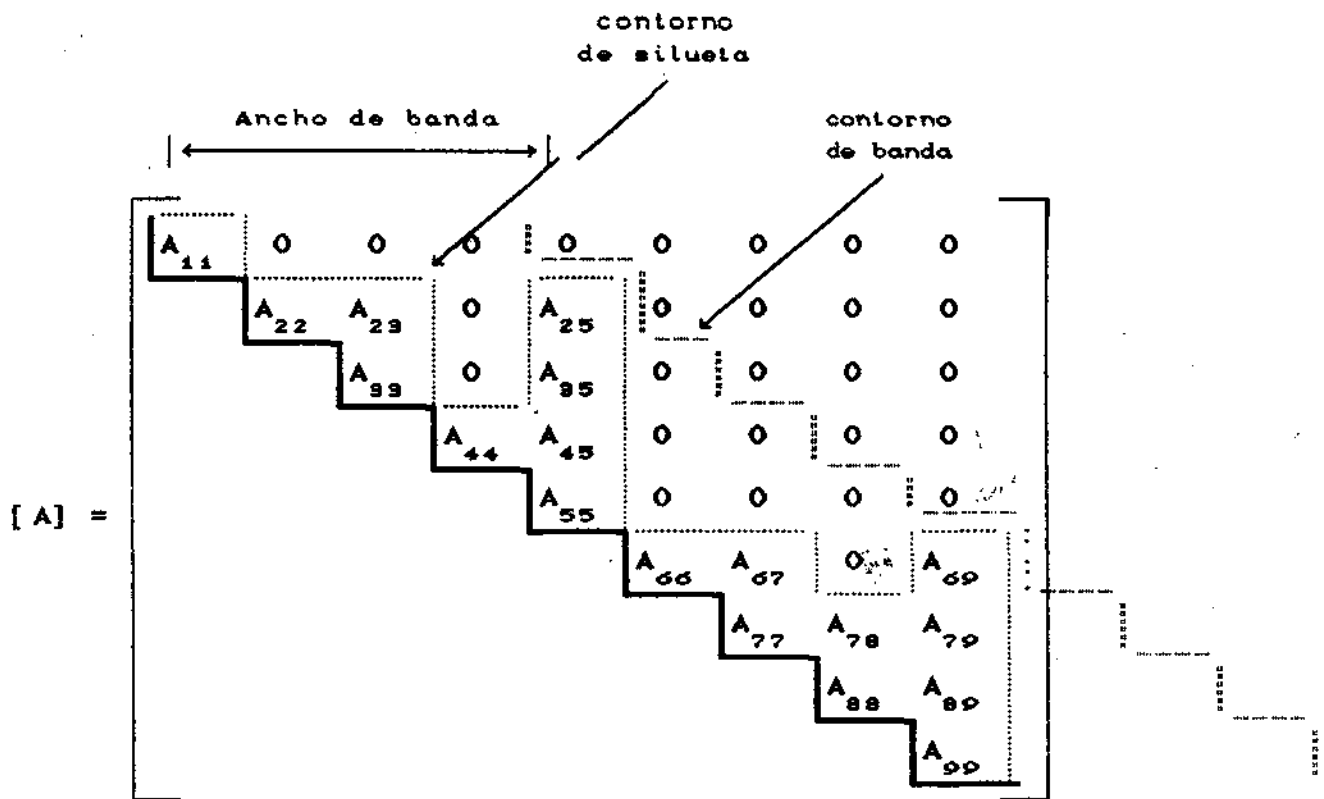


FIGURA 4.2. Arreglo cuadrado.

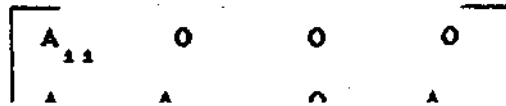


FIGURA 4.3. Arreglo rectangular (en banda).

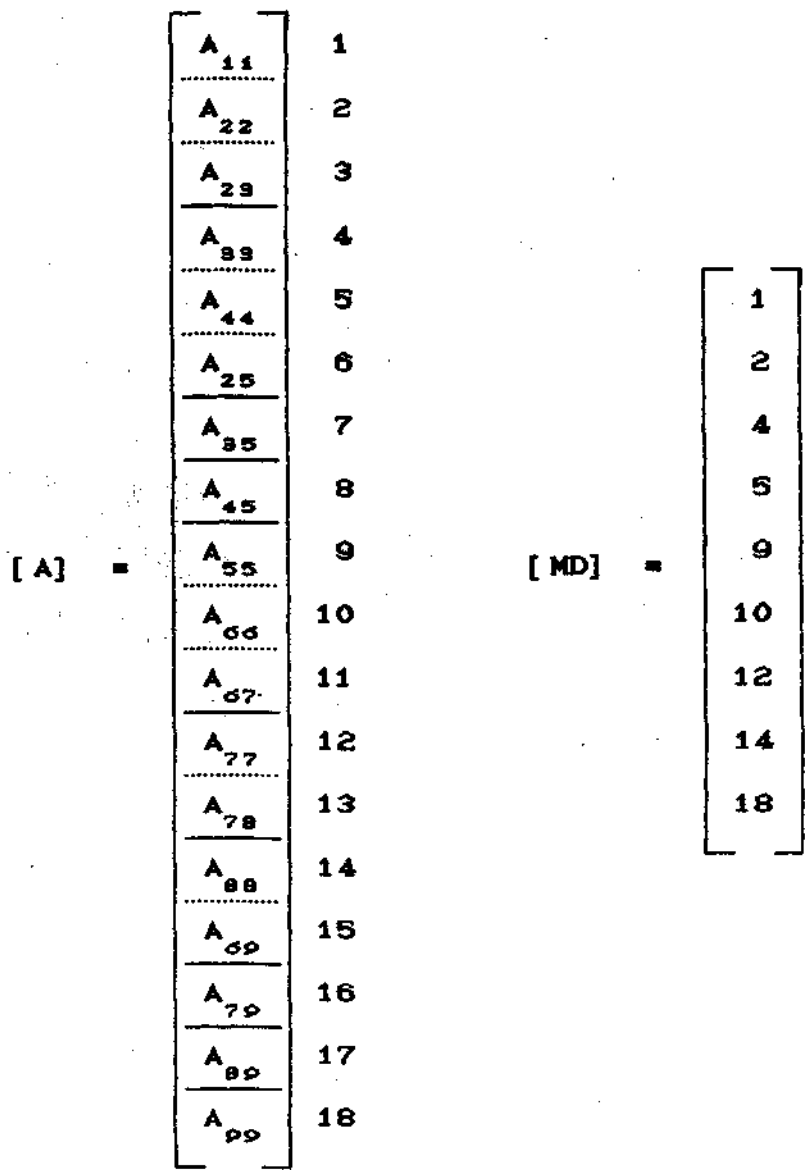


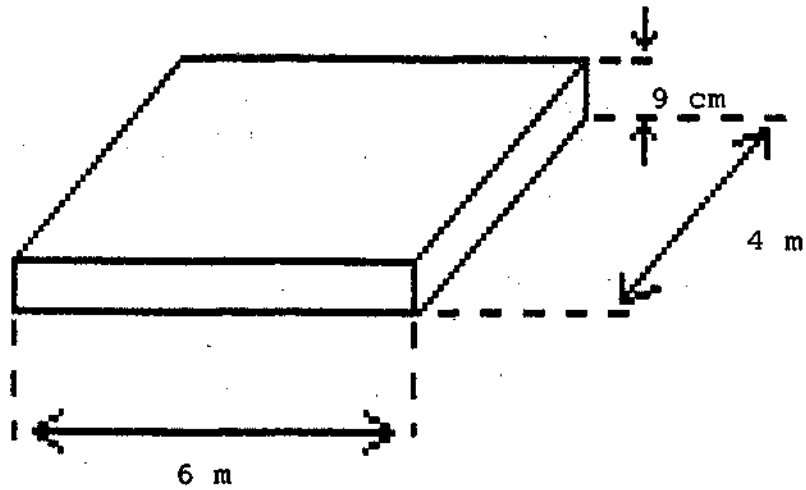
FIGURA 4.4. Arreglo unidimensional.

$$[D][U][x] = \begin{bmatrix}
 D_1 & D_1 U_2 & 0 & D_1 U_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & D_3 & D_3 U_4 & D_3 U_7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & D_5 & D_5 U_8 & 0 & D_5 U_{11} & 0 & 0 \\
 & & & D_9 & 0 & D_9 U_{12} & 0 & 0 \\
 & & & & D_{10} & D_{10} U_{13} & 0 & D_{10} U_{17} \\
 & & & & & D_{14} & D_{12} U_{15} & D_{14} U_{18} \\
 & & & & & & D_{16} & D_{16} U_{19} \\
 & & & & & & & D_{20}
 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \end{bmatrix}$$

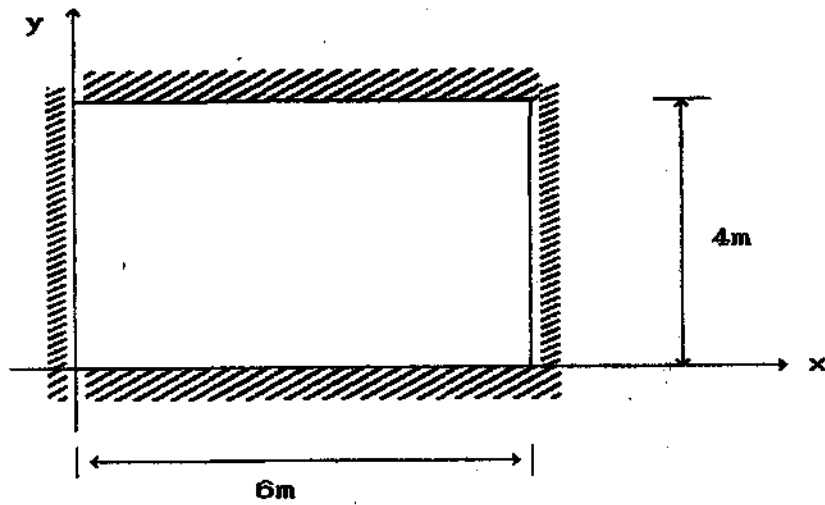
FIGURA 4.5. Sustitución hacia atrás en forma matricial.

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{y_1}{D_1} - 0 - 0 - 0 - 0 - 0 - U_6 x_4 - 0 - U_2 x_2 \\
 x_2 &= \frac{y_2}{D_3} - 0 - 0 - 0 - 0 - 0 - U_7 x_4 - U_4 x_3 \\
 x_3 &= \frac{y_3}{D_5} - 0 - 0 - U_{11} x_6 - 0 - U_9 x_4 \\
 x_4 &= \frac{y_4}{D_9} - 0 - 0 - U_{12} x_6 - 0 \\
 x_5 &= \frac{y_5}{D_{10}} - U_{17} x_8 - 0 - U_{19} x_6 \\
 x_6 &= \frac{y_6}{D_{14}} - U_{18} x_8 - U_{15} x_7 \\
 x_7 &= \frac{y_7}{D_{16}} - U_{19} x_8 \\
 x_8 &= \frac{y_8}{D_{20}}
 \end{aligned}$$

FIGURA 4.6. Sustitución hacia atrás desarrollada.



A) *Isométrico de la placa regular analizada.*



B) *Vista en planta de la placa analizada que muestra el empotramiento en sus 4 lados.*

FIGURA 6.1. *Placa regular analizada.*

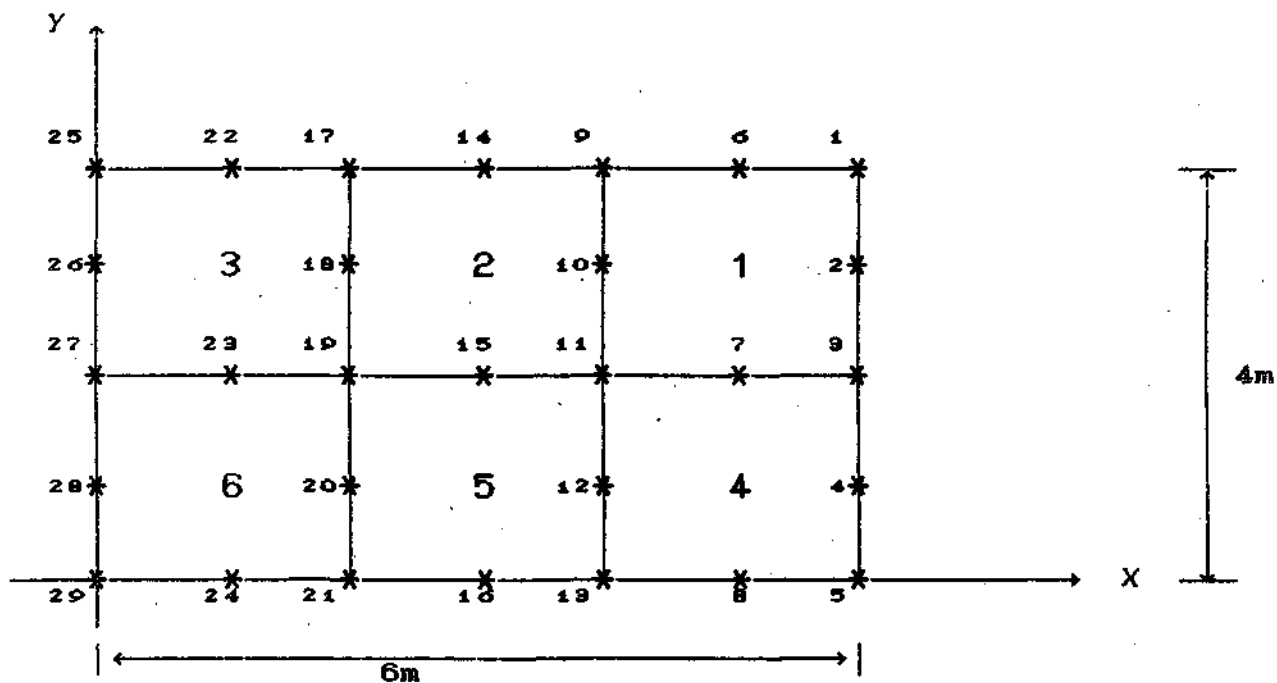


FIGURA 6.2.A. Malla de elementos finitos de la placa regular analizada.

