

AGRADECIMIENTOS

Hay un sin fin de personas a quien agradecer por su apoyo brindado, por su amistad y por sus enseñanzas. A todas ellas mi más sincero agradecimiento.

A Dios:

Por darme la oportunidad de vivir y estar siempre a mi lado.

Al Director Académico del Centro Interdisciplinario de Posgrados de la UPAEP:

Dr. José Pablo Nuno de la Parra

Gracias por apoyo, por su amistad y sus consejos, para que pudiera estudiar y terminar mis estudios de doctorado

A mi asesor de la Tesis:

Dr. Carlos Arturo Graciós Marín

Gracias por el apoyo para la dirección de esta tesis, así como por enseñanzas y sus consejos.

A mi coasesor de la Tesis:

Dr. Eloy Martines Leal

Gracias por el apoyo y su amistad para la realización de esta tesis.

A la Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla (U.P.A.E.P.)

Por ser la Institución que me dio la oportunidad de estudiar el Doctorado en Sistemas Integrados de Manufactura y Estrategias de Calidad, así como por la beca que se me otorgo, que sin ella no hubiera sido posible terminar mis estudios, gracias.

Al Instituto Tecnológico de Puebla (I.T.P.)

Por ser la Institución donde trabajo y me desarrollo profesionalmente.

DEDICATORIAS

A mi familia: Mi esposa Nora Ivonne Rosas Leal y mis hijos David Azahel y Lourdes Anaís Hernández Rosas.

A mis padres: Nicolás Hernández Vargas y Delia Zárate Ramírez.

A mis hermanos: Nicolás, Miguel Ángel y Víctor Manuel Hernández Zárate.

A todos ellos quiero agradecerles por el apoyo que siempre me han brindado a lo largo de toda mi vida, por su gran cariño e intenso amor que siempre me han tenido, a ellos les dedico este humilde trabajo con todo mi amor, cariño y respecto.



UPAEP – Secretaría General

Dirección General de Apoyos Académicos

Dirección del Centro de Recursos para el Aprendizaje y la Investigación.

Biblioteca Central - **Karol Wojtyla**

Tesis Digitales Restricciones de uso:

DERECHOS RESERVADOS ©

PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de textos, imágenes, gráficas, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente de donde la obtuvo mencionando el autor o autores involucrados en el documento.

Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

RESUMEN

En este trabajo se presentan diversos métodos para la atenuación de vibraciones mecánicas en sistemas dinámicos aplicando métodos basados en la disipación de energía.

Se realiza un análisis comparativo entre las diversas técnicas investigadas como son: control pasivo, control activo y finalmente se propone una nueva estrategia de control adaptable.

Se hace un análisis del diseño de un absorbedor lineal de vibraciones mecánicas tipo masa-resorte-amortiguador para determinar los valores de sus parámetros de tal forma que en una frecuencia de excitación la amplitud del sistema sea mínima y se tenga una banda de frecuencias de atenuación alrededor de está, para un nivel de atenuación dado.

Se muestra que existe un valor de amortiguamiento del absorbedor en donde las amplitudes máximas del sistema son mínimas. Para poder extender la capacidad de un absorbedor de atenuar las vibraciones para cualquier frecuencia de excitación, es necesario emplear estrategias de control activo, las cuales a diferencia de la absorción pasiva, utilizan la información de sensores para aplicar un esquema de control de retroalimentación o prealimentación, mejorando el desempeño del sistema ante vibraciones externas, para lo cual se proponen varios controladores que permitan disipar las vibraciones para cualquier frecuencia de excitación.

El control adaptable que se propone se basa en un algoritmo de entrenamiento de redes neuronales de dos capas bajo el esquema de retro propagación del error para lograr una mejor y más rápida atenuación de las vibraciones mecánicas.

El análisis comparativo se realizó mediante simulaciones exhaustivas de modelos obtenidos empleando Matlab© 7.0.

INDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS.....	1
RESUMEN.....	2
INDICE GENERAL.....	3
INDICE DE TABLAS.....	4
INDICE DE FIGURAS.....	6
SIMBOLOGIA.....	8
CAPITULO 1 INTRODUCCION.....	10
Introducción.....	10
Antecedentes.....	11
1.1 Establecimiento de la oportunidad o problemática.....	11
1.2 Justificación del estudio.....	12
1.3 Objetivo central de la tesis.....	12
1.4 Alcance de la tesis.....	13
1.5 Preguntas de investigación.....	13
1.6 Impacto esperado.....	13
1.7 Definición de términos.....	13
1.8 Organización del estudio.....	14
CAPITULO 2 REVISIÓN DE LA LITERATURA.....	15
2.1 Introducción.....	15
2.2 Reseña Histórica.....	16
2.2.1 Absorbedores pasivos de vibración.....	16
2.2.2 Absorbedores de vibraciones adaptativos.....	17
2.2.3 Absorbedores de vibraciones activos.....	19
CAPITULO 3 METODOLOGÍA DE LA TESIS.....	22
3.1 Metodología de la tesis.....	22
3.2 Metodología de análisis.....	22
3.3 Metodología de validación.....	23
CAPITULO 4	
DESARROLLO DE LA CONTRIBUCIÓN CENTRAL DE LA TESIS.....	25
4.1 Vibraciones en sistemas mecánicos.....	25
4.2 Técnicas de atenuación de vibraciones.....	25
4.3 Definición del problema.....	26
4.4 Absorción Pasiva de Vibraciones.....	28
4.4.1 Respuesta de un Sistema Mecánico Vibratorio.....	28
4.4.2 Diseño de un Absorbedor de Vibraciones.....	31
4.4.3 Respuesta del Sistema con un Absorbedor de Vibraciones.....	31
4.4.4 Absorbedor sin Amortiguamiento.....	36
4.4.5 Absorbedor con Amortiguamiento.....	40
4.5 Absorción Activa de Vibraciones.....	42
4.5.1 Modelo Matemático.....	43
4.5.2 Control basado en la Sintonización del Absorbedor.....	43
4.5.3 Control basado en Planitud Diferencial.....	44
4.5.4 Control basado en Pasividad.....	46

4.5.5	Control PI Generalizado.....	49
4.5.6	Control por Modos Deslizantes basado en Planitud Diferencial...	52
4.5.7	Control LQR.....	53
4.5.8	Algoritmos PID discretos.....	53
4.5.9	Versión profesional del algoritmo PID.....	55
4.5.10	Filtraje de variables.....	57
4.5.11	Ajustes de los parámetros de reguladores PID discretos.....	60
4.5.12	PID auto-ajustables.....	61
4.5.13	PID auto-ajustable basado en un margen de fase prefijado.....	61
4.5.14	PID autoajustable basado en asignación de polos.....	64
4.5.15	Enfoque heurístico para la realización de un PID auto-ajustable..	65
4.6	Control Inteligente.....	69
4.6.1	Redes Neuronales Artificiales.....	70
4.6.1.1	Método de Control Directo (MCD).....	71
4.6.1.2	Método de Control Indirecto (MCI).....	73
4.6.2	Control Neuronal Auto-ajustable.....	74
CAPITULO 5 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS.....		80
5.1	Introducción.....	80
5.2	Sistema mecánico vibratorio con control pasivo.....	80
5.2.1	Resultados en Simulación para un Sistema con Absorbedor de Vibraciones sin Amortiguamiento.....	80
5.2.2	Resultados en Simulación para un Sistema con Absorbedor de Vibraciones con Amortiguamiento.....	82
5.3	Sistema mecánico vibratorio con control activo.....	84
5.3.1	Resultados en Simulación para un Sistema usando Control basado en la Sintonización del Absorbedor.....	84
5.3.2	Resultados en Simulación para un Sistema usando Control basado en Planitud Diferencial.....	86
5.3.3	Resultados en Simulación para un Sistema usando Control basado en Pasividad.....	88
5.3.4	Resultados en Simulación para un Sistema usando Control PI Generalizado.....	90
5.3.5	Resultados en Simulación para un Sistema usando Control por Modos Deslizantes basado en Planitud Diferencial.....	91
5.3.6	Resultados en Simulación para un Sistema usando Control LQR..	94
5.4	Sistema mecánico vibratorio con control activo PID-neuronal.....	97
IMPLEMENTACIÓN Y VALIDACIÓN DE LA TESIS.....		99
CONTRIBUCIONES ORIGINALES DE LA TESIS.....		99
IMPACTO SOCIAL DE LA TESIS.....		100
Parte humana.....		100
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....		102
Trabajo futuro.....		102
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....		103

ANEXOS.....	104
Anexo A: Reporte del control Neuro-PID aplicado a un absorbedor de vibraciones.....	104
Anexo B: Programa para calcular la respuesta de un sistema mecánico con absorbedor de 2 grados de libertad.....	109
CONFERENCIA(S) Y ARTICULO(S) PRESENTADOS O POR PRESENTAR DE LA TESIS.....	110
Conferencia.....	110
Artículo (Publicación) presentado.....	111

INDICE DE TABLAS

Tabla 4.1 Reguladores discretos.....	60
--------------------------------------	----

INDICE DE FIGURAS

Capítulo 3

Fig. 3.1 Método para el desarrollo de prototipos mecatrónicos.....	23
Fig. 3.2 Desarrollo del control adaptable neuronal.....	24

Capítulo 4

Fig. 4.1 Principio del control de vibraciones.....	26
Fig. 4.2 Diagrama esquemático de un sistema mecánico vibratorio con un Absorbedor de vibración.....	27
Fig. 4.3 Respuesta en frecuencia del sistema mecánico con un absorbedor de vibración pasivo tipo masa-resorte.....	28
Fig. 4.4 Diagrama esquemático de un sistema mecánico vibratorio.....	29
Fig. 4.5 Efecto del amortiguamiento en la ganancia del sistema.....	30
Fig. 4.6 Diagrama esquemático de un sistema mecánico vibratorio con un Absorbedor de vibración pasivo.....	32
Fig. 4.7 Efecto de ζ_1 en la respuesta del sistema primario.....	35
Fig. 4.8 Efecto de λ en la respuesta del sistema primario.....	35
Fig. 4.9 Efecto de ζ_2 en la respuesta de sistema primario.....	36
Fig. 4.10 Respuesta en frecuencia normalizada del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración.....	38
Fig. 4.11 Efecto de μ en la banda de atenuación.....	38
Fig. 4.12 Banda de atenuación en función de γ y μ	39
Fig. 4.13 Diagrama esquemático del sistema mecánico vibratorio con un absorbedor de vibración activo.....	43
Fig. 4.14 Neurona artificial.....	70
Fig. 4.15 Clasificación de las redes neuronales.....	71
Fig. 4.16 Método de control directo.....	72
Fig. 4.17 Método de control indirecto.....	73
Fig. 4.18 Método de control combinado.....	74
Fig. 4.19 Regulador neuronal auto-ajutable.....	75
Fig. 4.20 Red neuronal.....	75

Capítulo 5

Fig. 5.1 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor pasivo con $\omega_2 = 10$ rad/s y $c_2 = 0$, para $f(t) = 2 \sin(10t)$ [N].....	81
Fig. 5.2 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor pasivo con $\omega_2 = 10$ rad/s y $c_2 = 0$, para $f(t) = 2 \sin(8t)$ [N].....	81
Fig. 5.3 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor pasivo con $\omega_2 = 10$ rad/s y $c_2 = 0$, para $f(t) = 2 \sin(12.48t)$ [N].....	82
Fig. 5.4 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor pasivo con $\omega_2 = 10$ rad/s y $c_2 = c_{2opt}$, para $f(t) = 2 \sin(10t)$ [N].....	83
Fig. 5.5 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor pasivo con $\omega_2 = 10$ rad/s y $c_2 = c_{2opt}$, para $f(t) = 2 \sin(7.22t)$ [N].....	83