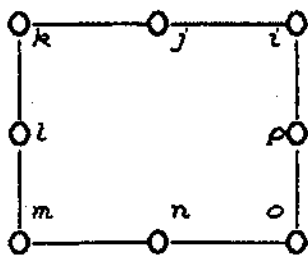


FIGURA 6.2.B. Elemento cuadrilátero cuadrático utilizado, perteneciente a la familia Serendipity.

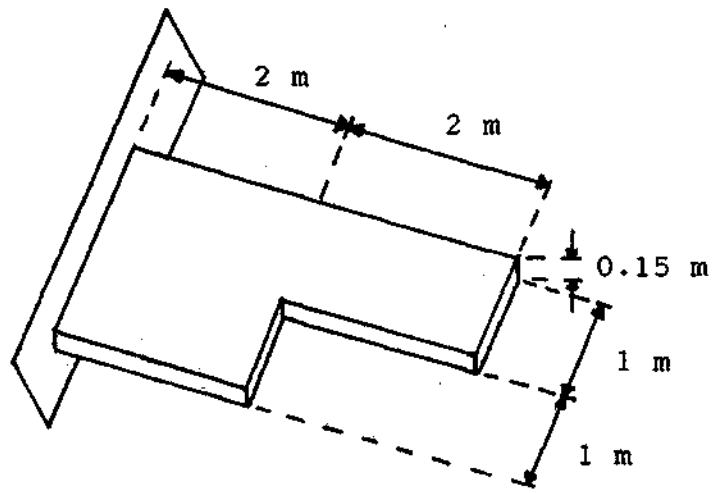


FIGURA 6.3. Isométrico de la placa irregular analizada.

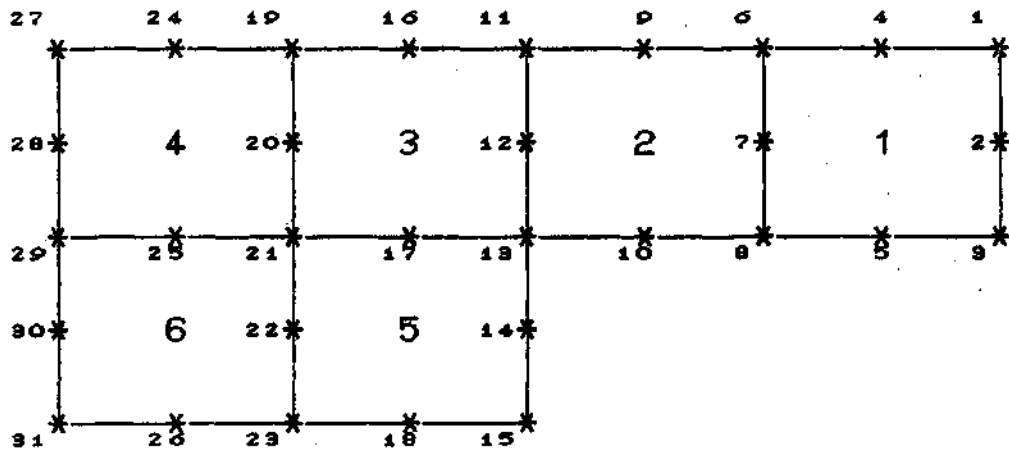
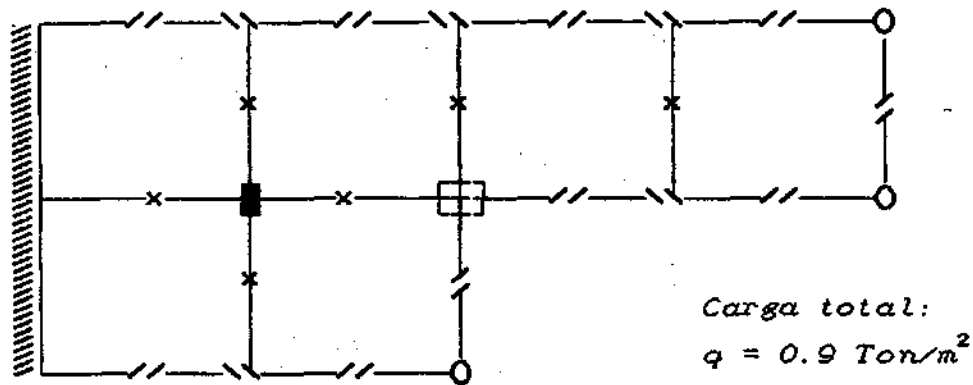


FIGURA 6.4. Malla de elementos finitos de la placa irregular analizada.



Cargas	Nudos
+0.8471	x
+0.4235	//
-0.2118	\\
-0.1059	o
-0.4235	■
-0.3177	⊕

FIGURA 6.5. Cargas aplicadas en cada nudo de la placa irregular analizada.

APENDICE A. LISTADO DEL PROGRAMA DE COMPUTADORA.

```

*PREPROCESADOR (PLACAS POR MEF)
CLS
CALL PORTADA
CALL DATINI(NEL,NNU,NNUC,NMAT,ESPE,ALFA,IMPESO,NREST)
DIM CX(NNU),CY(NNU),NELE(NEL,9),FX(NNU),FY(NNU),FZ(NNU)
DIM ME(NMAT),P(NMAT),PV(NMAT),CF(3,NNU)
DIM CAR(4,NNUC),ELEN(9,NEL),CONFO(4,NREST),XMAT(3,NMAT)
CALL CODFRON(NNU,CF())
CALL COORD(NNU,CX(),CY())
CALL IJKOP(NEL,NELE())
CALL MATERI(NMAT,ME(),P(),PV())
CALL CARGNU(NNU,NNUC,FX(),FY(),FZ())
CLS
11 LOCATE 10,54:PRINT " "
LOCATE 10,10:INPUT "NOMBRE DEL ARCHIVO (DE 7 LETRAS EXACTAMENTE): ",ARC$
IF LEN(ARC$)>7 THEN 11
IF LEN(ARC$)<7 THEN 11
21 LOCATE 15,53:PRINT " "
LOCATE 15,13:INPUT "DRIVE PARA GUARDAR ARCHIVOS (A B o C): ",DR$
IF LEN(DR$)>1 THEN 21
IF LEN(DR$)<1 THEN 21
IF DR$="A" THEN 12
IF DR$="B" THEN 12
IF DR$="C" THEN 12
GOTO 21
12 A$=DR$+STRING$(1,58)+ARC$
B$=A$+STRING$(1,49)
OPEN B$ FOR OUTPUT AS #1
PRINT #1,USING"###.##";NEL
PRINT #1,USING"###.##";NNU
PRINT #1,USING"###.##";NNUC
PRINT #1,USING"###.##";NMAT
PRINT #1,USING"###.##";IMPESO
PRINT #1,USING"###.##";NREST
PRINT #1,USING"###.###";ESPE
PRINT #1,USING"###.###";ALFA
CLOSE #1
C$=A$+STRING$(1,50)
OPEN C$ FOR OUTPUT AS #2
FOR I=1 TO NNU
PRINT #2,USING"#####.##";CX(I)
NEXT I
FOR I=1 TO NNU
PRINT #2,USING"#####.##";CY(I)
NEXT I
FOR I=1 TO NMAT
XMAT(1,I)=ME(I)
PRINT #2,USING"#####.###";XMAT(1,I)
XMAT(2,I)=P(I)
PRINT #2,USING"#####.###";XMAT(2,I)
XMAT(3,I)=PV(I)

```

```

PRINT #2,USING"#####.###";XMAT(3,I)
NEXT I
FOR I=1 TO NEL
FOR J=1 TO 9
ELEM(J,I)=NELE(I,J)
NEXT J
NEXT I
FOR I=1 TO NEL
PRINT #2,USING"###.#";ELEM(1,I)
PRINT #2,USING"###.#";ELEM(2,I)
PRINT #2,USING"###.#";ELEM(3,I)
PRINT #2,USING"###.#";ELEM(4,I)
PRINT #2,USING"###.#";ELEM(5,I)
PRINT #2,USING"###.#";ELEM(6,I)
PRINT #2,USING"###.#";ELEM(7,I)
PRINT #2,USING"###.#";ELEM(8,I)
PRINT #2,USING"###.#";ELEM(9,I)
NEXT I
SWE=1
FOR I=1 TO NNU
XF=CF(1,I)
YF=CF(2,I)
ZF=CF(3,I)
IF XF=0 AND YF=0 AND ZF=0 THEN 22
CONF0(1,SWE)=I
CONF0(2,SWE)=CF(1,I)
CONF0(3,SWE)=CF(2,I)
CONF0(4,SWE)=CF(3,I)
SWE=SWE+1
22 NEXT I
FOR I=1 TO NREST
PRINT #2,USING"###.#";CONF0(1,I)
PRINT #2,USING"###.#";CONF0(2,I)
PRINT #2,USING"###.#";CONF0(3,I)
PRINT #2,USING"###.#";CONF0(4,I)
NEXT I
CLOSE #2
D$=A$+STRING$(1,51)
OPEN D$ FOR OUTPUT AS #3
WS=1
FOR I=1 TO NNU
XF2=FX(I)
YF2=FY(I)
ZF2=FZ(I)
IF XF2=0 AND YF2=0 AND ZF2=0 THEN 24
CAR(1,WS)=I
CAR(2,WS)=FX(I)
CAR(3,WS)=FY(I)
CAR(4,WS)=FZ(I)
WS=WS+1
24 NEXT I
FOR I=1 TO NNUC
PRINT #3,USING"-####.##";CAR(1,I)
PRINT #3,USING"-####.##";CAR(2,I)
PRINT #3,USING"-####.##";CAR(3,I)

```

```

PRINT #3,USING"#####.##";CAR(4,I)
NEXT I
CLOSE #3
E$=A$+STRING$(1,57)
OPEN E$ FOR OUTPUT AS #9
PRINT #9,"  ANALISIS DE PLACAS POR EL ELEMENTO FINITO"
PRINT #9,"":PRINT #9,"":PRINT #9,"":PRINT #9,""
PRINT #9,"  DATOS DE LA PLACA DEL ARCHIVO : ";ARC$;" "
PRINT #9,"":PRINT #9,"":PRINT #9,""
PRINT #9,"NUMERO DE ELEMENTOS .....";
PRINT #9,USING"#####";NEL
PRINT #9,"NUMERO DE NUDOS .....";
PRINT #9,USING"#####";NNU
PRINT #9,"NUMERO DE NUDOS CARGADOS .....";
PRINT #9,USING"#####";NNUC
PRINT #9,"NUMERO DE NUDOS RESTRINGIDOS .....";
PRINT #9,USING"#####";NREST
PRINT #9,"ESPESOR DE LA PLACA (Metros) .....";
PRINT #9,USING#.###";ESPE
PRINT #9,"NUMERO DE MATERIALES .....";
PRINT #9,USING"#####";MMAT
PRINT #9,"ANGULO DE LAS CARGAS DE GRAVEDAD (grados)  "
PRINT #9,"a partir del eje +X y hacia arriba .....";
PRINT #9,USING###.#";ALFA
PRINT #9,"FUERZAS DE CUERPO ( SI = 1 , NO = 2 ) .....";
PRINT #9,USING"#####";INPESO
PRINT #9,"":PRINT #9,""
PRINT #9,"COORDENADAS (Metros) Y CODIGOS FRONTERA DE LOS NUDOS"
PRINT #9,"NUDO No.      X      Y      CF X  CF Y  CF Z"
FOR I=1 TO NNU
PRINT #9,USING "#####";I;
PRINT #9,"      ";
PRINT #9,USING "#####.##";CX(I);
PRINT #9,"      ";
PRINT #9,USING "#####.##";CY(I);
PRINT #9,"      ";
PRINT #9,USING "#";CF(1,I);
PRINT #9,"      ";
PRINT #9,USING "#";CF(2,I);
PRINT #9,"      ";
PRINT #9,USING "#";CF(3,I)
NEXT I
PRINT #9,"":PRINT #9,""
PRINT #9,"  NUMERACION DE LOS ELEMENTOS DE LA PLACA"
PRINT #9,"No. ELEM I  J  K  L  M  N  O  P  MAT."
FOR I=1 TO NEL
PRINT #9,USING"#####";I;
PRINT #9,"      ";
PRINT #9,USING"###";ELEM(1,I);
PRINT #9,"      ";
PRINT #9,USING"###";ELEM(2,I);
PRINT #9,"      ";
PRINT #9,USING"###";ELEM(3,I);
PRINT #9,"      ";
PRINT #9,USING"###";ELEM(4,I);