Fig. 5.6 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor pasivo con $\omega_2 = 10$ rad/s y $c_2 = c_{2opt}$, para $f(t) = 2 \sin(10.646t)$ [N].....	84
Fig. 5.7 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado mediante la sintonización del absorbedor, para $f(t) = 2\sin(8t)$ [N].....	85
Fig. 5.8 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado mediante la sintonización del absorbedor, para $f(t) = 2\sin(8t)$ [N].....	86
Fig. 5.9 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado mediante planitud diferencial, para $f(t) = 2 \sin(8.0109t)$ [N].....	87
Fig. 5.10 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado mediante planitud diferencial, para $f(t) = 2 \sin(12.483t)$ [N].....	87
Fig. 5.11 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado mediante planitud diferencial, para $f(t) = 2 \sin(8.0109t)$ [N] + $2 \sin(12.483t)$ [N].....	88
Fig. 5.12 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado por pasividad, para $f(t) = 2 \sin(8.0109t)$ [N]....	89
Fig. 5.13 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado por pasividad, para $f(t) = 2 \sin(12.483t)$ [N]....	89
Fig. 5.14 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado por pasividad, para $f(t)=2\sin(8.0109t)$ [N]+ $2\sin(12.483t)$ [N].....	90
Fig. 5.15 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado GPI y planitud diferencial, para $f(t) = 2 \sin(8.0109t) + 2 \sin(10t)$ [N].....	91
Fig. 5.16 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado métodos deslizantes, para $f(t)=2\sin(10t)$ [N].....	92
Fig. 5.17 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado por pasividad, para $f(t) = 2\sin(8.0109t)$ [N].....	92
Fig. 5.18 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado por modos deslizantes, para $f(t) = 2 \sin(12.483t)$ [N].....	93
Fig. 5.19 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado por modos deslizantes, para $f(t) = 2 \sin(8.0109t)$ [N] + $2 \sin(12.483t)$ [N].....	93
Fig. 5.20 Respuesta en frecuencia del sistema en lazo cerrado.....	94
Fig. 5.21 Respuesta del sistema en lazo cerrado con controlador LQR, para $f(t)= 2 \sin(10t)$ [N].....	95
Fig. 5.22 Respuesta del sistema en lazo cerrado con controlador LQR, para $f(t) = 2 \sin(7.9929t)$ [N].....	95
Fig. 5.23 Respuesta del sistema en lazo cerrado con controlador LQR, para $f(t) = 2 \sin(12.493t)$ [N].....	96
Fig. 5.24 Respuesta del sistema en lazo cerrado con controlador LQR, para $f(t) = 2 \sin(7.9929t) + 2 \sin(12.493t)$ [N].....	96
Fig. 5.25 Atenuación de la vibración usando un valor de η alto.....	97
Fig. 5.26 Atenuación de la vibración usando un valor de η bajo.....	98

SIMBOLOGIA

c_1	= Amortiguamiento viscoso del sistema primario
c_2	= Amortiguamiento viscoso del absorbedor
c_{c1}	= Constante de amortiguamiento crítico del sistema primario
c_{c2}	= Constante de amortiguamiento crítico del absorbedor
f	= Fuerza de perturbación armónica
g	= Relación de frecuencias forzadas
k_1	= Rígidez del sistema primario
k_2	= Rígidez del absorbedor (sistema secundario)
m_1	= Masa del sistema primario
m_2	= Masa del absorbedor (sistema secundario)
x_1	= Posición de la masa m_1
x_2	= Posición de la masa m_2
u	= Entrada de control
z	= Variable de estado
H_1	= Energía en estado estable del sistema primario
H_2	= Energía en estado estable del absorbedor
P_1	= Energía Potencial del sistema primario
P_2	= Energía Potencial del absorbedor
T_1	= Energía Cinética del sistema primario
T_2	= Energía Cinética del absorbedor
ω_n	= Frecuencia natural
ω_1	= Frecuencia natural no amortiguada desacoplada del sistema primario
ω_2	= Frecuencia natural no amortiguada desacoplada del absorbedor
μ	= Relación de masas

δ_{st} = Deflexión del sistema primario bajo la fuerza F_0

λ = Relación de frecuencias naturales desacopladas

ζ_1 = Relación de amortiguamiento del sistema primario

ζ_2 = Relación de amortiguamiento del absorbedor

γ = Nivel de atenuación deseado

Ω_1 = Frecuencia de resonancia del sistema primario

Ω_2 = Frecuencia de resonancia del absorbedor

CAPITULO 1 INTRODUCCION

Introducción

Las vibraciones se presentan en muchos aspectos de nuestra vida. En el cuerpo humano, por ejemplo, hay oscilaciones de baja frecuencia en los pulmones y en el corazón, oscilaciones de alta frecuencia en el oído, oscilaciones en la laringe cuando una persona habla y oscilaciones que son inducidas por el ritmo de los movimientos corporales al caminar, saltar o bailar. Muchos sistemas creados por el hombre también experimentan o producen vibraciones. Por ejemplo, cualquier desequilibrio en las máquinas que poseen partes giratorias, como ventiladores, separadores centrífugos, lavadoras, tornos, bombas centrífugas, prensas rotatorias y turbinas, ocasionan vibraciones. Para estas máquinas, las vibraciones son indeseables [1].

Los edificios y las estructuras experimentan vibraciones debido a la operación de maquinaria; el paso de los vehículos, aviones o trenes; o bien, debido a los fenómenos naturales como sismos y vientos. Los puentes peatonales y los pisos en los edificios experimentan también vibraciones debido al movimiento que los individuos causan al pasar sobre ellos. En los sistemas estructurales, los esfuerzos fluctuantes ocasionados por las vibraciones pueden generar fallas por fatiga. Las vibraciones son también indeseables cuando se efectúan mediciones con instrumentos de precisión, por ejemplo, un microscopio electrónico, o cuando se fabrican sistemas microelectromecánicos. En el diseño de vehículos, el ruido que ocasionan los paneles vibratorios se tienen que reducir. Las vibraciones pueden ser causantes de sonidos desagradables, llamados ruidos, pero también son las que generan la música que escuchamos [1].

Asimismo, las vibraciones son beneficiosas, como en los relojes atómicos que se basan en las vibraciones atómicas, alimentadas de partes vibratorias, mezcladoras de pintura, instrumentos ultrasónicos que se utilizan en intervenciones quirúrgicas del ojo y otras partes del cuerpo humano, en sierras y alarmas, en la determinación de las propiedades fundamentales de películas delgadas a partir del conocimiento de las vibraciones atómicas.

La presencia de ruido y vibraciones indeseables en maquinaria es común en numerosas aplicaciones industriales. Generalmente este tipo de señales son resultado de elementos desequilibrados en movimiento, y por acoplamientos y transmisión de fuerzas entre varios sistemas dinámicos. Hoy en día, los problemas de vibración estructural presentan una mayor complejidad y limitaciones de diseño. Primero hay un número de estructuras, de alabes de turbinas como puentes suspendidos, por lo que la integridad estructural es de principal interés, y por que un conocimiento completo y preciso de las características dinámicas es esencial. Además, aun hay un extenso grupo de componentes o ensambles ya que la vibración esta relacionada directamente al rendimiento, o en virtud de causar mal funcionamiento temporal durante el movimiento excesivo o por crear perturbación o molestia, incluyendo el ruido. Para todos estos ejemplos, es

importante que los niveles de vibración encontrados en el servicio o funcionamiento se prevean y se lleven bajo un control satisfactorio.

La respuesta dinámica de estructuras mecánicas y civiles sujetas a altas amplitudes de movimiento son algunas veces peligrosas e indeseables. La forma más perjudicial de estos movimientos es oscilatoria; con esto se provoca un movimiento vibratorio. Todos los sistemas mecánicos están sujetos a varias condiciones que pueden resultar en un movimiento vibratorio. Estas vibraciones la mayoría de las veces, forzan al material a la fatiga, daños y fallas estructurales, deterioro del desempeño del sistema, e incremento en el nivel de ruido. Estos efectos son usualmente prominentes alrededor de la frecuencia natural del sistema. Tales vibraciones no pueden ser toleradas, y por lo tanto, el desarrollo de una estrategia para reducir estas vibraciones ha sido en lo que mayormente se ha enfocado el campo de investigación actual.

Hay dos métodos primarios fundamentales de protección de vibraciones. Estos son: el aislamiento de la vibración y la absorción de la vibración. Otros métodos incluyen modificar el propio sistema vibrante para acomodarse a un nuevo entorno de perturbaciones. Sin embargo, este método es indeseable pues modifica las condiciones internas lo cual es difícil de realizar.

Antecedentes

El problema de atenuar o reducir el ruido y las vibraciones que afectan a un sistema mecánico se puede abordar de dos formas diferentes: modificar la estructura física del sistema empleando técnicas de amortiguamiento pasivo (control pasivo) o utilizar la información de sensores para aplicar un esquema de control retroalimentado y/o prealimentado (control activo).

Los métodos de control pasivo son efectivos para un rango limitado de frecuencias de excitación. Se basan en agregar masa, rigidez y amortiguamiento al sistema, mediante el análisis de la respuesta de la frecuencia del sistema en lazo abierto, lo que da como resultado sistemas con altas pérdidas de energía, pesados y con una elevada fuerza de transmisión a los soportes. Por consiguiente, carecen de robustez ante incertidumbres o cambio en los parámetros del sistema. Además de que su diseño no considera el estado transitorio, en donde ocurre la máxima transferencia de energía, pudiéndose producir desplazamientos elevados que pueden dañar el sistema.

1.1 Establecimiento de la oportunidad o problemática

Una estrategia de control pasivo consiste en acoplar al sistema mecánico otro sistema de menor peso y tamaño, al que se le conoce con el nombre de absorbedor de vibraciones, el cual permite disipar vibraciones armónicas en un rango limitado de frecuencias de excitación, sin utilizar ninguna fuente de energía externa. El diseño más eficiente de un absorbedor consiste en la selección adecuada de los valores de sus parámetros de tal forma que en una frecuencia de excitación la amplitud del sistema sea mínima

(frecuencia de sintonización del absorbedor) y se tenga la máxima banda de frecuencias de atenuación alrededor de ésta. Actualmente existen varias propuestas de absorbedores de vibración pasivos, en todas ellas el objetivo es aumentar su banda de frecuencias de atenuación. Sin embargo, esta banda es insuficiente cuando la frecuencia de excitación no es fija.

El control activo pretende eliminar estas desventajas. Actualmente existen varios trabajos de control activo de vibraciones, en donde se diseñan controladores que solo son efectivos para frecuencias no resonantes, lo que carece de interés, ya que el sistema por si mismo es capaz de disipar este tipo de vibraciones. Además de que no aprovechan las propiedades estructurales del sistema, las cuales, desde un punto de vista puramente teórico, permiten el análisis y el diseño de esquemas de control más apropiados y eficientes que los obtenidos para sistemas de control general.

1.2 Justificación del estudio

Por todo lo anterior, podemos decir que no existe actualmente una solución general y eficiente al problema de PID neuronal que produzca atenuación de vibraciones mecánicas en un amplio rango de frecuencias resonantes. Fundamentalmente los enfoques por explorar, en el contexto del análisis y control de vibraciones, son: Control PID generalizado, Técnicas pasivas por retroalimentación y Técnicas de control para sistemas descritos con ecuaciones de Euler-Langrange o Hamiltonianas. La solución que se propone al problema de atenuación de vibraciones consiste en acoplar al sistema mecánico vibratorio un absorbedor de vibración activo que permita disipar de manera más eficiente las vibraciones indeseables.

1.3 Objetivo central de la tesis

El objetivo principal de la tesis es desarrollar un análisis comparativo por medio de simulaciones para la atenuación de vibraciones mecánicas usando un control activo autoajutable.

Los objetivos específicos de la tesis son:

- Realizar el análisis y la simulación de las diversas técnicas de atenuación de vibraciones en sistemas mecánicos existentes.
- Aplicar el método de desarrollo de proyectos mecatrónicos para la propuesta de un nuevo modelo matemático para la atenuación de vibraciones mecánicas para un amplio rango de frecuencias usando la estrategia de control inteligente PID neuronal.
- Realizar simulaciones comparativas para validar la mejora del desempeño en un sistema mecánico.

1.4 Alcance de la tesis

La realización de este trabajo de investigación pretende hacer un análisis del problema de atenuación de vibraciones en un sistema mecánico usando un absorbedor de vibración lineal tanto pasivo como activo del tipo masa-resorte-amortiguador. Así también se pretende hacer simulaciones con un absorbedor lineal activo tipo masa-resorte-amortiguador usando PID y PID-neuronal describiendo a ambos mediante variables de estado.

El software propuesto para el análisis y la simulación de los sistemas es MATLAB© versión 7 donde los dominios de evaluación se realizarán en función de transferencia en Laplace y su representación en Gráficas de Bode y análisis espectral de frecuencias.

1.5 Preguntas de investigación

- ¿Se pueden reducir las vibraciones de un sistema mecánico por medio de un absorbedor usando un control activo auto-ajustable?
- ¿Es posible hacer una selección adecuada de los valores de los parámetros de un absorbedor pasivo de vibraciones mecánicas?
- ¿Es posible modificar la estructura física de un sistema mecánico empleando técnicas de amortiguamiento pasivo (control pasivo) para reducir el efecto de las vibraciones mecánicas sobre un sistema Masa-Resorte-Amortiguador?
- ¿Es posible utilizar la información de sensores para aplicar un esquema de control retroalimentado (control activo) para reducir el efecto de las vibraciones mecánicas en el sistema bajo estudio?
- ¿Cómo se puede lograr que la amplitud de las ondas vibratorias del sistema mecánico sea mínima?
- ¿Cómo se puede aumentar la banda de frecuencias de atenuación de un absorbedor de vibraciones?

1.6 Impacto esperado

El impacto del proyecto es el desarrollo de un análisis del problema de atenuación de vibraciones en un sistema mecánico usando un absorbedor de vibración lineal pasivo/activo tipo masa-resorte-amortiguador, así como hacer simulaciones usando PID y PID-neuronal para analizar las variables de estado utilizando Matlab.

1.7 Definición de términos

A continuación se muestran en esta parte los conceptos básicos necesarios para el análisis de las vibraciones:

Una vibración.- es un movimiento periódico de un cuerpo o sistemas de cuerpos interconectados que se desplazan desde una posición de equilibrio.

Vibración libre.- es aquella vibración que ocurre cuando el movimiento se mantiene debido a fuerzas de restauración gravitacionales o elásticas, como el movimiento oscilatorio de un péndulo o la vibración de una varilla elástica.

Vibración forzada.- es aquella vibración que es provocada por una fuerza externa periódica o intermitente que se aplica al sistema

El período de la vibración.- es el lapso de tiempo requerido para que el sistema realice un ciclo completo de movimiento.

La frecuencia: es el número de ciclos por una unidad de tiempo

Amplitud de la vibración: es el desplazamiento máximo del sistema a partir de su posición de equilibrio.

Frecuencia natural de vibración: es la frecuencia de vibración $\omega = \sqrt{k/m}$, la cual es una función de masa y de la rigidez del sistema.

La resonancia: ocurre cuando la frecuencia de la excitación es igual a la frecuencia natural del sistema cuando esto ocurre, la amplitud de la vibración aumentara indefinidamente y estará gobernada únicamente por la cantidad de amortiguamiento presente en el sistema. Por tanto la frecuencia natural del sistema debe de conocerse con el fin de evitar los efectos desastrosos producidos por una amplitud muy grande de vibración en resonancia.

1.8 Organización del estudio

La organización del estudio abarca los siguientes puntos:

- Búsqueda de información bibliográfica y del estado del arte con relación al tema de investigación.
- Análisis de aspectos teóricos de las vibraciones.
- Metodología a usar del tema de investigación.
- Análisis de modelos matemáticos para absorbedores de vibraciones.
- Capacitación en aspectos teóricos y prácticos del tema de investigación.
- Realizar pruebas y simulaciones en software de Matlab.

CAPITULO 2 REVISIÓN DE LA LITERATURA

2.1 Introducción

La respuesta dinámica de estructuras mecánicas y civiles sujetas a altas amplitudes de movimiento son algunas veces peligrosas e indeseables. La forma más perjudicial de estos movimientos es oscilatoria; con esto se provoca un movimiento vibratorio. Todos los sistemas mecánicos están sujetos a varias condiciones que pueden resultar en un movimiento vibratorio. Estas vibraciones la mayoría de las veces, forzan al material a la fatiga, daños y fallas estructurales, deterioro del desempeño del sistema, e incremento en el nivel de ruido. Estos efectos son usualmente prominentes alrededor de la frecuencia natural del sistema. Tales vibraciones no pueden ser toleradas, y por lo tanto, el desarrollo de una estrategia para reducir estas vibraciones ha sido en lo que mayormente se ha enfocado el campo de investigación actual.

Hay dos métodos primarios fundamentales de protección de vibraciones. Estos son: el aislamiento de la vibración y la absorción de la vibración. Otros métodos incluyen modificar el propio sistema vibrante para acomodarse a un nuevo entorno de perturbaciones. Sin embargo, este método es indeseable pues modifica las condiciones internas lo cual es difícil de realizar.

En el método de aislamiento de las vibraciones, el sistema original es dividido en dos partes, los cuales son conectados por medio de dispositivos mecánicos adicionales, tales como resortes y amortiguadores. Estos dispositivos son referidos como aisladores de vibraciones. Ejemplos comunes incluyen soportes de goma montados en la maquinaria y absorbedores de vibraciones para automóviles. Los aisladores son colocados entre la fuente de perturbación y el objeto que se desea proteger, o equivalentemente entre el objeto y la base del soporte.

El aislamiento reduce la magnitud de la fuerza transmitida desde el objeto vibrante hasta su base, o igualmente reduce el movimiento transmitido desde la base al objeto. Los aisladores filtran las vibraciones no deseadas arriba de las frecuencias particulares mediante la selección apropiada de la constante de rigidez del aislador.

De otra manera, otro sistema más es añadido al sistema original en la absorción de vibraciones. Así, otro grado de libertad es añadido al sistema. Estos parámetros del sistema añadido se escogen para causar un decremento en el nivel de vibración del sistema original. Estos sistemas añadidos son referidos como absorbedores de vibraciones. Los absorbedores de vibraciones reducen la vibración del sistema original por canalización de la energía hacia el absorbedor mismo. En los absorbedores clásicos de vibraciones, esta canalización de energía es manifestada como una deflexión en la masa del absorbedor. Mientras la amortiguación es esencial para un aislamiento para reducir el nivel de vibración en la resonancia, esto tiene como propósito final un absorbedor. Esto es causado porque el amortiguador reduce la cantidad de energía transferida hacia el absorbedor.

2.2 Reseña Histórica

Se hizo una revisión de la literatura enfocada en tres aspectos los cuales fueron: Primero se hizo una reseña histórica sobre los Absorbedores Pasivos de Vibraciones, luego sobre los Absorbedores Adaptativos de Vibraciones y finalmente se hizo una revisión sobre los Absorbedores Activos de Vibraciones.

2.2.1 Absorbedores Pasivos de Vibración

El concepto de un absorbedor de vibraciones fue primeramente observado por Watts (1883), cuando investigaba un método para reducir el efecto de deriva de vaivén de los barcos. Sin embargo, el primer diseño práctico de un absorbedor de vibraciones fue propuesto por Frahm (1909). Él diseñó un sistema de tanque con fluido para reducir el efecto de deriva de vaivén de los barcos. En su diseño, tanto en el sistema primario como en el absorbedor no tenían amortiguamiento. El absorbedor fue propuesto para ser usado en la frecuencia fundamental de resonancia de un sistema principal. En este caso, el absorbedor consiste de un simple sistema auxiliar de masa-resorte. Matemáticamente, esto podría ser fácilmente mostrado cuando la frecuencia natural del absorbedor es sintonizada con la frecuencia del sistema principal, la resultante de la amplitud de la vibración del sistema principal es reducida a cero. Sin embargo, este diseño solo es efectivo cerca de la frecuencia de resonancia del sistema primario. El acoplamiento del absorbedor introduce dos frecuencias de resonancia para los resultados de un sistema de dos grados de libertad. Estas dos frecuencias son localizadas en cualquier lado de la frecuencia de resonancia original. En realidad, esto nunca puede estar garantizado para que la frecuencia de operación quedara constante al momento de sintonizar la frecuencia. Por ejemplo, la variación en la velocidad de una máquina rotatoria es inevitable. En adición, para alcanzar la velocidad de operación, como igualmente al llegar a completar una parada, el sistema tiene que pasar a través de la primera frecuencia natural del sistema combinado. Esto inducirá un largo nivel transitorio de vibración.

Para remediar este problema, Ormondroyd y Den Hartog (1928) consideraron el caso de un amortiguador absorbedor de vibraciones acoplado al sistema primario. Esto resultó en un sistema efectivo sobre un rango de frecuencia extendido para reducir la respuesta a las dos frecuencias de resonancias del sistema combinado. Sin embargo, la respuesta de la frecuencia natural del sistema primario ya no puede ser reducida a cero. Por lo tanto, el intercambio existente entre la respuesta del sistema primario y la operación en el ancho de banda. Más tarde, Den Hartog (1956) y Snowdon (1968) describieron un método de optimización para las aplicaciones del ancho de banda para encontrar la sintonización óptima de la frecuencia y la razón de amortiguamiento. Este método es conocido como el método de igualador de picos, en el cual establece una banda de frecuencia, los dos valores máximos de la amplitud de cualquiera de los dos lados de la frecuencia natural del sistema primario son iguales. Puksand (1975) aplicó el mismo criterio para el caso más general de una variación de la amplitud de la fuerza, tal como el

desbalanceo de maquina rotativa. Soom y Lee (1983) examinaron otro criterio de optimización (funciones objetivos) otro que minimizará la amplitud máxima. Algunos de los criterios examinados incluyeron la minimización de parte de la respuesta de la frecuencia donde ahí una amplificación del movimiento, minimizando la velocidad máxima, y minimizando el promedio cuadrado de la respuesta de los desplazamientos para la excitación del ruido. Un mejor comportamiento del ancho de banda fue obtenido, pero a costa de una amplitud máxima permisible. Semercigil, Lammers, y Ying (1992) sugirieron introducir un efecto de amortiguamiento dentro del absorbedor para controlar las excesivas vibraciones del sistema primario. La energía transmitida hacia al absorbedor desde el sistema primario es disipada a través del impacto entre la masa del absorbedor (masa secundaria) y el choque del amortiguador. Con esta modificación del absorbedor de vibración sintonizable convencional, se obtienen atenuaciones significativas en el desplazamiento de la estructura primaria dentro de un rango amplio de frecuencias. Sin embargo, hay dos principales defectos de este sistema. Primero, esto no es efectivo cuando el sistema primario ha tenido un significativo amortiguamiento inherente. Segundo, el choque entre el impacto del amortiguador y las fronteras produce localmente grandes esfuerzos y, por lo tanto, tiene un efecto catastrófico sobre el absorbedor mismo.

Todo lo mencionado arriba acerca de los absorbedores de vibraciones es sobre dispositivos pasivos. La energía de las vibraciones es absorbida sin necesidad de una energía de una fuerza externa. Sin embargo, los absorbedores pasivos son efectivos solo cuando la frecuencia de sintonización y el amortiguamiento son apropiados para las condiciones particulares de operación. Tales condiciones son frecuentemente variables del tiempo y, por lo tanto, los absorbedores pasivos están a menudo desintonizados (fuera de la frecuencia de sintonización). Esto causa que tales absorbedores pierdan efectividad e igualmente amplifiquen el nivel de vibración en el cambio de atenuación de este. Unas alternativas para el control de vibraciones pasivo son incluidas como estrategias de control adaptativo (semi-activo) y activo.