```

```

PRINT #9, " ";
PRINT #9,USING"###";ELEM(5,1);
PRINT #9, " ";
PRINT #9,USING"###";ELEM(6,1);
PRINT #9, " ";
PRINT #9,USING"###";ELEM(7,1);
PRINT #9, " ";
PRINT #9,USING"###";ELEM(8,1);
PRINT #9, " ";
PRINT #9,USING"###";ELEM(9,1)
NEXT I
PRINT #9,"":PRINT #9,""
PRINT #9,"          MATERIALES"
PRINT #9,"MATERIAL  MODULO DE COEFICIENTE  PESO"
PRINT #9,"  No.    ELASTICIDAD  DE POISSON  VOLUMETRICO"
PRINT #9,"          (ton/m2)    (adim)    (ton/m3)"
FOR I=1 TO NMAT
PRINT #9, " ";
PRINT #9,USING"##";I;
PRINT #9, " ";
PRINT #9,USING"#####.##";XMAT(1,I);
PRINT #9, " ";
PRINT #9,USING"#.##";XMAT(2,I);
PRINT #9, " ";
PRINT #9,USING"#.##";XMAT(3,I)
NEXT I
PRINT #9,"":PRINT #9,""
PRINT #9," FUERZAS EXTERNAS CONCENTRADAS EN LOS NUDOS"
PRINT #9,"No. NUDO    FX    FY    FZ"
FOR I=1 TO NNJC
PRINT #9,USING"###";CAR(1,I);
PRINT #9, " ";
PRINT #9,USING"###.##";CAR(2,I);
PRINT #9, " ";
PRINT #9,USING"###.##";CAR(3,I);
PRINT #9, " ";
PRINT #9,USING"###.##";CAR(4,I)
NEXT I
CLOSE #9
$INCLUDE "PORTADA.BAS"
$INCLUDE "DATINI.BAS"
$INCLUDE "COFRO.BAS"
$INCLUDE "XY.BAS"
$INCLUDE "I-P.BAS"
$INCLUDE "MATE.BAS"
$INCLUDE "CARGAS.BAS"
CLS:LOCATE 13,22:PRINT "FIN DEL PREPROCESADOR"
LOCATE 14,22:PRINT "          "
END

```

```

SUB PORTADA .
A$=STRING$(1,201)+STRING$(78,205)+STRING$(1,187)
LOCATE 1,1:PRINT A$
B$=STRING$(1,186)+STRING$(78,321)+STRING$(1,186)
FOR I=2 TO 21
LOCATE I,1:PRINT B$
NEXT I
C$=STRING$(1,200)+STRING$(78,205)+STRING$(1,188)
LOCATE 22,1:PRINT C$
A1$=STRING$(1,218)+STRING$(1,196)+STRING$(1,191)
A2$=STRING$(1,218)+STRING$(9,196)+STRING$(1,191)
A3$=STRING$(1,179)+STRING$(1,321)+STRING$(1,179)
A4$=STRING$(1,192)+STRING$(9,196)+STRING$(1,217)
A5$=STRING$(1,179)+STRING$(9,321)+STRING$(1,179)
B2$=STRING$(1,218)+STRING$(7,196)+STRING$(1,191)
B4$=STRING$(1,192)+STRING$(7,196)+STRING$(1,217)
B1$=STRING$(1,192)+STRING$(1,196)+STRING$(1,217)
C2$=STRING$(1,218)+STRING$(5,196)+STRING$(1,191)
C3$=STRING$(1,192)+STRING$(5,196)+STRING$(1,217)
E$=STRING$(1,32)
LOCATE 2,4:PRINT A1$+E$+A1$+E$+A1$+E$+A2$
LOCATE 3,4:PRINT A3$+E$+A3$+E$+A3$+E$+A4$
LOCATE 4,4:PRINT A3$+E$+A3$+E$+A3$
LOCATE 5,4:PRINT A3$+E$+A3$+E$+A3$+E$+E$+B2$
LOCATE 6,4:PRINT A3$+E$+A3$+E$+B1$+E$+E$+B4$
LOCATE 7,4:PRINT A3$+E$+B1$
LOCATE 8,4:PRINT A3$+E$+E$+E$+E$+E$+E$+E$+E$+E$+E$+E$+C2$
LOCATE 9,4:PRINT B1$+E$+E$+E$+E$+E$+E$+E$+E$+E$+E$+E$+E$+C3$
NONPRO$=" ANALISIS DE PLACAS "
NONP$="POR EL METODO DEL ELEMENTO FINITO"
AUTOR$=" ING. RICARDO DIAZ SEDANE "
VER$="VERSION 1.0"
FECHA$="PUERBLA, AGOSTO DE 1990"
A1=LEN(NONPRO$)
A2=LEN(NONP$)
A3=LEN(AUTOR$)
A4=LEN(VER$)
A5=LEN(FECHA$)
B1=INT((80-A1)/2)
B2=INT((80-A2)/2)
B3=INT((80-A3)/2)
B4=INT((80-A4)/2)
B5=INT((80-A5)/2)
?COLOR 0,7
LOCATE 12,B1:PRINT NONPRO$
LOCATE 13,B2:PRINT NONP$
?COLOR 7,0
DELAY 3
LOCATE 12,B1:PRINT SPACE$(A1)
LOCATE 13,B2:PRINT SPACE$(A2)
LOCATE 15,B3:PRINT AUTOR$
LOCATE 17,B4:PRINT VER$
LOCATE 18,B5:PRINT FECHA$
DELAY 3
END SUB

```

```
SUB DATINI(EI,NI,NC,M1,ESPE,ALFA,IMPESO,NRT)
'SUBROUTINA DE DATOS GENERALES ("GENERAL")
```

```
91 CLS
LOCATE 6,15:PRINT"DATOS DE LA ESTRUCTURA"
LOCATE 10,15:PRINT "1. NUMERO DE ELEMENTOS....."
LOCATE 11,15:PRINT "2. NUMERO DE NUDOS....."
LOCATE 12,15:PRINT "3. NUMERO DE NUDOS CARGADOS....."
LOCATE 13,15:PRINT "4. NUMERO DE MATERIALES....."
LOCATE 14,15:PRINT "5. ESPESOR DE LA PLACA (metros)....."
LOCATE 15,15:PRINT "6. ANGULO DE LAS CARGAS DE GRAVEDAD (grados) "
LOCATE 16,15:PRINT " a partir del eje +X y hacia arriba....."
LOCATE 17,15:PRINT "7. FUERZAS DE CUERPO ( SI = 1, NO = 2 )....."
LOCATE 18,15:PRINT "8. # DE NUDOS CON RESTRICCION EN X o EN Y o EN Z."
BRU=0
81 LOCATE 10,68:PRINT " ":LOCATE 10,68:INPUT "",EI:IF BRUK>0 THEN 92
82 LOCATE 11,68:PRINT " ":LOCATE 11,68:INPUT "",N1:IF BRUK>0 THEN 92
83 LOCATE 12,68:PRINT " ":LOCATE 12,68:INPUT "",NC:IF BRUK>0 THEN 92
84 LOCATE 13,68:PRINT " ":LOCATE 13,68:INPUT "",M1:IF BRUK>0 THEN 92
85 LOCATE 14,68:PRINT " ":LOCATE 14,68:INPUT "",ESPE:IF BRUK>0 THEN 92
86 LOCATE 16,68:PRINT " ":LOCATE 16,68:INPUT "",ALFA:IF BRUK>0 THEN 92
87 LOCATE 17,68:PRINT " ":LOCATE 17,68:INPUT "",IMPESO:IF BRUK>0 THEN 92
88 LOCATE 18,68:PRINT " ":LOCATE 18,68:INPUT "",NRT:IF BRUK>0 THEN 92
92 LOCATE 22,47:PRINT " ":LOCATE 22,27:INPUT "DESEA CORREGIR (S/N) ",XX%
IF XX%="S" OR XX%="s" OR XX%="n" OR XX%="N" THEN 93 ELSE 92
93 IF XX%="N" OR XX%="n" THEN 94
98 LOCATE 23,54:PRINT " "
LOCATE 23,27:INPUT "CUAL DATO DESEA CORREGIR ",BRU
IF BRUK1 OR BRU>8 THEN 98
ON BRU GOTO 81,82,83,84,85,86,87,88
94 END SUB
```

```

SUB CODFRON(N,CF(2))
'SUBROUTINA PARA DAR LOS CODIGOS FRONTERA DE LOS NUDDOS
'CONTEMPLA DOS DESPLAZAMIENTOS LINEALES Y UNO ANGULAR (CODRO.BAS)
H=0
FOR I=1 TO 3
FOR J=1 TO N
CF(I,J)=0
NEXT J
NEXT I
CLS
LOCATE 2,27:PRINT"CODIGOS FRONTERA DE LOS NUDDOS"
LOCATE 4,27:PRINT" LIBRE = 0  RESTRINGIDO = 1"
LOCATE 6,8:PRINT"UNICAMENTE DA LOS NUDDOS QUE TENGAN ALGUN DESPLAZAMIENTO RESTRINGIDO"
LOCATE 7,8:PRINT"LOS QUE SE OMITAN ESTARAN LIBRES. PARA TERMINAR LA ENTRADA DE DATOS"
LOCATE 8,23:PRINT"TECLEA 0 (CERO) EN EL NUMERO DEL NUDDO"
LOCATE 25,8:PRINT"PARA CORREGIR TECLEA EN OTRO RENGLON NUEVAMENTE LOS DATOS DEL NUDDO"
B$=SPACE$(80)
LOCATE 9,1
FOR L = 1 TO 80
PRINT"-";
NEXT L
LOCATE 11,8:PRINT"# NUDDO"
LOCATE 11,19:PRINT"C. F. en X"
LOCATE 11,34:PRINT"C. F. en Y"
LOCATE 11,49:PRINT"C. F. EN Z"
LOCATE 11,64:PRINT"GENERAR"
LOCATE 11,72:PRINT"DIF"
301 LOCATE 12+H,10:INPUT "",U
IF U=0 THEN 310
302 LOCATE 12+H,24:PRINT" ":LOCATE 12+H,24:INPUT "",X
IF X=0 OR X=1 THEN 303 ELSE 302
303 LOCATE 12+H,39:PRINT" ":LOCATE 12+H,39:INPUT "",Y
IF Y=0 OR Y=1 THEN 304 ELSE 303
304 LOCATE 12+H,54:PRINT" ":LOCATE 12+H,54:INPUT "",Z
IF Z=0 OR Z=1 THEN 331 ELSE 304
331 LOCATE 12+H,67:INPUT "",G
IF G=0 THEN 307
IF G>N THEN 331
306 LOCATE 12+H,73:INPUT "",D
ACU=U
FOR L=1 TO 6
ACU=ACU+D
CF(1,ACU)=X
CF(2,ACU)=Y
CF(3,ACU)=Z
NEXT L
307 CF(1,U)=X
CF(2,U)=Y
CF(3,U)=Z
308 H=H+1
IF H=10 THEN 309
GOTO 301
309 FOR K=1 TO 10
LOCATE 10+K,10:PRINT B$
NEXT K

```

```

H=0
GOTO 301
310 CLS
LOCATE 2,27:PRINT"CODIGOS FRONTERA DE LOS NUDOS"
LOCATE 4,1
FOR L = 1 TO 80
PRINT "-";
NEXT L
LOCATE 6,8:PRINT"# NUDO"
LOCATE 6,25:PRINT"C. F. en X"
LOCATE 6,45:PRINT"C. F. en Y"
LOCATE 6,65:PRINT"C. F. en Z"
H=0
FOR I=1 TO N
LOCATE 8+H,9:PRINT I
LOCATE 8+H,29:PRINT CF(1,I)
LOCATE 8+H,49:PRINT CF(2,I)
LOCATE 8+H,69:PRINT CF(3,I)
H=H+1
IF H=10 OR I=N THEN 311 ELSE 317
311 H=0
312 LOCATE 20,52:PRINT" "
LOCATE 20,28:INPUT"DESEA CORREGIR (S/N) ",I$
IF I$="S" OR I$="s" OR I$="N" OR I$="n" THEN 314 ELSE 312
314 IF I$="N" OR I$="n" THEN 316
LOCATE 20,1:PRINT B$
333 LOCATE 20,25:PRINT "QUE NUMERO DE NUDO DESEA CORREGIR ";:INPUT",NUM$
NUME=VAL(NUM$)
IF NUME>N THEN 333
NU$=RIGHT$(NUM$,1)
H=VAL(NU$)
IF H=0 THEN H=10
LOCATE 7+H,1:PRINT B$
LOCATE 7+H,9:PRINT NUME
LOCATE 7+H,30:INPUT "",CF(1,NUME)
LOCATE 7+H,50:INPUT "",CF(2,NUME)
LOCATE 7+H,70:INPUT "",CF(3,NUME)
LOCATE 20,1:PRINT B$
GOTO 311
316 IF I=N THEN 318
FOR J=1 TO 10
LOCATE 7+J,1:PRINT B$
NEXT J
317 NEXT I
318 END SUB