2.2.2 Absorbedores de vibraciones adaptativos

El control adaptativo de vibraciones incluye la incorporación de material conocido del controlable comportamiento dentro del sistema, y así sintonice la respuesta del sistema para lograr bajar el nivel de vibración. Así, esto puede llegar a ser posible para el sistema (o estructura) para adaptarse a un medio variable en el interés de optimizar continuamente para su desempeño. Si, en adición, el sistema es modificado para incluir sensores y con capacidad de control por retroalimentación, entonces el resultado es un sistema material inteligente. En términos generales, tales sistemas o estructuras son aquellos que puedan sensar externamente algún estímulo y reaccionar en una manera apropiada a fin de optimizar y encontrar un criterio de desempeño pre-especificado.

El control adaptativo de vibraciones fue ideado con el propósito como una alternativa menos cara para completar el control activo de vibraciones. Tanto los requerimientos de energía como los costos son generalmente menos.

Una reciente revisión de absorbedores sintonizados adaptativos de vibraciones fue proveída por Von Flotow, Beard, y Bailey (1994) donde diferentes problemas relacionados para la implementación física de estos absorbedores fueron discutidos. La sintonización de un absorbedor de vibraciones pasivo para reducir las perturbaciones de las vibraciones requiere de un juego de la frecuencia natural del absorbedor para tales perturbaciones. Hollkamp y Starchville (1994) sugirieron un algoritmo de sintonización de búsqueda global.

Este método efectivamente puede escudriñar el rango de frecuencias del absorbedor y automáticamente sintonizar la frecuencia del absorbedor para lo cual produce una máxima reducción en el nivel de vibración del sistema principal. Sin embargo, este método es solo válido para una invariante frecuencia de excitación. Francheck, Ryan y Bernhard (1995) propusieron y sucesivamente implementaron un absorbedor de vibraciones adaptativo basado en un algoritmo sintonizador retroalimentado y en una variable de rigidez de un resorte helicoidal. El algoritmo de sintonización es robusto con respecto a la variación en los parámetros del absorbedor y la frecuencia de excitación. La meta del algoritmo sintonizador es minimizar una señal de C.D. (corriente directa), la cual es proporcionada por la respuesta del sistema principal, por el cambio de la rigidez del absorbedor. Usando un motor de C.D. para rotar el resorte helicoidal, el número efectivo de vueltas que pueden ser cambiadas, y por lo tanto, la rigidez del absorbedor es cambiado. Una deficiencia de este enfoque es que el rango de frecuencias de excitación tiene que ser conocido previamente en orden para diseñar la rigidez variable del resorte. Una atenuación máxima de la vibración de 24 dB (decibeles) fue obtenida en su verificación experimental. Otras variables para el diseño de la rigidez del resorte esta igualmente disponibles en la literatura. Ejemplos incluidos de un ajustable de un resorte dual de hojas (Mianzo, 1992), un mecanismo de posicionamiento del punto de apoyo variable (Margolis y Baker, 1992), y un campo magnético basado en la rigidez (Waterman, 1988).

Hoy, el más grande reto para usar esta clase de absorbedores de vibraciones adaptativo es diseñar un práctico y robusto absorbedor adaptativo. Generalmente, varias limitaciones, tales como el peso, el tamaño y el costo, complican el diseño de este tipo de absorbedores y les hace una aplicación dependiente. Este puede ser la principal razón porque los absorbedores adaptativos no son ampliamente usados como sus contrapartes activas y pasivas. Más aún como fue indicado por Von Flotow, Beard, y Bailey (1994), el rango de sintonización de esta frecuencia de resonancia así tan bien como la velocidad de sintonización son limitados porque involucran también muchos componentes mecánicos y eléctricos.

Otra clase de absorbedores de vibraciones pasivo incluyen el uso de circuitos piezoeléctricos en paralelo. Esto provee un simple, menos caro, y un acercamiento más práctico que los absorbedores pasivos modificados discutidos arriba. Numerosos investigadores sugieren el uso de tales absorbedores, tales como Hagood y Crawley (1989), Hagood y Von Flotow (1991), Browning y Wynn (1993), Hollkamp (1994), Agnes y Inman (1996), Davis, Lesieutre, y Dosch (1997), y Lesieutre (1998). El diseño de tales absorbedores consiste de un par de tiras piezoeléctricas unidas al sistema para

ser controlados y puestos en paralelo en un circuito resistencia-inductor. La resultante de la resonancia eléctrica puede ser sintonizada para acoplarse con la frecuencia primaria del sistema, lo cual resulta en una supresión de la vibración. Con esto, el circuito piezoeléctrico en paralelo actúa muy similarmente al tradicional absorbedor mecánico de vibraciones masa-amortiguador-resorte. Una simple ley de control puede ser usada para sintonizar el absorbedor, y por lo tanto puede ser adaptativo por incremento o decremento de la resonancia eléctrica.

2.2.3 Absorbedores de vibraciones activos

Una completa estrategia de controles activos envuelve usando actuadores de fuerza que requieren energía externa. La fuerza de actuación es usada para mejorar el nivel de absorción, y esto es tradicionalmente aplicada entre la masa del absorbedor y el sistema primario en paralelo al elástico (flexible) del elemento que soporta la masa del absorbedor. Este absorbedor activo es entonces controlado con diferentes algoritmos, haciéndolo más sensitivo a las perturbaciones en el sistema primario. Con el avance en las técnicas de control modernas, el control de vibración activo esta siendo más ampliamente utilizado que el absorbedor adaptativo o el absorbedor pasivo. En su forma más simple, el control activo consiste de sensores, circuitos electrónicos, y actuadores. El sensor alimenta el circuito electrónico (análogo o digital) con una señal (señal de retroalimentación) la cual es proporcional al nivel de vibración de la estructura primaria. La salida del circuito electrónico es la ley de actuación de fuerzas, la cual es alimentada dentro de los actuadores. Los actuadores, consecuentemente aplican una fuerza de oposición en la estructura primaria. Esta estrategia de control permite para ambas las mejores características de absorción y aplicaciones de banda ancha. Ciertos materiales que pueden experimentar cambios volumétricos bajo ciertas estimulaciones externas proveen una excelente selección para sensores/actuadores en estrategias de controles activos. El absorbedor de vibración resultante puede ser de peso muy ligero, muy compacto y confiable. Ejemplos de tales materiales incluyen transductores piezoeléctricos (PZT), pilas piezoeléctricas, materiales magnetostrictivos, electrostrictivos y aleaciones de arreglos de memoria. Otros materiales inteligentes, tales como fluidos magnetoreológicos y electrorreológicos, los cuales no experimentan cambios volumétricos, son mayormente utilizados en el aislamiento de las vibraciones y en el control adaptativo de vibraciones.

Ha habido numerosos estudios en el control activo de vibraciones. Contribuciones notables incluyen los estudios de Huang y Lian (1994), donde un absorbedor dinámico activo fue diseñado usando un servomotor de C.D. (corriente directa) como el actuador. Una estrategia de control clásica (PID proporcional-integral-derivativo) fue empleada para el control de las vibraciones de un sistema masa-resorte-amortiguador de dos grados de libertad. La reducción de la amplitud de la vibración a un quinto del valor original fue obtenida. Los resultados fueron mostrados para demostrar la dependencia de la potencia del motor C.D. usado y la resolución de tarjetas A/D (analógico/digital) y D/A (digital/analógico), las cuales fueron usadas para el procesamiento de datos I/O (*input / output*, entradas / salidas). En adicción, fue

mostrado que el resorte tiene un comportamiento no lineal durante la deformación por compresión. La representación de esta estrategia de control no lineal muestra que no es óptima en esta situación. Burdisso y Heilmann (1988) usaron dos absorbedores de masa de reacción acoplados a la estructura primaria a través de elementos elásticos. La fuerza activa fue aplicada entre estas dos masas, en forma opuesta a la configuración tradicional, donde la fuerza es aplicada entre la masa del absorbedor y la estructura primaria. La fuerza actuante fue magnética con un arreglo magnético fijo a una masa y la bobina a la otra masa. Esta fuerza fue controlada por una corriente que pasa a través de la bobina. Mientras este diseño resultó con el mismo esfuerzo de control como el del tradicional absorbedor pasivo, este requirió de mucho menos energía.

Recientemente, un nuevo enfoque llamado resonador con retraso fue presentado por Olgac y Holm-Hansen (1994). Este concepto combina un absorbedor de vibración pasivo clásico con una simple retroalimentación local lineal. El objetivo de esta retroalimentación es el de convertir el absorbedor pasivo disipativo en uno conservativo con una cierta frecuencia de resonancia. Este resultado se debe al poner dos polos dominantes de la ecuación característica en el eje imaginario de la gráfica del lugar de las raíces. La señal de retroalimentación es proporcional a la posición, la velocidad o la aceleración del absorbedor, y es utilizado para controlar el retraso del tiempo. La estrategia de control usada es el escoger la ganancia adecuada de retroalimentación y el tiempo de retardo. Por esto, el absorbedor se comporta similarmente como un resonador. En este caso, la respuesta de la estructura primaria puede estar en reposo. Este es un resultado directo del hecho de que el desplazamiento del absorbedor está a 180 grados fuera de fase con la perturbación de entrada. Este absorbedor activo no necesita información de la estructura primaria. Por lo tanto, el absorbedor es autónomo y actúa como si fuera una sola unidad. Asimismo, este absorbedor es sintonizable en tiempo real, lo cual resulta en una absorción efectiva de perturbaciones con frecuencias que varían. Adicionalmente, este absorbedor puede ser sintonizado para suprimir las múltiples frecuencias de las vibraciones. Esto es hecho escogiendo los parámetros de una ganancia apropiada y de un tiempo de retardo necesarios para poner el correspondiente par de polos en el eje imaginario. Así, el retraso del resonador de una simple masa puede exhibir más que una frecuencia simultáneamente. A causa del tiempo de retardo, la ecuación característica del absorbedor es trascendental, y por lo tanto tiene muchas infinitas raíces. Este hecho causa una mayor preocupación concerniente con la estabilidad del sistema combinado. Esto es debido a que los parámetros de control (ganancia y tiempo de retardo) son escogidos sin considerar el resto de las raíces. Por lo tanto, un absorbedor pasivo dado impone algunas limitaciones en el retraso del resonador. Para asegurar la estabilidad, Olgac y Holm-Hansen (1994) sugieren que la frecuencia de operación del absorbedor debe ser mayor que la frecuencia crítica. Así, ahí una baja frontera que limita la frecuencia para este absorbedor. Olgac y Jalili (1998) implementaron el retraso del resonador en una viga flexible. Utilizaron análisis modal para modelar el sistema junto con unas condiciones de frontera poco convencionales. Una característica confirmada entre los resultados experimentales y analíticos fue que mostraron un aspecto de la estabilidad del sistema combinado. Hosek, Olgac, y Elmani

(1999) implementaron el resonador retrazado en un absorbedor de vibración centrífugo para eliminar las oscilaciones torsionales en unas estructuras mecánicas rotativas.

Filipovic y Schroder (1999) usaron la misma idea del resonador retrazado para diseñar un resonador activo lineal. Sin embargo, en lugar del retraso del tiempo, un compensador lineal fue usado para convertir el absorbedor disipativo en un resonador. Nuevamente, pueden haber muchas raíces en el eje imaginario así como ahí frecuencias que tienen que ser absorbidas, y entonces, el absorbedor puede suprimir simultáneamente frecuencias de perturbaciones múltiples. Varios compensadores fueron propuestos, tales como un compensador proporcional (P) con una simple constante de tiempo, un compensador proporcional-integrativo (PI), y un compensador de adelanto/atraso. Los márgenes de estabilidad del sistema combinado fueron encontrados para resolver las raíces de la ecuación característica.

Fanson y Caughey (1990) fueron los primeros que presentaron la técnica de retroalimentación positiva de posición. Esta técnica hace uso de la señal de retroalimentación de desplazamiento para suprimir las vibraciones. Por lo tanto, la ecuación de movimiento del sistema principal esta linealmente acoplada con la ecuación de compensación de movimiento. El compensador está compuesto de un filtro de segundo orden con una alta razón de amortiguamiento. La medida de la posición del compensador así como la medición del desplazamiento de la estructura son positivamente alimentadas al filtro y a la estructura, respectivamente. Esta técnica tiene la ventaja de ser simple y directa. Asimismo, la estabilidad del sistema, si bien si no es incondicional, se puede lograr en una dirección en la cual es independiente de las características dinámicas de la estructura. El uso de materiales piezoeléctricos como sensores y actuadores hace que se produzca la compactación y simplicidad de esta técnica. Sin embargo, este método no es eficiente en un medio modal denso.

CAPITULO 3 METODOLOGÍA DE LA TESIS

En este capítulo se propone la metodología que se seguirá en el desarrollo del proyecto de Tesis de Doctorado

3.1 Metodología de la tesis

La metodología de la tesis o el plan de trabajo es el siguiente:

- Realizar un estudio del Estado del arte de los fundamentos sobre el estudio de vibraciones en sistemas mecánicos.
- Analizar el modelo matemático para un absorbedor pasivo tipo masa-resorte-amortiguador acoplado a un sistema mecánico vibratorio.
- Estudiar y analizar los diferentes tipos de técnicas de amortiguamiento pasivo y activo.
- Conocer y estudiar la teoría de las redes neuronales aplicadas a la sintonización de PID auto-ajustables.
- Formular el problema de atenuación de vibraciones en sistemas mecánicos usando absorbedores de vibración activos.
- Realizar simulaciones en Matlab de un atenuador de vibraciones usando control pasivo.
- Aplicar el método de desarrollo mecatrónico para la propuesta del modelo matemático del mecanismo adaptable obtenido para la atenuación de vibraciones mecánicas para un amplio rango de frecuencias y la obtención directa el control activo.
- Realizar simulaciones comparativas para validar la mejora del desempeño en un sistema mecánico típico.
- Formación de recursos humanos (tesis de licenciatura y maestría).
- Conferencias y artículos.
- Obtención del grado doctoral.

3.2 Metodología de análisis

Se pretende realizar un análisis del problema de atenuación de vibraciones en un sistema mecánico usando un absorbedor de vibración lineal pasivo tipo masa-resorte-amortiguador. Así como también se pretende hacer simulaciones con un absorbedor lineal activo tipo masa-resorte-amortiguador usando PID y PID-neuronal para analizar las variables de estado utilizando el software de MATLAB y realizar comparaciones con un índice de desempeño dado.

3.3 Metodología de validación

La metodología de validación a emplear para el desarrollo del mecanismo, corresponde al modelado, simulación y descripción de un prototipo mecatrónico, el cual se presenta en la figura 3.1.

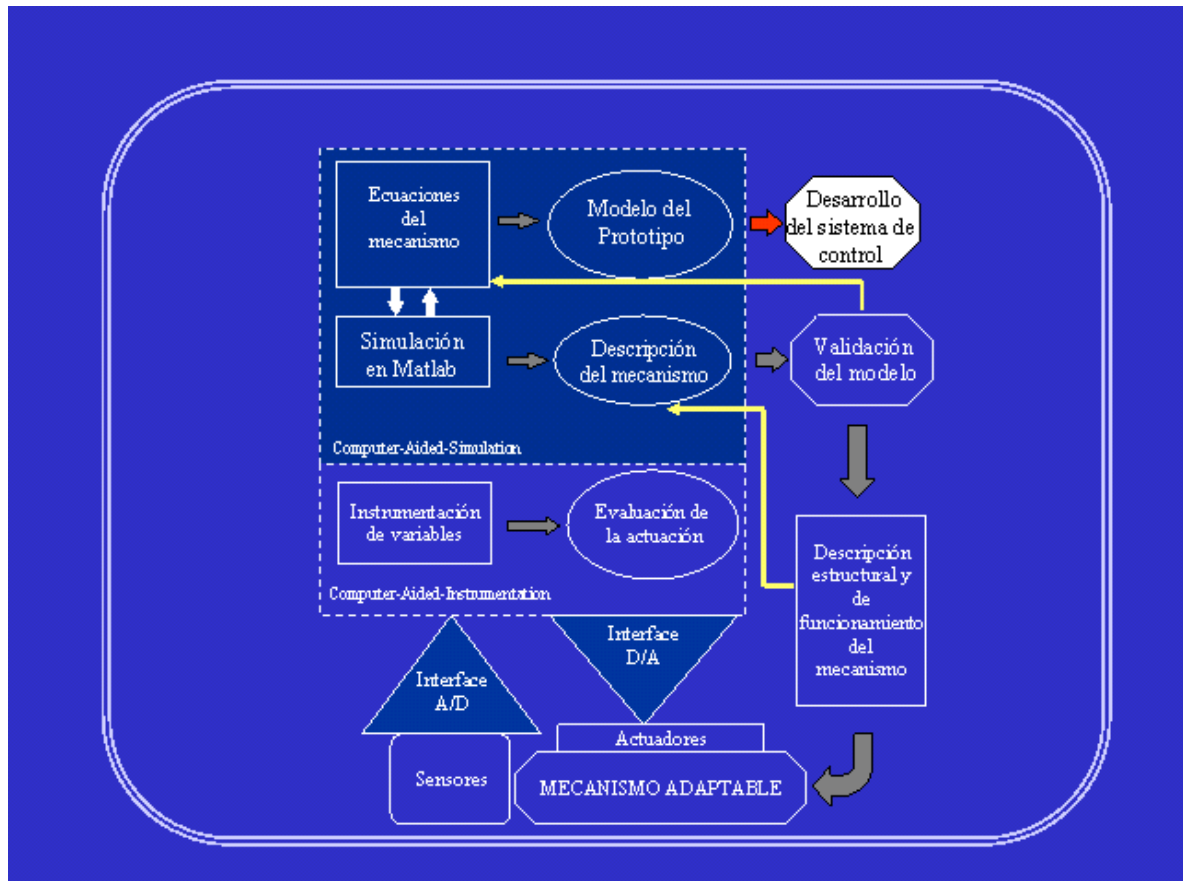


Figura 3.1. Método para el desarrollo de prototipos mecatrónicos.

Este método forma parte de una propuesta realizada por el Dr. Vargas en su tesis para desarrollo de prototipos mecatrónicos y avalada por la Asociación Mexicana de Mecatrónica, A. C. donde ya se tienen varios desarrollos realizados para las áreas de investigación y la industria.

El método consta de la validación del desempeño del mecanismo mediante la comparación del comportamiento esperado contra la idealización en el modelo para provocar una adaptación más eficiente de los parámetros de simulación al comportamiento real cuando su aplicación sea el caso.

La figura 3.2 muestra exclusivamente, el desarrollo del control adaptable neuronal basado en ecuaciones de estado para ajustar los parámetros de la red neuronal mediante un algoritmo de retropropagación para ampliar el rango de atenuación, mejorando el desempeño del mismo.

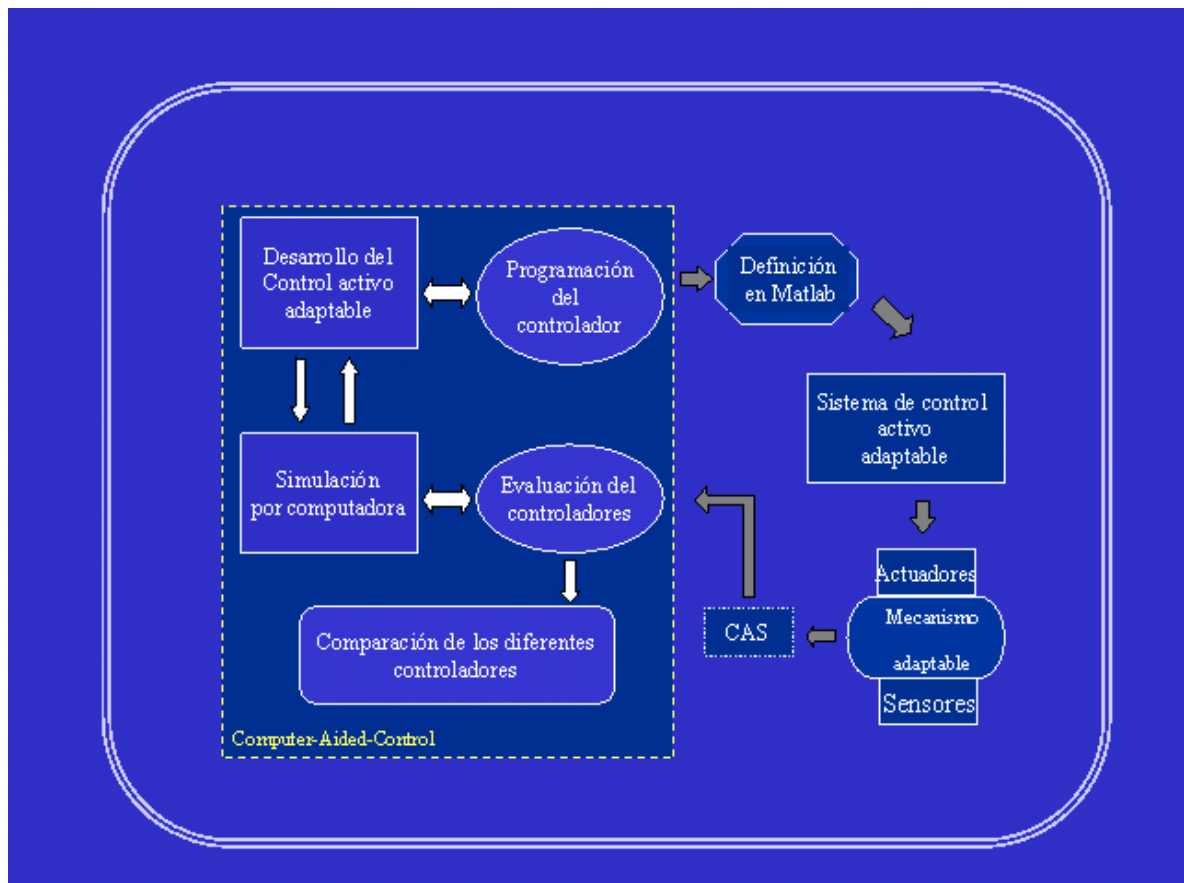


Figura 3.2. Desarrollo del control adaptable neuronal

CAPITULO 4

DESARROLLO DE LA CONTRIBUCIÓN CENTRAL DE LA TESIS

4.1 Vibraciones en sistemas mecánicos

La presencia de ruido y vibraciones indeseables en maquinaria es común en numerosas aplicaciones industriales. Generalmente este tipo de señales son resultado de elementos desequilibrados en movimiento, y por acoplamiento, y transmisión de fuerzas entre varios sistemas dinámicos.

El problema de cancelar, o al menos atenuar, el ruido y las vibraciones que afectan a un sistema se puede abordar de dos formas diferentes: modificar la estructura física del sistema empleando técnicas de amortiguamiento pasivo (control pasivo) o utilizar la información de sensores para aplicar un esquema de control retroalimentado y/o prealimentado (control activo).

4.2 Técnicas de atenuación de vibraciones

Los métodos de control pasivo son efectivos para un rango limitado de frecuencias de excitación. Se basan en agregar masa, rigidez y amortiguamiento al sistema, mediante el análisis de la respuesta de la frecuencia del sistema en lazo abierto, lo que da como resultado sistemas con altas pérdidas de energía, pesados y con una fuerza de transmisión a los soportes elevada [2]. Por consiguiente, carecen de robustez ante incertidumbres o cambio en los parámetros del sistema. Además de que su diseño no considera el estado transitorio, en donde ocurre la máxima transferencia de energía, pudiéndose producir desplazamientos elevados que pueden dañar el sistema.