```

```

SUB COORD(N1,X(1),Y(1))
*SUBROUTINA QUE PIDE LAS COORDENADAS DE LOS NUDOS (XY.BAS)
DIM V(N1)
CLS
LOCATE 8,15:PRINT"COORDENADAS DE LOS NUDOS:"
LOCATE 14,23:PRINT"CUANTOS NUDOS NO PUEDEN GENERAR"
LOCATE 15,23:INPUT"COORDENADAS DE OTROS NUDOS ==> ",N11
IF N11 = 0 THEN 715 ELSE 705
705 GOSUB 1200
    IF N1 = N11 THEN 1400
715 GOSUB 745
    GOTO 1400
745 GOSUB 755
    GOSUB 770
    IF MUC = 0 THEN 746
    H = 1
    GOSUB 800
746 RETURN
755 CLS
    LOCATE 1,10
    PRINT"GENERACION DE COORDENADAS (mts) : "
    FOR L = 1 TO 80
    PRINT "-";
    NEXT L
    RETURN
765 LOCATE 3,27:PRINT" COORDENADAS "
    LOCATE 4,8:PRINT"Renglon"
    LOCATE 4,18:PRINT"NUDO";
    PRINT TAB(28);"X";TAB(37);"Y";TAB(43);"GEN"
    RETURN
770 FOR H = 1 TO N1-N11
    IF MUC = 0 THEN GOSUB 765
    GOSUB 780
    MUC = MUC + 1
    IF MUC = 10 THEN GOSUB 790
    NEXT H
    RETURN
780 LOCATE 6+MUC,10:PRINT MUC+1;"-."
775 LOCATE 6+MUC,20:INPUT "",I
    LOCATE 6+MUC,18:PRINT USING"###";I
    LOCATE 6+MUC,21:PRINT " "
    IF I = 0 OR I > N1 THEN 775
    IF R = 0 THEN 778
    IF V(I) > 0 THEN 778
    T = T + 1
778 V(I) = I
    LOCATE 6+MUC,28:INPUT "",X(I)
    LOCATE 6+MUC,23:PRINT USING"-###.##";X(I)
    LOCATE 6+MUC,31:PRINT " "
    LOCATE 6+MUC,37:INPUT "",Y(I)
    LOCATE 6+MUC,32:PRINT USING"-###.##";Y(I)
    LOCATE 6+MUC,40:PRINT " "
783 LOCATE 6+MUC,44:INPUT "",GE
    LOCATE 20,15:PRINT"
    IF GE > 0 THEN 785

```

```

IF GE < 0 THEN 783
RETURN
785 IF R = 0 THEN H=H+GE
IF H <= N1-N11 THEN 786
LOCATE 20,15:PRINT "DATO MAYOR QUE NUMERO DE COORDENADAS"
IF R = 0 THEN H=H-GE
GOTO 783
786 LOCATE 3,52:PRINT "=== DIFERENCIA EN ==="
LOCATE 4,57:PRINT "X"
LOCATE 4,66:PRINT "Y"
LOCATE 4,73:PRINT "NUDD"
LOCATE 6+MUC,57:INPUT "",02
LOCATE 6+MUC,52:PRINT USING"###.##";02
LOCATE 6+MUC,60:PRINT " "
LOCATE 6+MUC,66:INPUT "",03
LOCATE 6+MUC,61:PRINT USING"###.##";03
795 LOCATE 6+MUC,69:PRINT " "
LOCATE 6+MUC,75:INPUT "",DEL
IF DEL = 0 THEN 795
LOCATE 6+MUC,73:PRINT USING"###";DEL
LOCATE 6+MUC,76:PRINT " "
JHH = DEL*10
IF JHH < 10 THEN 795
FOR F6 = DEL TO 66:DEL STEP DEL
IF R = 0 THEN 796
IF V(I+F6) > 0 THEN 796
T = T +1
796 V(I+F6) = I+F6
X(I+F6) = X(I) + 02*F6
Y(I+F6) = Y(I) + 03*F6
NEXT F6
RETURN
790 R = 1
GOSUB 800
MUC = 0
H = H + T
IF H < N1-N11 THEN GOSUB 755
R = 0
T = 0
RETURN
800 LOCATE 20,25:PRINT"DESEA CORREGIR (S/N) "
LOCATE 20,49:PRINT" ";LOCATE 22,58:PRINT" "
LOCATE 20,49:INPUT "",W$
IF W$ = "N" OR W$ = "n" THEN GOSUB 850 ELSE 825
RETURN
825 IF W$ = "S" OR W$ = "s" THEN 810 ELSE 800
810 LOCATE 22,20:PRINT "TECLEA EL NUMERO DE RENGLON (1-10) "
LOCATE 22,58:PRINT " "
LOCATE 22,58:INPUT "",N
IF N < 1 OR N > 10 THEN 810
MUC = N-1
GOSUB 830
GOSUB 850
GOSUB 780
GOTO 800

```

```

830 LOCATE 6+MUC,9
FOR L = 1 TO 71
PRINT " ";
NEXT L
RETURN
850 FOR PLA = 1 TO 6
LOCATE 19+PLA,20
FOR L = 1 TO 40
PRINT " ";
NEXT L
NEXT PLA
RETURN
1200 GOSUB 1210
GOSUB 1205
RETURN
1210 CLS
LOCATE 1,12
PRINT"COORDENADAS SIN GENERACION (Ton) "
LOCATE 2,1
FOR L = 1 TO 80
PRINT " ";
NEXT L
RETURN
1215 LOCATE 3,21+MU1:PRINT " COORDENADAS "
LOCATE 4,3+MU1:PRINT "Renglon"
LOCATE 4,12+MU1:PRINT "NUDO";
PRINT TAB(MU1+22);"X";TAB(MU1+31);"Y"
RETURN
1205 FOR H = 1 TO N11
IF N11 < 10 OR N11 = 10 THEN MU1=23
IF MUS = 0 THEN GOSUB 1215
S = S+1
GOSUB 1230
MUS = MUS+1
IF S = 10 THEN GOSUB 1250
IF S = 20 THEN GOSUB 1270
IF H = N11 AND MUS > 0 THEN GOSUB 1300
NEXT H
MUS = 0
MU1 = 0
S = 0
RETURN
1230 LOCATE 6+MUS,4+MU1:PRINT MUS+1;"-";
1235 LOCATE 6+MUS,14+MU1:INPUT " ";I
LOCATE 6+MUS,12+MU1:PRINT USING"###";I
LOCATE 6+MUS,15+MU1:PRINT " "
IF I = 0 THEN 1235
LOCATE 6+MUS,22+MU1:INPUT " ";X(I)
LOCATE 6+MUS,17+MU1:PRINT USING"-###.##";X(I)
LOCATE 6+MUS,25+MU1:PRINT " "
LOCATE 6+MUS,31+MU1:INPUT " ";Y(I)
LOCATE 6+MUS,26+MU1:PRINT USING"-###.##";Y(I)
LOCATE 6+MUS,34+MU1:PRINT " "
RETURN
1250 GOSUB 1300

```

```

MUS = 0
MU1 = 40
RETURN
1270 GOSUB 1300
MUS = 0
MU1 = 0
S = 0
IF H < N11 THEN GOSUB 1210
RETURN
1300 LOCATE 20,8+MU1:PRINT"DESEA CORREGIR (S/N) "
LOCATE 20,8+MU1+23:PRINT"      ":LOCATE 22,4+MU1+35:PRINT"      "
LOCATE 20,8+MU1+23:INPUT "",W#
IF W# = "N" OR W# = "n" THEN GOSUB 1320 ELSE 1325
RETURN
1325 IF W# = "S" OR W# = "s" THEN 1315 ELSE 1300
1315 LOCATE 22,3+MU1:PRINT "TECLEA EL NUMERO DE RENGLON (1-10) "
LOCATE 22,3+MU1+35:PRINT "      "
LOCATE 22,3+MU1+35:INPUT "",N
IF N < 1 OR N > 10 THEN 1315
MUS = N-1
GOSUB 1350
GOSUB 1320
GOSUB 1230
GOTO 1300
1350 LOCATE 6+MUS,4+MU1:PRINT"      "
LOCATE 6+MUS,12+MU1:PRINT"      "
LOCATE 6+MUS,17+MU1:PRINT"      "
LOCATE 6+MUS,26+MU1:PRINT"      "
RETURN
1320 FOR PLA = 1 TO 6
LOCATE 19+PLA,3+MU1
FOR L = 1 TO 37
PRINT " ";
NEXT L
NEXT PLA
RETURN
1400 GOSUB 1410
GOSUB 1420
GOTO 1495
1410 CLS
PRINT TAB(10)" COORDENADAS DE LOS NUDOS "
FOR L = 1 TO 80
PRINT "-";
NEXT L
RETURN
1420 FOR H = 1 TO N1
IF N1 < 10 OR N1 = 10 THEN MU1=23
IF MUS = 0 THEN GOSUB 1215
S = S+1
GOSUB 1440
MUS = MUS+1
IF S = 10 THEN GOSUB 1470
IF S = 20 THEN GOSUB 1490
IF H = N1 AND S>0 THEN GOSUB 1300
NEXT H

```

```
RETURN
1440 LOCATE 6+MUS,4+MU1:PRINT MUS+1;"-"2
LOCATE 6+MUS,12+MU1:PRINT USING"###";H
LOCATE 6+MUS,17+MU1:PRINT USING"-###.##";X(H)
LOCATE 6+MUS,26+MU1:PRINT USING"-###.##";Y(H)
RETURN
1470 GOSUB 1300
MUS = 0
MU1 = 40
RETURN
1490 GOSUB 1300
MUS = 0
MU1 = 0
S = 0
IF H < N1 THEN GOSUB 1410
RETURN
1495 CLS:END SUB
```

```

SUB IKOP(E1,F(2))
'SUBROUTINA DE LA NUMERACION DE NUDOS I J K L M N O P (I-P.BAS)
DIM V(1)
CLS
LOCATE 8,15:PRINT"NUMERACION DE CADA ELEMENTO"
LOCATE 14,23:PRINT "CUANTOS ELEMENTOS NO PUEDEN GENERAR"
LOCATE 15,23:INPUT "LA NUMERACION DE OTROS ELEMENTOS ==> ",E11
IF E11 = 0 THEN 115 ELSE 105
105 GOSUB 300
    IF E1 = E11 THEN 350
115 GOSUB 135
    GOTO 350
125 CLS
    PRINT TAB(10)"CALCULO DE ELEMENTOS GENERADORES"
    PRINT
    PRINT TAB(20)"DATOS DE LOS ELEMENTOS"
    FOR L = 1 TO 80
        PRINT "-";
    NEXT L
    LOCATE 8,1:PRINT"Renglon"
    LOCATE 8,9:PRINT"ELEM"
    LOCATE 8,14:PRINT"I"
    LOCATE 8,18:PRINT"J"
    LOCATE 8,22:PRINT"K"
    LOCATE 8,26:PRINT"L"
    LOCATE 8,30:PRINT"M"
    LOCATE 8,34:PRINT"N"
    LOCATE 8,38:PRINT"O"
    LOCATE 8,42:PRINT"P"
    LOCATE 8,45:PRINT"MAT"
    LOCATE 8,49:PRINT"GEN"
    LOCATE 5,14:PRINT"===== N U D O S ====="
    RETURN
135 GOSUB 140
    IF MUC = 0 THEN 136
        H = 1
        GOSUB 170
136 RETURN
140 GOSUB 125
    FOR H = 1 TO E1-E11
        GOSUB 145
        MUC = MUC+1
        IF MUC = 10 THEN GOSUB 160
    NEXT H
    RETURN
145 LOCATE 8+MUC,1+MU1:PRINT MUC+1;".-"
146 LOCATE 8+MUC,10+MU1:INPUT "",I
    LOCATE 8+MUC,8+MU1:PRINT USING"###";I
    LOCATE 8+MUC,11+MU1:PRINT " "
    IF I = 0 OR I > E1 THEN 146
    IF R = 0 THEN 148
    IF V(I) > 0 THEN 148
    T = T + 1
148 V(I)=I
    LOCATE 8+MUC,14+MU1:INPUT "",F(I,1)