Una estrategia de control pasivo consiste en acoplar al sistema mecánico otro sistema de menor peso y tamaño, al que se le conoce con el nombre de absorbedor de vibraciones, el cual permite disipar vibraciones armónicas en un rango limitado de frecuencias de excitación, sin utilizar ninguna fuente de energía externa. El diseño más eficiente de un absorbedor consiste en la selección adecuada de los valores de sus parámetros de tal forma que en una frecuencia de excitación la amplitud del sistema sea mínima (frecuencia de sintonización del absorbedor) y se tenga la máxima banda de frecuencias de atenuación alrededor de ésta ([2] y [3]). Actualmente existen varias propuestas de absorbedores de vibración pasivos ([3] y [4]), en todas ellas el objetivo es aumentar su banda de frecuencias de atenuación. Sin embargo, esta banda es insuficiente cuando la frecuencia de excitación no es fija.

El control activo pretende eliminar estas desventajas. Actualmente existen varios trabajos de control activo de vibraciones [5], en donde se diseñan controladores que solo son efectivos para frecuencias no resonantes, lo que carece de interés, ya que el sistema por si mismo es capaz de disipar este tipo de vibraciones. Además de que no aprovechan las propiedades

estructurales del sistema, las cuales, desde un punto de vista puramente teórico, permiten el análisis y el diseño de esquemas de control más apropiados y eficientes que los obtenidos para sistemas de control generales.

4.3 Definición del problema

El control de las vibraciones en sistemas mecánicos consiste en aplicar adecuadamente al sistema una fuerza que contrarreste el efecto de la vibración (ver Fig. 4.1). Generalmente, debido a las dimensiones de los equipos mecánicos, no es posible aplicar dicha fuerza directamente sobre el sistema. La solución que se propone consiste en acoplar al sistema mecánico (sistema primario) un absorbedor de vibración pasivo/activo (sistema secundario) que nos permita disipar de manera mas eficiente las vibraciones indeseables.

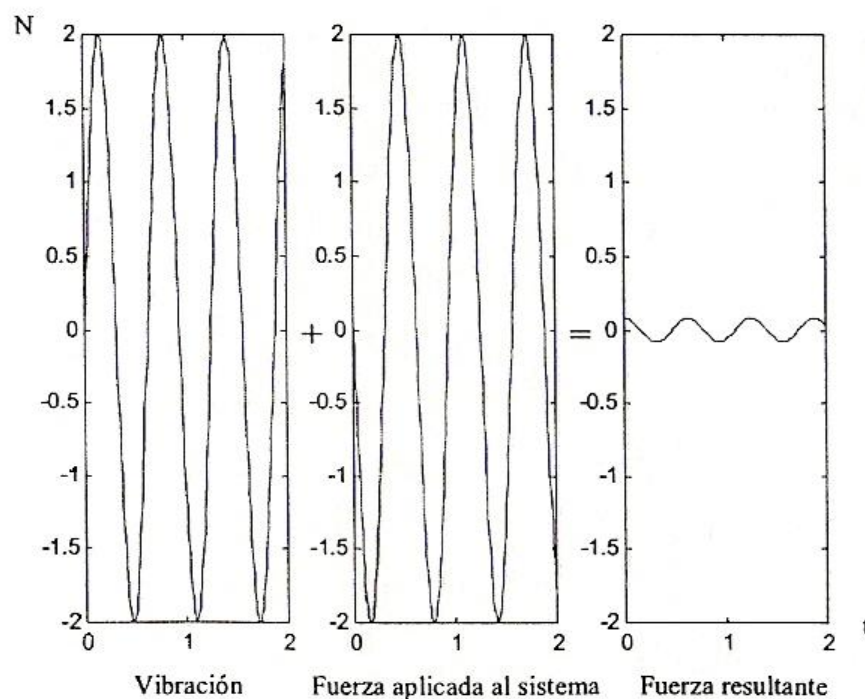


Fig. 4.1 Principio del Control de Vibraciones

Un absorbedor de vibración pasivo es un dispositivo que se acopla al sistema mecánico, el cual permite disipar las vibraciones armónicas alrededor de una frecuencia de operación, sin utilizar ninguna fuente de energía externa ([2] y [3]). En la Fig. 4.2 se muestra un absorbedor pasivo tipo masa-resorte-amortiguador acoplado a un sistema mecánico de un grado de libertad, donde m_1 , k_1 y c_1 son la masa, la rigidez y el amortiguamiento viscoso del sistema primario, m_2 , k_2 y c_2 son la masa, la rigidez y el amortiguamiento viscoso del absorbedor, x_1 y x_2 son las posiciones de las masas m_1 y m_2 , respectivamente y f es una perturbación armónica.

En la actualidad existen varias propuestas de absorbedores de vibración pasivos ([3] y [4]), en todas ellas el objetivo es aumentar su banda de frecuencia de atenuación, alrededor de una frecuencia de excitación en donde la amplitud de la vibración sea mínima (frecuencia de sintonización del absorbedor), para un nivel de atenuación dado. Sin embargo, un absorbedor agrega nuevas frecuencias resonantes al sistema, en donde las amplitudes pueden ser grandes o teóricamente infinitas, como se ve en la Fig. 4.3, donde ω_1 y ω_2 son las frecuencias naturales desacopladas del sistema y del absorbedor, respectivamente, Ω_1 y Ω_2 son las nuevas frecuencias resonantes del sistema y γ es el nivel de atenuación deseado. Por lo tanto, no es recomendable el uso de un absorbedor de vibración pasivo cuando el sistema puede estar sometido a vibraciones de frecuencia y/o amplitud variable. Sin embargo, puesto que el control activo si permite modificar sus parámetros, motivo por el cual estamos interesados en el diseño de un controlador robusto que permita extender la capacidad de atenuación de vibraciones de un absorbedor para cualquier frecuencia de excitación, con esfuerzo de control mínimo.

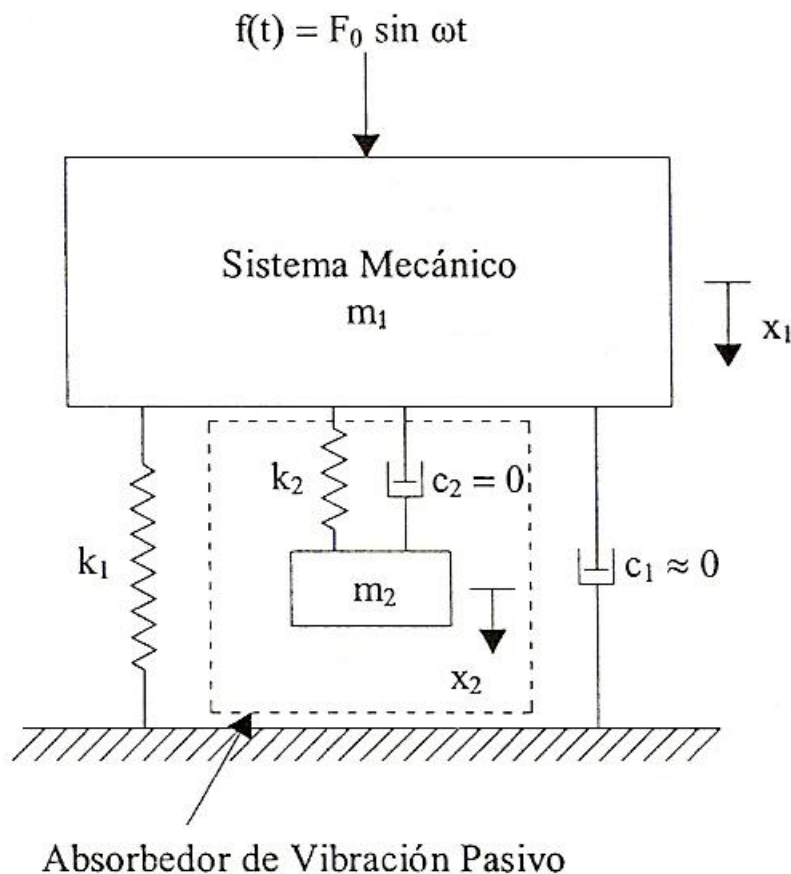


Fig. 4.2 Diagrama esquemático de un sistema mecánico vibratorio con un absorbedor de vibración

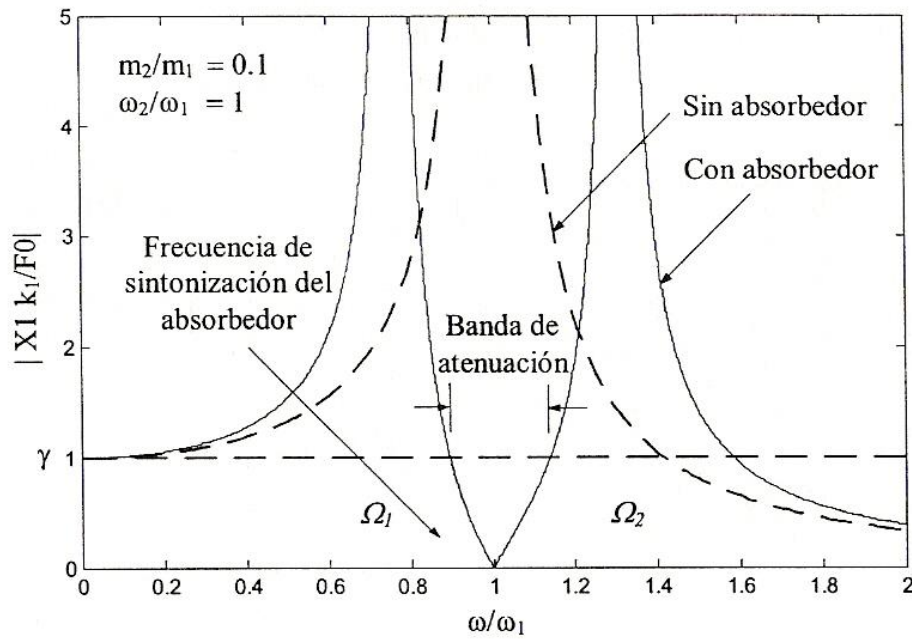


Fig. 4.3 Respuesta en frecuencia del sistema mecánico con un absorbedor de vibración pasivo tipo masa-resorte.

4.4 Absorción Pasiva de Vibraciones

En esta sección se analiza el diseño de un absorbedor de vibraciones mecánicas tipo masa-resorte-amortiguador, el consiste en determinar los valores de sus parámetros de tal forma que en una frecuencia de excitación la amplitud del sistema sea mínima y se tenga una ancha banda de frecuencias de atenuación alrededor de está, para un nivel de atenuación dado. Se muestra que existe un valor de amortiguamiento del absorbedor en donde las amplitudes máximas del sistema son mínimas.

4.4.1 Respuesta de un Sistema Mecánico Vibratorio

Para poder cuantificar el beneficio que se obtiene al acoplar un absorbedor de vibración al sistema, primero debemos obtener las normas L_∞ del desplazamiento, velocidad y energía del sistema sin absorbedor. Considere el sistema mecánico vibratorio perturbado que se muestra en la Fig. 4.4, donde m , k y c son la masa, la rigidez y el amortiguamiento viscoso del mismo y f es una perturbación armónica.

El modelo matemático de este sistema de un grado de libertad está dado por:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f \quad (4.1)$$

donde: $f(t) = F_0 \sin(\omega t)$.