```

```

LOCATE 8+MUC,13+MU1:PRINT USING"###";F(I,1)
LOCATE 8+MUC,16+MU1:PRINT " "
LOCATE 8+MUC,18+MU1:INPUT "",F(I,2)
LOCATE 8+MUC,17+MU1:PRINT USING"###";F(I,2)
LOCATE 8+MUC,20+MU1:PRINT " "
LOCATE 8+MUC,22+MU1:INPUT "",F(I,3)
LOCATE 8+MUC,21+MU1:PRINT USING"###";F(I,3)
LOCATE 8+MUC,24+MU1:PRINT " "
LOCATE 8+MUC,26+MU1:INPUT "",F(I,4)
LOCATE 8+MUC,25+MU1:PRINT USING"###";F(I,4)
LOCATE 8+MUC,28+MU1:PRINT " "
LOCATE 8+MUC,30+MU1:INPUT "",F(I,5)
LOCATE 8+MUC,29+MU1:PRINT USING"###";F(I,5)
LOCATE 8+MUC,32+MU1:PRINT " "
LOCATE 8+MUC,34+MU1:INPUT "",F(I,6)
LOCATE 8+MUC,33+MU1:PRINT USING"###";F(I,6)
LOCATE 8+MUC,36+MU1:PRINT " "
LOCATE 8+MUC,38+MU1:INPUT "",F(I,7)
LOCATE 8+MUC,37+MU1:PRINT USING"###";F(I,7)
LOCATE 8+MUC,40+MU1:PRINT " "
LOCATE 8+MUC,42+MU1:INPUT "",F(I,8)
LOCATE 8+MUC,41+MU1:PRINT USING"###";F(I,8)
LOCATE 8+MUC,44+MU1:PRINT " "
LOCATE 8+MUC,46+MU1:INPUT "",F(I,9)
IF MU1 = 17 THEN 151
150 LOCATE 8+MUC,49+MU1:PRINT " "
LOCATE 8+MUC,50+MU1:INPUT "",GE
LOCATE 8+MUC,49+MU1:PRINT USING"###";GE
LOCATE 8+MUC,52+MU1:PRINT " "
LOCATE 20,15:PRINT"
IF GE > 0 THEN 153
IF GE < 0 THEN 150
151 RETURN
153 IF R = 0 THEN H=H+GE
IF H <= E1-E11 THEN 156
LOCATE 20,15:PRINT"DATO MAYOR QUE NUMERO DE ELEMENTOS"
IF R = 0 THEN H=H-GE
GOTO 150
156 LOCATE 5,54:PRINT"== DIFERENCIA EN NUJOS =="
LOCATE 6,54:PRINT"I J K L M N O P ELEM"
LOCATE 8+MUC,54:INPUT "",Q2
LOCATE 8+MUC,52:PRINT USING"-##";Q2
LOCATE 8+MUC,55:PRINT " "
LOCATE 8+MUC,57:INPUT "",Q3
LOCATE 8+MUC,55:PRINT USING"-##";Q3
LOCATE 8+MUC,58:PRINT " "
LOCATE 8+MUC,60:INPUT "",Q4
LOCATE 8+MUC,58:PRINT USING"-##";Q4
LOCATE 8+MUC,61:PRINT " "
LOCATE 8+MUC,63:INPUT "",Q5
LOCATE 8+MUC,61:PRINT USING"-##";Q5
LOCATE 8+MUC,64:PRINT " "
LOCATE 8+MUC,66:INPUT "",Q6
LOCATE 8+MUC,64:PRINT USING"-##";Q6
LOCATE 8+MUC,67:PRINT " "

```

```

LOCATE 8+MUC,69:INPUT "",07
LOCATE 8+MUC,67:PRINT USING"-##";07
LOCATE 8+MUC,70:PRINT " "
LOCATE 8+MUC,72:INPUT "",08
LOCATE 8+MUC,70:PRINT USING"-##";08
LOCATE 8+MUC,73:PRINT " "
LOCATE 8+MUC,75:INPUT "",09
LOCATE 8+MUC,73:PRINT USING"-##";09
158 LOCATE 8+MUC,76:PRINT " "
LOCATE 8+MUC,77:INPUT "",DEL
LOCATE 8+MUC,77:PRINT USING"-##";DEL
JMH = DEL*10
IF JMH < 10 THEN 158
FOR F6 = DEL TO 6*DEL STEP DEL
IF R = 0 THEN 159
IF V(I+F6) > 0 THEN 159
T = T + 1
159 V(I+F6) = I+F6
F(I+F6,1) = F(I,1) + 02*F6
F(I+F6,2) = F(I,2) + 03*F6
F(I+F6,3) = F(I,3) + 04*F6
F(I+F6,4) = F(I,4) + 05*F6
F(I+F6,5) = F(I,5) + 06*F6
F(I+F6,6) = F(I,6) + 07*F6
F(I+F6,7) = F(I,7) + 08*F6
F(I+F6,8) = F(I,8) + 09*F6
F(I+F6,9) = F(I,9)
NEXT F6
RETURN
160 R = 1
GOSUB 170
MUC = 0
H = H + T
IF H < E1-E11 THEN GOSUB 125
R = 0
T = 0
RETURN
170 LOCATE 20,28:PRINT "DESEA CORREGIR (S/N) "
LOCATE 20,28+23:PRINT " "
LOCATE 22,24+35:PRINT " "
LOCATE 20,28+23:INPUT "",W$
IF W$ = "N" OR W$ = "n" THEN GOSUB 175 ELSE 173
RETURN
173 IF W$ = "S" OR W$ = "s" THEN 174 ELSE 170
174 LOCATE 22,24:PRINT "TECLEA NUMERO DE RENBLON (1-10) "
LOCATE 22,24+35:PRINT " "
LOCATE 22,24+35:INPUT "",N
IF N < 1 OR N > 10 THEN 174
MUC = N-1
GOSUB 176
GOSUB 175
GOSUB 145
GOTO 170
175 FOR PLA = 1 TO 6
LOCATE 19+PLA,24

```

```

FOR L = 1 TO 44
PRINT " ";
NEXT L
NEXT PLA
RETURN
176 LOCATE 8+MUC,8
FOR L = 1 TO 73
PRINT " ";
NEXT L
RETURN
300 GOSUB 320
RETURN
1278 CLS
PRINT TAB(11)" CALCULO DE ELEMENTOS SIN GENERACION"
390 PRINT TAB(19)"DATOS DE LOS ELEMENTOS"
FOR L = 1 TO 80
PRINT "-";
NEXT L
LOCATE 6,18:PRINT"Region"
LOCATE 6,26:PRINT"ELEM"
LOCATE 6,31:PRINT"I"
LOCATE 6,35:PRINT"J"
LOCATE 6,39:PRINT"K"
LOCATE 6,43:PRINT"L"
LOCATE 6,47:PRINT"M"
LOCATE 6,51:PRINT"N"
LOCATE 6,55:PRINT"O"
LOCATE 6,59:PRINT"P"
LOCATE 6,62:PRINT"MAT"
LOCATE 5,31:PRINT"===== N U D O S ====="
RETURN
320 GOSUB 1278
MU1 = 17
FOR H = 1 TO E11
GOSUB 145
MUC = MUC + 1
IF MUC = 10 THEN GOSUB 325
IF H = E11 AND MUC > 0 THEN GOSUB 170
NEXT H
MUC = 0
MU1 = 0
RETURN
325 GOSUB 145
MUC = 0
IF H < E11 THEN GOSUB 1278
RETURN
350 GOSUB 360
GOTO 400
355 CLS
PRINT:PRINT
GOSUB 390
RETURN
360 GOSUB 355
MUC = 0
MU1 = 17

```

```

FOR H = 1 TO E1
GOSUB 370
MUC = MUC + 1
IF MUC = 10 THEN GOSUB 380
IF H = E1 AND MUC > 0 THEN GOSUB 170
NEXT H
RETURN
370 LOCATE B*MUC,18:PRINT MUC+1;"-"
LOCATE B*MUC,26:PRINT H
LOCATE B*MUC,30:PRINT USING"###";F(H,1)
LOCATE B*MUC,34:PRINT USING"###";F(H,2)
LOCATE B*MUC,38:PRINT USING"###";F(H,3)
LOCATE B*MUC,42:PRINT USING"###";F(H,4)
LOCATE B*MUC,46:PRINT USING"###";F(H,5)
LOCATE B*MUC,50:PRINT USING"###";F(H,6)
LOCATE B*MUC,54:PRINT USING"###";F(H,7)
LOCATE B*MUC,58:PRINT USING"###";F(H,8)
LOCATE B*MUC,62:PRINT F(H,9)
RETURN
380 GOSUB 170
MUC = 0
IF H < E1 THEN GOSUB 355
RETURN
400 GOTO END SUB

```

```

SUB MATERI(NUMMAT,E(I),P(I),V(I))
'SUBROUTINA DE DATOS DE LOS MATERIALES (MATE.BAS)
GOSUB 505
GOTO 512
502 CLS
LOCATE 2,15:PRINT " DATOS DE LOS MATERIALES"
FOR L = 1 TO 60
LOCATE 3,9+L:PRINT "-";
NEXT L
LOCATE 4,10:PRINT "MATERIAL      MOD. DE ELAST.      COEF. DE POISSON      PESO VOL."
LOCATE 5,10:PRINT "  No.              (T/M^2)              (ADIM)              (T/M^3)"
RETURN
505 FOR I=1 TO NUMMAT
IF SOM>0 THEN 500
GOSUB 502
OTE=I
500 LOCATE 7+SOM,13:PRINT I
LOCATE 7+SOM,23:INPUT "", E(I)
LOCATE 7+SOM,45:INPUT "", P(I)
LOCATE 7+SOM,62:INPUT "", V(I)
SOM=SOM+1
IF I=NUMMAT THEN 501
IF SOM < 10 THEN 506
501 LOCATE 20,27:INPUT "DESEA CORREGIR (S/N)      ",Z$
IF Z$="S" OR Z$="s" OR Z$="N" OR Z$="n" THEN 503 ELSE 501
503 IF Z$="N" OR Z$="n" THEN 511
504 LOCATE 22,27:PRINT "QUE NUMERO DE MATERIAL"
LOCATE 22,52:INPUT "",N$
IF N$="0" THEN 503
IF N$="" THEN 503
LOCATE 20,10:PRINT STRING$(60,32)
LOCATE 22,10:PRINT STRING$(60,32)
F$=RIGHT$(N$,1)
NUM=VAL(F$):N=VAL(N$)
IF NUM=0 THEN NUM=10
IF N<COT E OR N>COT E+9 OR N>NUMMAT THEN 504
LOCATE 7+ NUM-1,23
FOR L = 1 TO 50
PRINT " ";
NEXT L
LOCATE 7+NUM-1,13:PRINT N
LOCATE 7+NUM-1,23:INPUT "", E(N)
LOCATE 7+NUM-1,45:INPUT "", P(N)
LOCATE 7+NUM-1,62:INPUT "", V(N)
GOTO 501
511 LOCATE 20,10:PRINT STRING$(60,32)
SOM=0
506 NEXT I
RETURN
512 END SUB

```

```

SUB CARGND(N1,NC,FX(1),FY(1),FZ(1))
'SUBROUTINA QUE PIDE LAS CARGAS EN LOS NUDOS (CARGAS.BAS)
DIM V(N1)
CLS
LOCATE 8,20:PRINT "C A R G A S   E N   L O S   N U D O S"
LOCATE 14,23:PRINT "CUANTOS NUDOS CARGADOS NO PUEDEN"
LOCATE 15,23:INPUT "GENERAR NI SER GENERADOS ==>  ", NC1
IF NC1 = 0 THEN 1515 ELSE 1505
1505 GOSUB 2000
IF NC = NC1 THEN 2500
1515 GOSUB 1545
GOTO 2500
1545 GOSUB 1555
GOSUB 1570
IF MUC = 0 THEN 1546
H = 1
GOSUB 1600
1546 RETURN
1555 CLS
LOCATE 1,10
PRINT "G E N E R A C I O N   D E   N U D O S   C A R G A D O S. (Tom 1:"
FOR L = 1 TO 80
PRINT "-";
NEXT L
RETURN
1565 PRINT
LOCATE 4,1:PRINT "Renglon"
LOCATE 4,9:PRINT "NUDO";
PRINT TAB(19);"FX";TAB(29);"FY";TAB(39);"FZ";TAB(45);"GEN"
RETURN
1570 FOR H = 1 TO NC-NC1
IF MUC = 0 THEN GOSUB 1565
GOSUB 1580
MUC = MUC + 1
IF MUC = 10 THEN GOSUB 1590
NEXT H
RETURN
1580 LOCATE 6+MUC,1:PRINT MUC+1;"-";
1575 LOCATE 6+MUC,11:INPUT " ",I
LOCATE 6+MUC,9:PRINT USING"###";I
LOCATE 6+MUC,12:PRINT " "
IF I = 0 THEN 1575
IF R = 0 THEN 1578
IF V(I) > 0 THEN 1578
I = I + 1
1578 V(I) = I
LOCATE 6+MUC,19:INPUT " ",FX(I)
LOCATE 6+MUC,14:PRINT USING"-###.##";FX(I);
LOCATE 6+MUC,22:PRINT " "
LOCATE 6+MUC,29:INPUT " ",FY(I)
LOCATE 6+MUC,24:PRINT USING"-###.##";FY(I)
LOCATE 6+MUC,33:PRINT " "
LOCATE 6+MUC,39:INPUT " ",FZ(I)
LOCATE 6+MUC,34:PRINT USING"-###.##";FZ(I)
LOCATE 6+MUC,42:PRINT " "

```

```

1583 LOCATE 6+MJC,46:PRINT " "
      LOCATE 6+MJC,46:INPUT "",GE
      LOCATE 20,15:PRINT "
      IF GE > 0 THEN GOTO 1585
      IF GE < 0 THEN 1583
      RETURN
1585 IF R = 0 THEN H=H+GE
      IF H <= NC-NC1 THEN 1586
      LOCATE 20,15:PRINT "NUMERO MAYOR QUE NUMERO DE NUDOS"
      IF R = 0 THEN H=H-GE
      GOTO 1583
1586 LOCATE 3,54:PRINT "D I F E R E N C I A   E N "
      LOCATE 4,54:PRINT"FX"
      LOCATE 4,63:PRINT"FY"
      LOCATE 4,72:PRINT"FZ"
      LOCATE 4,77:PRINT"NDO"
      LOCATE 6+MJC,54:INPUT "",Q2
      LOCATE 6+MJC,49:PRINT USING"###.##";Q2
      LOCATE 6+MJC,57:PRINT " "
      LOCATE 6+MJC,63:INPUT "",Q1
      LOCATE 6+MJC,58:PRINT USING"###.##";Q1
      LOCATE 6+MJC,66:PRINT " "
      LOCATE 6+MJC,72:INPUT "",Q3
      LOCATE 6+MJC,67:PRINT USING"###.##";Q3
1595 LOCATE 6+MJC,75:PRINT " "
      LOCATE 6+MJC,78:INPUT "",QEL
      IF QEL = 0 THEN GOTO 1595
      LOCATE 6+MJC,77:PRINT USING"###";QEL
      LOCATE 6+MJC,80:PRINT " "
      JHM = QEL*10
      IF JHM < 10 THEN GOTO 1595
      FOR F6 = QEL TO QEL*STEP QEL
      IF R = 0 THEN 1596
      IF V(I+F6) > 0 THEN 1596
      T = T + 1
1596 V(I+F6) = I+F6
      FX(I+F6) = FX(I) + Q2*F6
      FY(I+F6) = FY(I) + Q1*F6
      FZ(I+F6) = FZ(I) + Q3*F6
      NEXT F6
      RETURN
1590 R = 1
      GOSUB 1600
      MJC = 0
      H = H + T
      IF H < NC-NC1 THEN GOSUB 1555
      R = 0
      T = 0
      RETURN
1600 LOCATE 20,28:PRINT"DESEA CORREGIR (S/N) "
      LOCATE 20,52:PRINT" " :LOCATE 22,57:PRINT" "
      LOCATE 20,52:INPUT "",W#
      IF W# = "N" OR W# = "n" THEN GOSUB 1650 ELSE 1625
      RETURN
1625 IF W# = "S" OR W# = "s" THEN GOTO 1610 ELSE 1600

```

```

1610 LOCATE 22,21:PRINT"TECLEA NUMERO DE RENGLON (1-10) "
      LOCATE 22,57:PRINT" "
      LOCATE 22,57:INPUT "",N
      IF N < 1 OR N > 10 THEN 1610
      MJC = N-1
      GOSUB 1630
      GOSUB 1650
      GOSUB 1580
      GOTO 1600
1630 LOCATE 6+MJC,9
      FOR L = 1 TO 71
      PRINT " ";
      NEXT L
      RETURN
1650 FOR PLA = 1 TO 6
      LOCATE 19+PLA,21
      FOR L = 1 TO 44
      PRINT " ";
      NEXT L
      NEXT PLA
      RETURN
2000 GOSUB 2010
      GOSUB 2005
      RETURN
2010 CLS
      LOCATE 1,8
      PRINT"NU DOS CARGADOS SIN GENERACION (Ton) "
      FOR L = 1 TO 80
      PRINT"-";
      NEXT L
      RETURN
2015 LOCATE 4,1+MU1:PRINT"Region"
      LOCATE 4,9+MU1:PRINT"Ndo";
      PRINT TAB(MU1+18);"FX";TAB(MU1+27);"FY";TAB(MU1+36);"FZ"
      RETURN
2005 FOR H = 1 TO NC1
      IF NC1 < 10 OR NC1 = 10 THEN MU1 = 23
      IF MUS = 0 THEN GOSUB 2015
      S = S+1
      GOSUB 2030
      MUS = MUS + 1
      IF S = 10 THEN GOSUB 2050
      IF S = 20 THEN GOSUB 2070
      IF H = NC1 AND MUS > 0 THEN GOSUB 2100
      NEXT H
      MUS = 0
      MU1 = 0
      S = 0
      RETURN
2030 LOCATE 6+MUS,1+MU1:PRINT MUS+1;".-."
2035 LOCATE 6+MUS,9+MU1:INPUT "",I
      LOCATE 6+MUS,8+MU1:PRINT USING"###";I
      LOCATE 6+MUS,11+MU1:PRINT " "
      IF I = 0 THEN GOTO 2035
      LOCATE 6+MUS,17+MU1:INPUT "",FX(I)

```

```

LOCATE 6+MUS,13+MU1:PRINT USING"-###.##";FX(I)
LOCATE 6+MUS,21+MU1:PRINT " "
LOCATE 6+MUS,26+MU1:INPUT "",FY(I)
LOCATE 6+MUS,22+MU1:PRINT USING"-###.##";FY(I)
LOCATE 6+MUS,30+MU1:PRINT " "
IF MU1 = 0 THEN MU1 = 3
LOCATE 6+MUS,33+MU1:INPUT "",FZ(I)
IF MU1 = 3 THEN MU1 = 0
LOCATE 6+MUS,31+MU1:PRINT USING"-###.##";FZ(I)
LOCATE 6+MUS,39+MU1:PRINT " "
RETURN
2050 GOSUB 2100
MUS = 0
MU1 = 40
RETURN
2070 GOSUB 2100
MUS = 0
MU1 = 0
S = 0
IF H < NC1 THEN GOSUB 2010
RETURN
2100 LOCATE 20,8+MU1:PRINT"DESEA CORREGIR (S/N) "
LOCATE 20,8+MU1+23:PRINT" "
LOCATE 22,4+MU1+35:PRINT" "
LOCATE 20,8+MU1+23:INPUT "",W$
IF W$ = "N" OR W$ = "n" THEN GOSUB 2120 ELSE 2125
RETURN
2125 IF W$ = "S" OR W$ = "s" THEN 2115 ELSE 2100
2115 LOCATE 22,3+MU1:PRINT"TECLEA NUMERO DE RENGLON (1-10) "
LOCATE 22,3+MU1+35:PRINT" "
LOCATE 22,3+MU1+35:INPUT "",N
IF N < 1 OR N > 10 THEN 2115
MUS = N-1
GOSUB 2150
GOSUB 2120
GOSUB 2030
GOTO 2100
2150 LOCATE 6+MUS,8+MU1:PRINT" "
LOCATE 6+MUS,13+MU1:PRINT" "
LOCATE 6+MUS,22+MU1:PRINT" "
LOCATE 6+MUS,31+MU1:PRINT" "
RETURN
2120 FOR PLA = 1 TO 6
LOCATE 19+PLA,3+MU1
FOR L = 1 TO 3
PRINT " ";
NEXT L
NEXT PLA
RETURN
2500 GOSUB 2510
GOTO 2520
2510 CLS
PRINT TAB(20)"CARGAS EN LOS NUDOS"
FOR L = 1 TO 80
PRINT"-";

```

```

NEXT L
RETURN
2520 FOR H = 1 TO N1
  IF N1 < 10 OR N1 = 10 THEN MU1=23
  IF MUS = 0 THEN GOSUB 2015
  S = S+1
  GOSUB 2540
  MUS = MUS + 1
  IF S = 10 THEN GOSUB 2570
  IF S = 20 THEN GOSUB 2590
  IF H = N1 AND S>0 THEN GOSUB 2100
NEXT H
GOTO 123
2540 LOCATE 6+MUS,1+MU1:PRINT MUS+1;"-"
LOCATE 6+MUS,8+MU1:PRINT USING"###";H
LOCATE 6+MUS,13+MU1:PRINT USING"-###.##";FX(H)
LOCATE 6+MUS,22+MU1:PRINT USING"###.##";FY(H)
LOCATE 6+MUS,31+MU1:PRINT USING"-###.##";FZ(H)
RETURN
2570 GOSUB 2100
MUS = 0
MU1 = 40
RETURN
2590 GOSUB 2100
MUS=0
MU1=0
S=0
IF H< N1 THEN GOSUB 2510
RETURN
123 CLS:END SUB

```



```

20  CONTINUE
1060 FORMAT(F8.2)
    DO 30 I=N3,N4-1
    READ(2,1070)A(I)
30  CONTINUE
1070 FORMAT(F15.4)
    DO 40 I=N4,N5-1
    READ(2,1080)A(I)
40  CONTINUE
1080 FORMAT(F6.1)
    DO 50 I=N5,N6-1
    READ(2,1090)A(I)
50  CONTINUE
1090 FORMAT(F5.1)
    CLOSE (2)
    GUESS(10:9+1)='3'
    OPEN(3,FILE=GUESS,STATUS='OLD')
    DO 60 I=N6,N7-1
    READ(3,1100)A(I)
60  CONTINUE
1100 FORMAT(F9.2)
    CLOSE (3)
    NB=N7+3*NNOD
    CALL CODFRP(A(N5),A(N7),NNOD,NREST)
    CALL INDICP(A(N7),NNOD,NC,NP,NI)
    N9=NB+NC
    N10=N9+NC
    CALL SPAMB(A(NB),IE,NC,A(N7),NNOD,A(N4),NEL,A(N9),NEC)
    NTOT=NEC+NC+N10
    IF (NTOT.GT.NEA)GOTO 300
    N11=N10+NEC
    N12=N11+NC
    CALL RIGI (ESPE,NNOD,A(N1),A(N2),A(N3),MMAT,A(N7),A(N4),NEL,NEC,NC,
    *A(NB),A(N10),A(N11))
    CALL FUEXP(A(N6),NNUC,A(N11),NC,A(N7),NNOD)
    CALL TIME (10,TSTR)
    WRITE(*,2180)TSTR
2180 FORMAT(/,5X,'TIEMPO AL COMENZAR LA SOLUCION DE ECUACIONES ',A10)
    CALL SOLEC(A(N10),A(N11),A(NB),NC,NEC)
    CALL TIME (10,TSTR)
    WRITE(*,2185)TSTR
2185 FORMAT(/,5X,'TIEMPO AL TERMINAR LA SOLUCION DE ECUACIONES ',A10)
    CALL IMPDES(A(N11),NC,NNOD,GUESS,ARC,A(N7))
    CALL ELMEC(A(N11),NC,NEL,GUESS)
    CALL TIME (10,TSTR)
    WRITE(*,2190)TSTR
2190 FORMAT(/,5X,'HORA DE FINALIZACION: ',A10)
300  CONTINUE
    END

```

C SUBROUTINA QUE ESTABLECE LOS CODIGOS DE FRONTERA CON BASE EN LAS
 C CONDICIONES FRONTERA, PARA FORMAR LOS INDICADORES DE
 C ECUACION, LOS CUALES SE FORMAN EN LA SUBROUTINA "INDICA".

```

SUBROUTINE CODFRP(CONFO,AID,NNOD,NCOF)
DIMENSION CONFO(4,NCOF),AID(3,NNOD)
DO 100 J=1,NNOD
DO 100 I=1,3
AID(I,J)=0
100 CONTINUE
DO 200 I=1,NCOF
J=INT(CONFO(1,I))
AID(1,J)=CONFO(2,I)
AID(2,J)=CONFO(3,I)
AID(3,J)=CONFO(4,I)
200 CONTINUE
RETURN
END
  
```

C SUBROUTINA QUE FORMA EL ARREGLO DEL NUMERO DE ECUACIONES PARA
 C LOS INDICADORES DE ECUACION,
 C (en el primer cero pone un uno y en los demas ceros
 C va sumando de uno en uno; en los 1 pone un cero; y
 C el primer -1 sera un -i y en los demas va sumando
 C de -i en -i)
 C CON BASE EN LOS CODIGOS DE FRONTERA DEL ARREGLO "ID"
 C DE LA SUBROUTINA "CODFRP".

```

SUBROUTINE INDICP(AID,NNOD,NC,NP,NN)
DIMENSION AID(3,NNOD)
NC=0
NN=0
NP=0
DO 400 J=1,NNOD
DO 400 I=1,3
K1=INT(AID(I,J))
IF (K1) 100,200,300
100 CONTINUE
NP=NP+1
AID(I,J)=-NP
GOTO 400
200 CONTINUE
NC=NC+1
AID(I,J)=NC
GOTO 400
300 CONTINUE
NN=NN+1
AID(I,J)=0
400 CONTINUE
RETURN
END
  