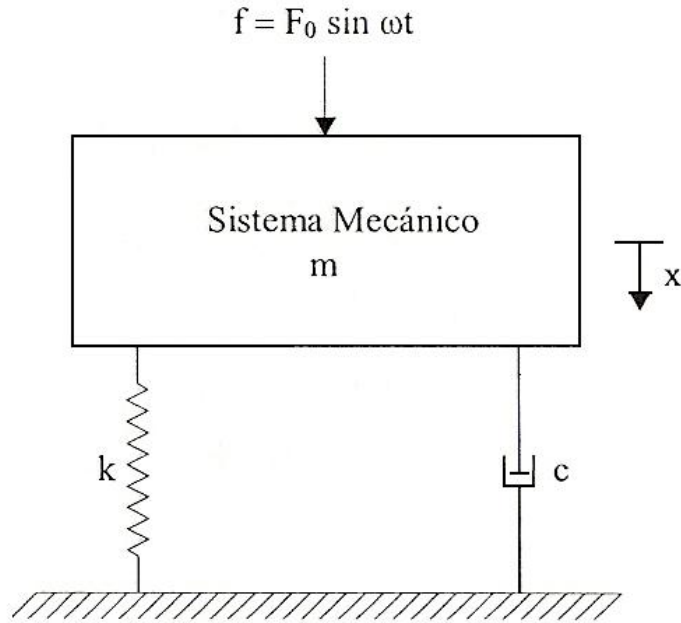


Fig. 4.4 Diagrama esquemático de un sistema mecánico vibratorio.

La solución de la ecuación (4.1) esta dada por:

$$\begin{aligned}
 x(t) &= C_1 e^{(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} + C_2 e^{(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} + X \sin(\omega t - \phi) \\
 X &= \frac{F_0}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \\
 \phi &= \tan^{-1}\left(\frac{c\omega}{k - \omega^2 m}\right)
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

donde ω_n y ζ son la frecuencia natural y la relación de amortiguamiento del sistema, respectivamente, C_1 y C_2 son constantes que dependen de las condiciones iniciales del sistema. Entonces, la amplitud, la velocidad y la energía en estado estacionario del sistema son:

$$\begin{aligned}
 x_{ss}(t) &= X \sin(\omega t - \phi) \\
 \dot{x}_{ss}(t) &= X\omega \cos(\omega t - \phi) \\
 H(t) &= \frac{1}{2} k X^2 \sin^2(\omega t - \phi) + \frac{1}{2} m X^2 \omega^2 \cos^2(\omega t - \phi)
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

De donde podemos ver que la máxima transferencia de energía en estado estacionario es:

$$H_{m\acute{a}x} = P_{m\acute{a}x} = T_{m\acute{a}x}$$

$$H_{m\acute{a}x} = \frac{1}{2}kX^2 = \frac{1}{2}mX^2\omega^2 \quad (4.4)$$

donde: P y T son las energías potencial y cinética, respectivamente.

La figura 4.5 muestra la gráfica de la magnitud de la amplitud normalizada:

$$\left| \frac{X}{\delta_{st}} \right| = \left[\frac{1}{(1-g^2)^2 + (2\zeta g)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.5)$$

en función de g y ζ , donde δ_{st} es la deflexión estática que sufriría el sistema bajo la fuerza F_0 y g es la relación de frecuencias, $g = \omega/\omega_n$. Podemos ver que la norma L_∞ de la amplitud del sistema en estado estacionario, dado por:

$$\|x_{ss}\|_\infty = \max_{g \geq 0} |X| \quad (4.6)$$

disminuye cuando se incrementa el amortiguamiento, y viceversa, aumenta cuando se reduce el amortiguamiento. Sin embargo, el aumentar el amortiguamiento da como resultado sistemas con altas pérdidas de energía, pesados y con una fuerza de transmisión a los soportes elevada [2], por lo que no es una solución recomendable para reducir las vibraciones.

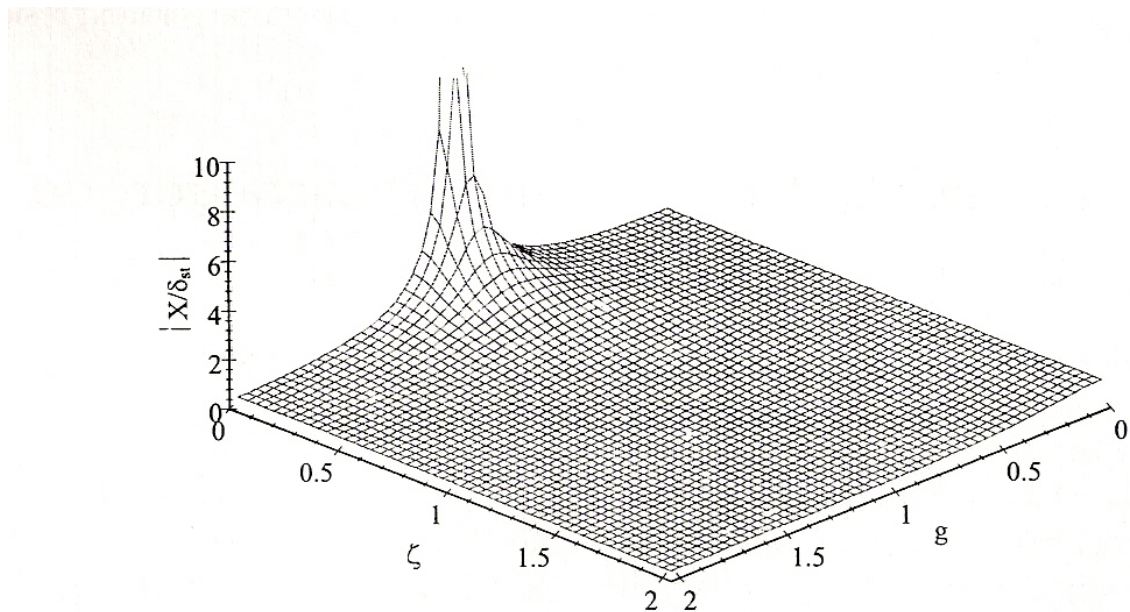


Fig. 4.5 Efecto del amortiguamiento en la ganancia del sistema.

De la ecuación (4.5) podemos obtener las siguientes expresiones para las normas L_∞ de x_{ss} y H_{ss} :

$$\begin{aligned} \left\| \frac{x_{ss}}{\delta_{st}^2} \right\|_\infty &= \sup_{g>0} \left| \frac{X}{\delta_{st}} \right| \\ \left\| \frac{x_{ss}}{\delta_{st}^2} \right\|_\infty &= \begin{cases} \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} > 1, & 0 < \zeta < 1/\sqrt{2} \\ < 1, & \zeta \geq 1/\sqrt{2} \\ \infty, & 0 \end{cases} \quad (4.7) \\ \left\| \frac{H_{ss}}{\delta_{st}^2} \right\|_\infty &= \frac{1}{2} k \left\| \frac{x_{ss}}{\delta_{st}} \right\|_\infty^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 \left\| \frac{x_{ss}}{\delta_{st}} \right\|_\infty^2 \end{aligned}$$

La máxima ganancia finita de x_{ss} ocurre cuando:

$$g = \sqrt{1-2\zeta^2} \quad \text{ó} \quad \omega = \omega_n \sqrt{1-2\zeta^2} \quad (4.8)$$

para $0 < \zeta < 1/\sqrt{2}$, la cual es menor que la frecuencia natural amortiguada del sistema, $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$. De lo anterior podemos concluir que el sistema (4.1) es L_∞ -estable para $\zeta \neq 0$ y L_∞ -no estable para $\zeta = 0$.

4.4.2 Diseño de un Absorbedor de Vibraciones

Un absorbedor de vibraciones mecánicas tipo masa-resorte-amortiguador consiste en unir una masa al sistema mecánico a través de un resorte y un amortiguador, el cual permita disipar vibraciones en un rango limitado de frecuencias de excitación. En esta sección se determinan los parámetros de este tipo de absorbedor de vibración. El problema es formulado de la siguiente manera: dados los parámetros de la vibración F_0 y ω , determinar los valores de m_2 , k_2 y c_2 de tal forma que en una frecuencia de excitación la amplitud del sistema sea mínima y se tenga una mejor banda de frecuencias de atenuación alrededor de ésta (g_1, g_2), para un nivel de atenuación dado γ .

4.4.3 Respuesta del Sistema con un Absorbedor de Vibraciones

Considere el sistema mecánico vibratorio modificado que se muestra en la Fig. 4.6, el cual está formado por un absorbedor de vibraciones (sistema secundario) acoplado al sistema mecánico original perturbado (sistema primario), donde m_1 , k_1 y c_1 son la masa, la rigidez y el amortiguamiento viscoso del sistema primario, m_2 , k_2 y c_2 son la masa, la rigidez y el

amortiguamiento viscoso del absorbedor, x_1 y x_2 son las posiciones de las masas m_1 y m_2 respectivamente y f es una perturbación armónica.

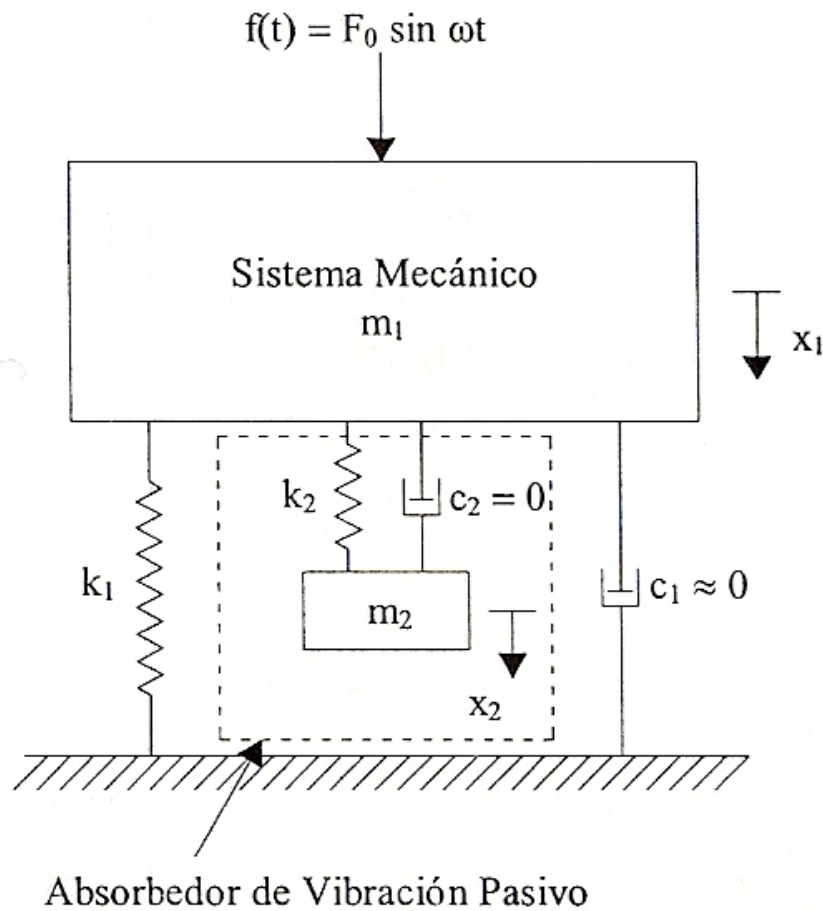


Fig. 4.6 Diagrama esquemático de un sistema mecánico vibratorio con un absorbedor de vibración

El modelo matemático de este nuevo sistema de dos grados de libertad está descrito por dos ecuaciones diferenciales ordinarias lineales acopladas:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 + (c_1 + c_2)\dot{x}_1 - k_2 x_2 + c_2 \dot{x}_2 &= f(t) \\ m_2 \ddot{x}_2 - k_2 x_1 - c_2 \dot{x}_1 + k_2 x_2 + c_2 \dot{x}_2 &= 0 \end{aligned} \quad (4.9)$$

donde: $f(t) = F_0 \sin(\omega t)$.