```

```

C   SUBROUTINA QUE FORMA LOS INDICADORES DE ECUACION PARA CADA ELEMENTO
SUBROUTINE SPAMH(BMD, IE, NC, AID, NNOD, ELEM, NEL, BMH, NEC)
DIMENSION BMH(NC), IE(24), AID(3, NNOD), ELEM(9, NEL), BMD(NC)
EXTERNAL CALMH, CALMD
OPEN(6, FILE='INDI', STATUS='NEW')
DO 22 LI=1, NEL
I1=INT(ELEM(1, LI))
IE(1)=INT(AID(1, I1))
IE(2)=INT(AID(2, I1))
IE(3)=INT(AID(3, I1))
I2=INT(ELEM(2, LI))
IE(4)=INT(AID(1, I2))
IE(5)=INT(AID(2, I2))
IE(6)=INT(AID(3, I2))
I3=INT(ELEM(3, LI))
IE(7)=INT(AID(1, I3))
IE(8)=INT(AID(2, I3))
IE(9)=INT(AID(3, I3))
I4=INT(ELEM(4, LI))
IE(10)=INT(AID(1, I4))
IE(11)=INT(AID(2, I4))
IE(12)=INT(AID(3, I4))
I5=INT(ELEM(5, LI))
IE(13)=INT(AID(1, I5))
IE(14)=INT(AID(2, I5))
IE(15)=INT(AID(3, I5))
I6=INT(ELEM(6, LI))
IE(16)=INT(AID(1, I6))
IE(17)=INT(AID(2, I6))
IE(18)=INT(AID(3, I6))
I7=INT(ELEM(7, LI))
IE(19)=INT(AID(1, I7))
IE(20)=INT(AID(2, I7))
IE(21)=INT(AID(3, I7))
I8=INT(ELEM(8, LI))
IE(22)=INT(AID(1, I8))
IE(23)=INT(AID(2, I8))
IE(24)=INT(AID(3, I8))
DO 100 JII=1, 24
WRITE(6, 6932) IE(JII)
100 CONTINUE
CALL CALMH(BMH, IE, NC)
22 CONTINUE
6932 FORMAT(I3)
CALL CALMD(BMD, BMH, NC, NEC)
CLOSE(6)
RETURN
END

```

```

C   SUBROUTINA QUE ENCUENTRA EL NUMERO DE ELEMENTOS DE CADA COLUMNA
C   DE LA MATRIZ "AKE" CON BASE EN LOS INDICADORES DE ECUA-
C   CION "IE".
      SUBROUTINE CALMH(XMH,LW,NC)
      DIMENSION XMH(NC),LW(24)
C   ESCOGE EL ID MAS PEQUENO
      K=999999
      DO 200 II=1,24
      IF(LW(II).LE.0)GOTO 200
      IF(LW(II).LT.K)K=LW(II)
200  CONTINUE
C   CALCULA EL ALTO DE COLUMNAS Y ESCOGE
C   EL MAYOR ENTRE LOS DOS CONSECUTIVOS:
      DO 300 II=1,24
      IF(LW(II).LE.0)GOTO 300
      MF=LW(II)
      J6=MF-K+1
      IF(J6.GT.XMH(MF))XMH(MF)=J6
300  CONTINUE
      RETURN
      END

```

```

C   SUBROUTINA QUE GUARDA LAS POSICIONES DE LA DIAGONAL PRINCIPAL DE
C   LA MATRIZ "K" CON BASE EN EL VECTOR MH.
      SUBROUTINE CALMD (BMD,BMH,NC,NEC)
      DIMENSION BMD(NC),BMH(NC)
      BMD(1) = BMH(1)
      DO 100 I=2,NC
      BMD(I) = BMD(I-1)+BMH(I)
100  CONTINUE
      NEC = BMD(NC)
      RETURN
      END

```

```

C   SUBROUTINA QUE CALCULA LA MATRIZ DE RIGIDECES DE LA ESTRUCTURA,
C   LAS FUERZAS DE CUERPO, LAS MATRICES DE DEFORMACIONES = "B" Y LAS MATRICES DE ESFUERZOS = "DB".
C   SUBROUTINE RIGI(GROS,INDD,X,Y,XMAT,MMAT,AID,ELEM,NEL,NEC,NC,BMD,AK
#E,P)
EXTERNAL MADS,FUNFS,MULMAT,MULTRA,ENSPS
DIMENSION AK(24,24),FC(24),B(5,24),X1(8),Y1(8)
DIMENSION S1(2),E7(2),H(2),X(INDD),Y(INDD),XMAT(3,MMAT)
DIMENSION AID(3,INDD),IE(24),BMD(INC),AKE(NEC),P(INC)
DIMENSION ELEM(9,NEL),FCE(24)
DIMENSION D(5,5),PGAUSX(4),PGAUSY(4)
DIMENSION DBBE(3,24),DBSH(2,24),DBEN(3,3),DSHE(2,2)
DIMENSION BBEN(3,24),BSHE(2,24)
DIMENSION DBREA(3,24),BTBRE(24,24),BTDBS(24,24)
OPEN(6,FILE='INDI',STATUS='OLD')
OPEN(7,FILE='DBBE',STATUS='NEW')
OPEN(8,FILE='DBSH',STATUS='NEW')
OPEN(10,FILE='PGAUS',STATUS='NEW')
ESPE=GROS
NNDD=INDD
DO 600 I=1,NEL
C   COORDENADAS DE I,J,K,L,M,N,O,P DE CADA ELEMENTO:
K1=INT(ELEM(1,I))
K2=INT(ELEM(2,I))
K3=INT(ELEM(3,I))
K4=INT(ELEM(4,I))
K5=INT(ELEM(5,I))
K6=INT(ELEM(6,I))
K7=INT(ELEM(7,I))
K8=INT(ELEM(8,I))
X1(1)=X(K1)
X1(2)=X(K2)
X1(3)=X(K3)
X1(4)=X(K4)
X1(5)=X(K5)
X1(6)=X(K6)
X1(7)=X(K7)
X1(8)=X(K8)
Y1(1)=Y(K1)
Y1(2)=Y(K2)
Y1(3)=Y(K3)
Y1(4)=Y(K4)
Y1(5)=Y(K5)
Y1(6)=Y(K6)
Y1(7)=Y(K7)
Y1(8)=Y(K8)
DO 50 II=1,24
READ(6,6010)IE(II)
50  CONTINUE
SI(1)=0.57735026918963
SI(2)=-SI(1)
ET(1)=SI(1)
ET(2)=-SI(1)
H(1)=1
H(2)=1

```

```

DO 200 I1=1,24
DO 200 J=1,24
AK(I1,J)=0.0
200 CONTINUE
DO 190 K2=1,24
FCE(K2)=0.0
190 CONTINUE
LL=INT(ELEM(9,1))
E=XMAT(1,LL)
POISON=XMAT(2,LL)
CALL MADS(D,E,POISON)
DO 919 IA=1,3
DO 919 JA=1,3
DBEN(IA,JA)=0.0
919 CONTINUE
DBEN(1,1)=D(1,1)
DBEN(1,2)=D(1,2)
DBEN(2,1)=D(2,1)
DBEN(2,2)=D(2,2)
DBEN(3,3)=D(3,3)
DO 918 IA=1,2
DO 918 JA=1,2
DSHE(IA,JA)=0.0
918 CONTINUE
DSHE(1,1)=D(4,4)
DSHE(2,2)=D(5,5)
IJ=0
DO 300 II=1,2
DO 300 JJ=1,2
DO 225 N=1,5
DO 225 N=1,24
B(N,N)=0.0
225 CONTINUE
IJ=IJ+1
SA=S1(IJ)
EA=ET(JJ)
H1=H(II)
H2=H(JJ)
CALL FUNFS(B,X1,Y1,SA,EA,H1,H2,PX,PY,AJA)
DO 110 IV=1,3
DO 110 J=1,24
BBEN(IV,J)=B(IV,J)
110 CONTINUE
DO 111 IV=4,5
IKJ=IV-3
DO 111 J=1,24
BSHE(IKJ,J)=B(IV,J)
111 CONTINUE
CALL MULMAT(DBBE,DBEN,BBEN,3,3,24)
CALL MULMAT(DBSH,DSHE,BSHE,2,2,24)
DO 491 IA1=1,3
DO 491 IA2=1,24
DBREA(IA1,IA2)=ESPE*DBBE(IA1,IA2)
WRITE(7,4342)DBREA(IA1,IA2)
491 CONTINUE

```

```

DO 492 IA1=1,2
DO 492 IA2=1,24
WRITE(8,4342)DBSH(IA1,IA2)
492 CONTINUE
4342 FORMAT(F20.4)
PGAUSX(IJ)=PX
PGAUSY(IJ)=PY
CALL MULTRA(BTDBE,BBEN,DBBE,24,3,24)
CALL MULTRA(BTDBS,BSHE,DBSH,24,2,24)
DO 255 I1=1,24
FCE(I1)=FCE(I1)+FC(I1)
255 CONTINUE
C1=ESPE**3/12
C2=ESPE
DO 260 I1=1,24
DO 260 J=1,24
AK(I1,J)=AK(I1,J)+BTDBE(I1,J)*A1A1C1+BTDBS(I1,J)*C2*A1A
260 CONTINUE
300 CONTINUE
DO 350 I1=1,4
WRITE(10,6015)PGAUSX(I1)
WRITE(10,6015)PGAUSY(I1)
350 CONTINUE
CALL ENSPS(AKE,P,NEC,NC,IE,AK,FCE,BMD)
600 CONTINUE
6010 FORMAT(I3)
6015 FORMAT(F8.3)
CLOSE(10)
CLOSE(8)
CLOSE(7)
CLOSE(6)
RETURN
END

```

```

C   SUBROUTINA QUE LA MATRIZ DE COEFICIENTES ELASTICOS "D" (para
C   placas planas, el edo. plano es de esfuerzos).
      SUBROUTINE MADS(D,E,POISON)
      DIMENSION D(5,5)
      DO 100 I=1,5
      DO 100 J=1,5
      D(I,J)=0.0
100  CONTINUE
      F=E/(1-POISON**2)
      D(1,1)=F
      D(1,2)=POISON*F
      D(2,1)=POISON*F
      D(2,2)=F
      D(3,3)=(0.5*(1-POISON))*F
      D(4,4)=D(3,3)
      D(5,5)=D(4,4)
      RETURN
      END

```

C SUBROUTINA QUE CALCULA LAS FUNCIONES DE FORMA, LOS PUNTOS
 C GAUSIANOS, HACE LAS TRANSFORMACIONES ISOPARAMETRICAS,
 C CALCULA EL JACOBIANO, FORMA LA MATRIZ
 C "B" Y CALCULA LAS FUERZAS DE CUERPO.

```

SUBROUTINE FUNFS(B, X, Y, SA, EA, H1, H2, PX, PY, AJA)
DIMENSION B(5,24), FC(24), X(8), Y(8), FN(8), FNS(8), FNE(8), XN(8), YN(8)
FN(1)=0.25*(1+SA)*(1+EA)*(SA+EA-1)
FN(2)=0.50*(1-SA*SA)*(1+EA)
FN(3)=0.25*(1-SA)*(1+EA)*(-SA+EA-1)
FN(4)=0.50*(1-SA)*(1-EA*EA)
FN(5)=0.25*(1-SA)*(1-EA)*(-SA-EA-1)
FN(6)=0.50*(1-SA*SA)*(1-EA)
FN(7)=0.25*(1+SA)*(1-EA)*(SA-EA-1)
FN(8)=0.50*(1+SA)*(1-EA*EA)
FNS(1)=0.25*(1+EA)*(1+SA)+0.25*(1+EA)*(SA+EA-1)
FNS(2)=-SA*(1+EA)
FNS(3)=0.25*(1+EA)*(SA-1)-0.25*(1+EA)*(-SA+EA-1)
FNS(4)=-0.50*(1-EA*EA)
FNS(5)=0.25*(1-EA)*(SA-1)-0.25*(1-EA)*(-SA-EA-1)
FNS(6)=-SA*(1-EA)
FNS(7)=0.25*(1-EA)*(1+SA)+0.25*(1-EA)*(SA-EA-1)
FNS(8)=0.50*(1-EA*EA)
FNE(1)=0.25*(1+SA)*(1+EA)+0.25*(1+SA)*(SA+EA-1)
FNE(2)=0.50*(1-SA*SA)
FNE(3)=0.25*(1-SA)*(1+EA)+0.25*(1-SA)*(-SA+EA-1)
FNE(4)=-EA*(1-SA)
FNE(5)=-0.25*(1-SA)*(1-EA)-0.25*(1-SA)*(-SA-EA-1)
FNE(6)=-0.50*(1-SA*SA)
FNE(7)=-0.25*(1+SA)*(1-EA)-0.25*(1+SA)*(SA-EA-1)
FNE(8)=-EA*(1+SA)
PX=FN(1)*X(1)+FN(2)*X(2)+FN(3)*X(3)+FN(4)*X(4)+FN(5)*X(5)+FN(6)*X(
*6)+FN(7)*X(7)+FN(8)*X(8)
PY=FN(1)*Y(1)+FN(2)*Y(2)+FN(3)*Y(3)+FN(4)*Y(4)+FN(5)*Y(5)+FN(6)*Y(
*6)+FN(7)*Y(7)+FN(8)*Y(8)
XS=FNS(1)*X(1)+FNS(2)*X(2)+FNS(3)*X(3)+FNS(4)*X(4)+FNS(5)*X(5)+FNS
*(6)*X(6)+FNS(7)*X(7)+FNS(8)*X(8)
XE=FNE(1)*X(1)+FNE(2)*X(2)+FNE(3)*X(3)+FNE(4)*X(4)+FNE(5)*X(5)+FNE
*(6)*X(6)+FNE(7)*X(7)+FNE(8)*X(8)
YS=FNS(1)*Y(1)+FNS(2)*Y(2)+FNS(3)*Y(3)+FNS(4)*Y(4)+FNS(5)*Y(5)+FNS
*(6)*Y(6)+FNS(7)*Y(7)+FNS(8)*Y(8)
YE=FNE(1)*Y(1)+FNE(2)*Y(2)+FNE(3)*Y(3)+FNE(4)*Y(4)+FNE(5)*Y(5)+FNE
*(6)*Y(6)+FNE(7)*Y(7)+FNE(8)*Y(8)
AJA=XS*YE-XE*YS
IF (AJA.EQ.0.0) AJA=1.0
XN(1)=(YE*FNS(1)-YS*FNE(1))/AJA
XN(2)=(YE*FNS(2)-YS*FNE(2))/AJA
XN(3)=(YE*FNS(3)-YS*FNE(3))/AJA
XN(4)=(YE*FNS(4)-YS*FNE(4))/AJA
XN(5)=(YE*FNS(5)-YS*FNE(5))/AJA
XN(6)=(YE*FNS(6)-YS*FNE(6))/AJA
XN(7)=(YE*FNS(7)-YS*FNE(7))/AJA
XN(8)=(YE*FNS(8)-YS*FNE(8))/AJA
YN(1)=(-XE*FNS(1)+XS*FNE(1))/AJA
YN(2)=(-XE*FNS(2)+XS*FNE(2))/AJA
YN(3)=(-XE*FNS(3)+XS*FNE(3))/AJA

```

```

YN(4)=(-XE#FNS(4)+XS#FNE(4))/AJA
YN(5)=(-XE#FNS(5)+XS#FNE(5))/AJA
YN(6)=(-XE#FNS(6)+XS#FNE(6))/AJA
YN(7)=(-XE#FNS(7)+XS#FNE(7))/AJA
YN(8)=(-XE#FNS(8)+XS#FNE(8))/AJA
GOTO 100
DO 275 L4=1,24
FC(L4)=0.0
275 CONTINUE
FC(3)=AJA#H1#H2#FN(1)*T
FC(6)=AJA#H1#H2#FN(2)*T
FC(9)=AJA#H1#H2#FN(3)*T
FC(12)=AJA#H1#H2#FN(4)*T
FC(15)=AJA#H1#H2#FN(5)*T
FC(18)=AJA#H1#H2#FN(6)*T
FC(21)=AJA#H1#H2#FN(7)*T
FC(24)=AJA#H1#H2#FN(8)*T
100 CONTINUE
DO 200 J=9,16
JJ=J-8
JJJ=J+8
B(1,J)=XN(JJ)
B(2,JJ)=-YN(JJ)
B(3,JJ)=-XN(JJ)
B(3,J)=YN(JJ)
B(4,JJ)=-FN(JJ)
B(4,JJJ)=YN(JJ)
B(5,J)=FN(JJ)
B(5,JJJ)=XN(JJ)
200 CONTINUE
RETURN
END

```

```

C   SUBROUTINA DE MULTIPLICACION DE MATRICES
      SUBROUTINE MULMAT (R,S,D,NRS,NCS,NCD)
      DIMENSION R(NRS,NCD),S(NRS,NCS),D(NCS,NCD)
      DO 100 I=1,NRS
      DO 200 J=1,NCD
      R(I,J)=0
      DO 300 K=1,NCS
      R(I,J)=R(I,J)+S(I,K)*D(K,J)
300  CONTINUE
200  CONTINUE
100  CONTINUE
      RETURN
      END

C   SUBROUTINA QUE MULTIPLICA UNA MATRIZ TRANSPUESTA
      POR UNA NO TRANSPUESTA.
C   SUBROUTINE MULTRA (R,S,D,NCS,NRS,NCD)
      SUBROUTINE MULTRA (R,S,D,NCS,NRS,NCD)
      DIMENSION R(NCS,NCD),S(NRS,NCS),D(NRS,NCD)
      DO 100 I=1,NCS
      DO 200 J=1,NCD
      R(I,J)=0
      DO 300 K=1,NRS
      R(I,J)=R(I,J)+S(K,I)*D(K,J)
300  CONTINUE
200  CONTINUE
100  CONTINUE
      RETURN
      END

C   SUBROUTINA QUE ENSAMBLA LA MATRIZ DE RIGIDEZES Y EL VECTOR "P".
      SUBROUTINE ENSPS(AKE,P,NEC,NC,IE,AK,FC,BMD)
      DIMENSION AKE(NEC),P(NC),AK(24,24),FC(24),IE(24),BMD(NC)
      DO 300 I=1,24
      IF(IE(I).LE.0)GOTO 300
      DO 310 J=1,24
      IF(IE(I).GT.IE(J))GOTO 310
      II=IE(I)
      JJ=IE(J)
      LI=BMD(JJ)-(JJ-II)
      AKE(LI)=AKE(LI)+AK(I,J)
310  CONTINUE
300  CONTINUE
      GOTO 500
      DO 400 I=1,24
      II=IE(I)
      IF(II.LE.0)GOTO 400
      P(II)=P(II)+FC(I)
400  CONTINUE
500  CONTINUE
      RETURN
      END

```

```

C   SUBROUTINA QUE CALCULA LAS FUERZAS EXTERNAS Y ENSAMBLA EL VECTOR
C   DE CARGAS.
SUBROUTINE FUEXP(CAR, NOCAR, P, NC, AID, NNOD)
DIMENSION CAR(4, NOCAR), P(NC), AID(3, NNOD)
DO 300 I=1, NOCAR
N1=INT(CAR(1, I))
I1=AID(1, N1)
I2=AID(2, N1)
I3=AID(3, N1)
IF(I1.LE.0)GOTO 300
IF(I2.LE.0)GOTO 300
IF(I3.LE.0)GOTO 300
P(I1)=P(I1)+CAR(2, I)
P(I2)=P(I2)+CAR(3, I)
P(I3)=P(I3)+CAR(4, I)
300 CONTINUE
RETURN
END

```

```

C   SUBROUTINA PARA RESOLVER SISTEMAS DE ECUACIONES POR EL
C   METODO DE GAUSS-CROUT UNIDIMENSIONAL.
C   ESTA SUBROUTINA SEPARA EL METODO EN DOS:
C   PROCESO DE TRIANGULACION Y DE SUSTITUCION.
SUBROUTINE SOLEC(AKE, P, BMD, NC, NEC)
DIMENSION AKE(NEC), BMD(NC), P(NC)
EXTERNAL TR, SU
CALL TR(AKE, BMD, NC, NEC)
CALL SU(AKE, P, BMD, NC, NEC)
RETURN
END

```

```

C SUBROUTINA QUE HACÉ EL PROCESO DE TRIANGULACION DEL METODO
C DE GAUSS-CROUT UNIDIMENSIONAL.
SUBROUTINE TR (A,BMD,N,NEA)
DIMENSION A(NEA),BMD(N)
IF (BMD(2).EQ.2) GOTO 100
A(2)=A(2)/A(1)
A(3)=A(3)-A(1)*A(2)*A(2)
100 CONTINUE
IF (N.EQ.2) GOTO 900
DO 600 J=3,N
JM=J-1
JJ=INT(BMD(J))
LJ=(INT(BMD(JM)))+1
JH=JJ-LJ
IF (JH.EQ.0) GOTO 600
MJ=J-JH
LL=INT(BMD(MJ))
A(LJ)=A(LJ)/A(LL)
LP=MJ+1
IF (JM.LT.LP) GOTO 350
DO 300 I=L,P,JM
XX=0.
KS=I-1
II=INT(BMD(I))
LI=(INT(BMD(KS)))+1
IH=II-LI
IF (IH.LE.0) GOTO 250
MI=I-IH
IF (MI.GT.MJ) GOTO 321
KI=MJ
GOTO 322
321 CONTINUE
KI=MI
322 DO 200 K=KI,KS
IK=K-MI+LI
KJ=K-MJ+LJ
KK=INT(BMD(K))
XX=XX+A(KK)*A(IK)*A(KJ)
200 CONTINUE
250 IQ=I-MJ+LJ
A(IQ)=(A(IQ)-XX)/A(II)
300 CONTINUE
350 XX=0.
KS=JN
KI=MJ
DO 400 K=KI,KS
KJ=K-MJ+LJ
KK=INT(BMD(K))
XX=XX+A(KK)*A(KJ)*A(KJ)
400 CONTINUE
A(JJ)=A(JJ)-XX
600 CONTINUE
900 CONTINUE
RETURN
END

```

C SUBROUTINA QUE HACE EL PROCESO DE SUSTITUCION DEL METODO DE
 C GAUSS-CROUT UNIDIMENSIONAL.

```

SUBROUTINE SU (A,B,BMD,N,NEA)
DIMENSION A(NEA),B(N),BMD(N)
DO 200 I=2,N
  XX=0.
  IJ=I-1
  KI=(INT(BMD(IJ)))+1
  KS=(INT(BMD(I)))-1
  IF ((KS-KI).LT.0) GOTO 250
  II=I+INT(BMD(IJ)-BMD(I))
  DO 300 K=KI,KS
    II=II+1
    XX=XX+A(K)*B(II)
  300 CONTINUE
  250 CONTINUE
  B(I)=B(I)-XX
  200 CONTINUE
  DO 400 I=1,N
    KA=BMD(I)
    B(I)=B(I)/A(KA)
  400 CONTINUE
  NN=N
  NM=N-1
  NNI=NN-1
  II=INT(BMD(NNI))
  KI=(NN+1)-INT((BMD(NN)-BMD(NNI)))
  KS=NN-1
  IF ((KS-KI).LT.0) GOTO 480
  DO 440 K=KI,KS
    II=II+1
    B(K)=B(K)-A(II)*B(NN)
  440 CONTINUE
  480 CONTINUE
  NN=NN-1
  500 CONTINUE
  RETURN
  END

```

```

C   SUBROUTINA QUE IMPRIME EL VECTOR DE DESPLAZAMIENTOS
C   DE LA ESTRUCTURA EN PANTALLA Y EN PAPEL.
SUBROUTINE IMPDES (P,NC,NNOD,GUESS,ARC,AID)
CHARACTER GUESS*10,ARC*7
DIMENSION P(NC)
DIMENSION AID(3,NNOD)
GUESS(10:9+1)='4'
OPEN(4,FILE=GUESS,STATUS='NEW')
WRITE(4,9820)
WRITE(*,9820)
9820 FORMAT(/,9X,'ANALISIS DE PLACAS POR EL ELEMENTO FINITO')
WRITE(4,9810)ARC
WRITE(*,9810)ARC
9810 FORMAT(/,/,/,7X,'RESULTADOS DE LA PLACA DEL ARCHIVO : (' ,A7,')')
WRITE(4,9808)
WRITE(*,9808)
9808 FORMAT(/,/,17X,'DESPLAZAMIENTOS DE LA ESTRUCTURA')
WRITE(4,9806)
WRITE(*,9806)
9806 FORMAT(/,2X,'NUDO No.      En X      En Y      En Z'
*)
WRITE(4,9804)
WRITE(*,9804)
9804 FORMAT(2X,'          (mts)      (mts)      (mts)',/
*)
DO 400 J=1,NNOD
DO 450 I=1,3
IF(AID(I,J).LE.0)GOTO 450
KDE=AID(I,J)
AID(I,J)=P(KDE)
450 CONTINUE
WRITE(*,1000)J,AID(1,J),AID(2,J),AID(3,J)
WRITE(4,1000)J,AID(1,J),AID(2,J),AID(3,J)
400 CONTINUE
1000 FORMAT(2X,15,4X,E13.6,3X,E13.6,3X,E13.6)
CLOSE(4)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE ELMEC(NEL,F,NEC,NGL)
C  CALCULO MECANICO
EXTERNAL LEEDIS,MUMAT
DIMENSION UE(24),SE(5,24),SIG(5),SIP(1),P(NEC)
COMMON/RIGEP/IE(24),R(24,24),PP(24),S(25,24),X6(5),Y6(5)
DATA NDDOS/6/,IADB/10/,NPG/5/
N2=NEL*NDDOS
N3=2*NEL-1
REWIND IADB
IF(NEL.EQ.3)WRITE(*,6020)
DO 600 N=1,NEL
CALL LEEDIS(IE)
DO 300 J=1,N2
K=IE(I)
IF(K.LE.0)GOTO 200
UE(I)=P(K)
GOTO 300
200 CONTINUE
UE(I)=0.0
300 CONTINUE
DO 400 NN=1,NPG
PP=N3*(NN-1)
DO 350 J=1,N3
K=PP+1
DO 350 J=1,N2
SE(I,J)=S(K,J)
350 CONTINUE
CALL MUMAT(SE,UE,SIG,N3,N2,1)
WRITE(*,6000)N,NN,X6(NN),Y6(NN),SIG
400 CONTINUE
600 CONTINUE
RETURN
6000 FORMAT(2X,2I4,1X,2F8.2,1X,3F6.2,1X,4F8.2)
6020 FORMAT(2X,'ELEMENTOS MECANICOS (TON-M)',/,
1/,2X,'ELEMENTOS',2X,'COORDENADAS * MOMENTOS * CORT
* A N T E S *',/,2X,'No.',10X,'X(M)',3X,'Y(M)',6X,'MX',6X,'MY',6X,'
*MX*',6X,'OY',6X,'OY',/)
END

```