La solución en estado estacionario de (4.9) es:

$$\begin{aligned} x_{1ss}(t) &= X_1 \sin(\omega t + \phi_1) \\ x_{2ss}(t) &= X_2 \sin(\omega t + \phi_2) \end{aligned} \quad (4.10)$$

donde:

$$\begin{aligned}
 X_1 &= \left| \frac{\Delta_1(j\omega)}{\Delta(j\omega)} \right| F_0 \\
 X_2 &= \left| \frac{\Delta_2(j\omega)}{\Delta(j\omega)} \right| F_0 \\
 \Delta_1(j\omega) &= (k_2 - m_2\omega^2) + j(c_2\omega) \\
 \Delta_2(j\omega) &= k_2 + j(c_2\omega) \\
 \Delta(j\omega) &= [(k_2 - m_2\omega^2) - m_2k_2\omega^2 - c_1c_2\omega^2] + \\
 &\quad j[c_2\omega(k_1 - m_1\omega^2 - m_2\omega^2) + c_1\omega(k_2 - m_2\omega^2)] \\
 \phi_1 &= \angle \frac{\Delta_1(j\omega)}{\Delta(j\omega)}, \phi_2 = \angle \frac{\Delta_2(j\omega)}{\Delta(j\omega)}
 \end{aligned}$$

Entonces, la energía en estado estable del sistema primario es:

$$H_1(t) = \frac{1}{2} k_1 X_1^2 \sin^2(\omega t + \phi_1) + \frac{1}{2} m_1 X_1^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \phi_1) \quad (4.11)$$

De donde podemos ver que la máxima transferencia de energía en estado estable es:

$$\begin{aligned}
 H_1 &= P_{1m\acute{a}x} = T_{1m\acute{a}x} \\
 H_1 &= \frac{1}{2} k X_1^2 = \frac{1}{2} m X_1^2 \omega^2 \quad (4.12)
 \end{aligned}$$

donde: P_1 y T_1 son las energías potencial y cinética del sistema primario, respectivamente.

Utilizando las siguientes variables adimensionales:

- $\mu = m_2 / m_1$: relación de masas
- $\delta_{st} = F_0 / k_1$: deflexión del sistema primario bajo la fuerza F_0
- $\omega_1 = \sqrt{k_1 / m_1}$: frecuencia natural no amortiguada desacoplada del sistema primario
- $\omega_2 = \sqrt{k_2 / m_2}$: frecuencia natural no amortiguada desacoplada del absorbedor
- $\lambda = \omega_2 / \omega_1$: relación de frecuencias naturales desacopladas
- $g = \omega / \omega_1$: relación de frecuencia forzada
- $c_{c1} = 2m_1\omega_1$: constante de amortiguamiento crítico del sistema primario
- $\zeta_1 = c_1 / c_{c1}$: relación de amortiguamiento del sistema primario
- $c_{c2} = 2m_2\omega_1$: constante de amortiguamiento crítico del sistema secundario
- $\zeta_2 = c_2 / c_{c2}$: relación de amortiguamiento del sistema secundario

obtenemos las magnitudes de las amplitudes normalizadas en estado estable de los sistemas primario y secundario:

$$\begin{aligned}\left|\frac{X_1}{\delta_{st}}\right| &= \sqrt{\frac{A_1}{B}} \\ \left|\frac{X_2}{\delta_{st}}\right| &= \sqrt{\frac{A_2}{B}}\end{aligned}\tag{4.13}$$

donde:

$$\begin{aligned}A_1 &= (\lambda^2 - g^2)^2 + (2\zeta_2 g)^2 \\ A_2 &= \lambda^4 + (2\zeta_2 g)^2 \\ B &= \left[(1 - g^2)(\lambda^2 - g^2) - \mu\lambda^2 g^2 - 4\zeta_1 \zeta_2 g^2\right]^2 + \\ &\quad + \left[(2\zeta_2 g)(1 - g^2 - \mu g^2) + (2\zeta_1 g)(\lambda^2 - g^2)\right]^2\end{aligned}$$

En la Fig. 4.7 podemos ver que $|X_1 / \delta_{st}|$ disminuye cuando se incrementa el amortiguamiento del sistema primario. Puesto que estamos interesados en el diseño de un absorbedor de vibraciones que minimicé la amplitud del sistema primario, sin ninguna pérdida de información, podemos considerar que $\zeta_1 = 0$, entonces las ecuaciones (4.13) se reducen a:

$$\begin{aligned}\left|\frac{X_1}{\delta_{st}}\right| &= \left\{ \frac{(\lambda^2 - g^2)^2 + (2\zeta_2 g)^2}{\left[(1 - g^2)(\lambda^2 - g^2) - \mu\lambda^2 g^2\right]^2 + \left[(2\zeta_2 g)(1 - g^2 - \mu g^2)\right]^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \\ \left|\frac{X_2}{\delta_{st}}\right| &= \left\{ \frac{\lambda^4 + (2\zeta_2 g)^2}{\left[(1 - g^2)(\lambda^2 - g^2) - \mu\lambda^2 g^2\right]^2 + \left[(2\zeta_2 g)(1 - g^2 - \mu g^2)\right]^2} \right\}^{\frac{1}{2}}\end{aligned}\tag{4.14}$$

las cuales pueden ser consideradas como funciones de g , λ , μ y ζ_2 :

$$\begin{aligned}\left|\frac{X_1}{\delta_{st}}\right| &= \psi_1(g, \lambda, \mu, \zeta_2) \\ \left|\frac{X_2}{\delta_{st}}\right| &= \psi_2(g, \lambda, \mu, \zeta_2)\end{aligned}\tag{4.15}$$

Al considerar $|X_1 / \delta_{st}|$ como una función de g , λ , μ y ζ_2 , el único punto mínimo que se tiene ocurre en $g = 0$, con una ganancia mínima $\gamma_\infty = 1$, el cual no es de interés; cuando se considera a $|X_1 / \delta_{st}|$ como una función de g , λ y μ , los puntos extremos se encuentran en $g = 0$ ó en $\lambda = 0$, los cuales tampoco son de interés; lo mismo ocurre cuando se toma a $|X_1 / \delta_{st}|$ como una función de g , λ y ζ_2 . Si consideramos a $|X_1 / \delta_{st}|$ como una función de g y λ , como se muestra en la Fig. 4.8, podemos obtener el mínimo de la amplitud $|X_1 / \delta_{st}|$ para cada ζ_2 fijo.

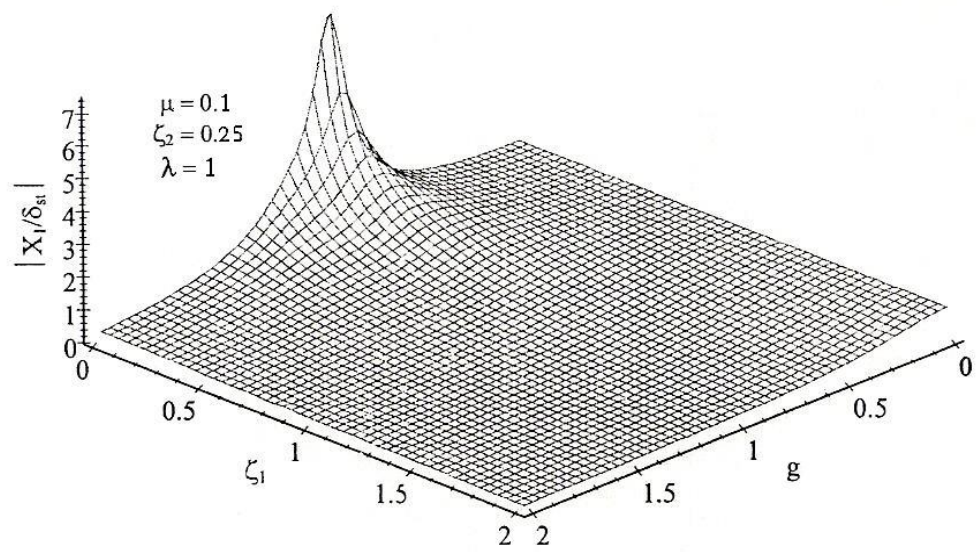


Fig. 4.7 Efecto de ζ_1 en la respuesta del sistema primario.

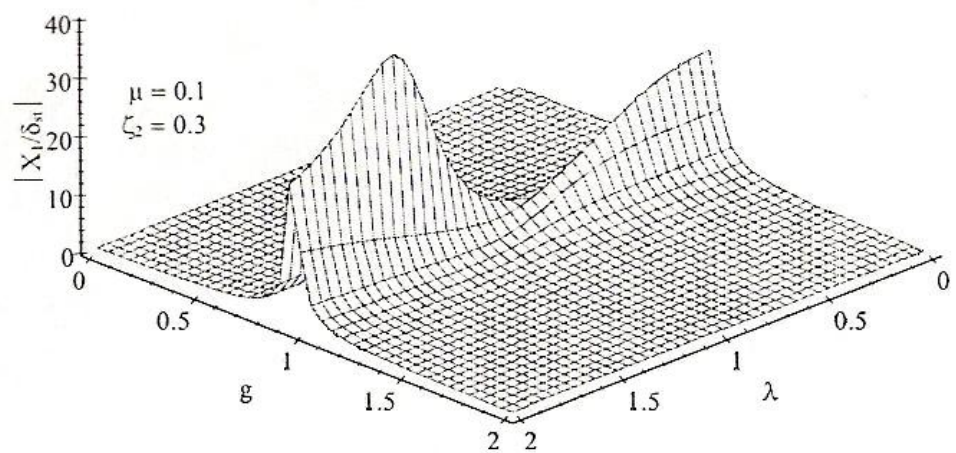


Fig. 4.8 Efecto de λ en la respuesta del sistema primario.

Al considerar a $\left| \frac{X_1}{\delta_{st}} \right|$ como una función de g y ζ_2 , se muestra en la Fig. 4.9, podemos obtener el mínimo de las amplitudes máximas del sistema, para cada λ fijo.

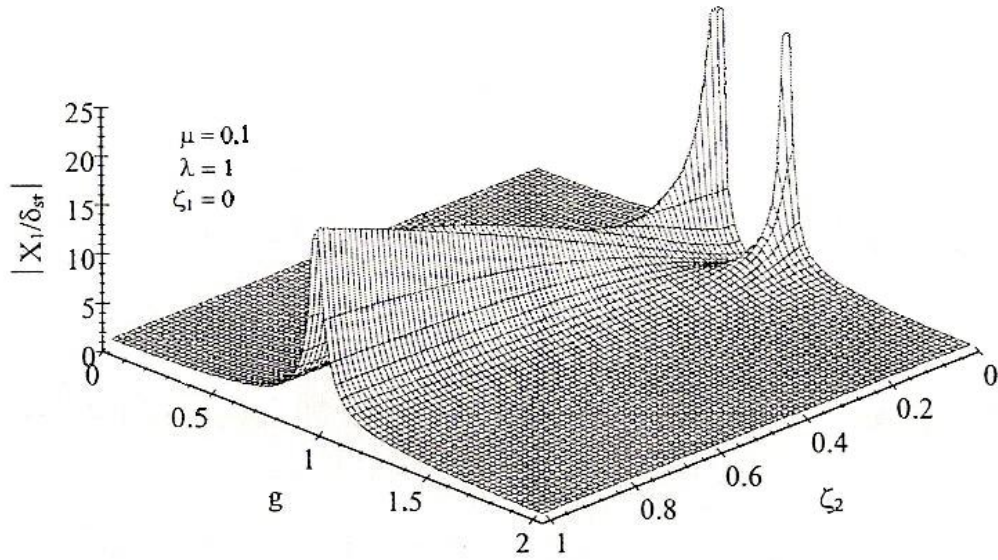


Fig. 4.9 Efecto de ζ_2 en la respuesta del sistema primario.

4.4.4 Absorbedor sin Amortiguamiento

La Fig. 4.9 muestra que cuando se reduce el amortiguamiento del absorbedor se tiene una banda de frecuencias (g_1, g_2) en donde el sistema tiene amplitudes pequeñas; podemos ver que para $\zeta_2 = 0$, existe un valor de g donde $X_1 = 0$. En esta subsección se obtiene una banda de atenuación de la vibración (g_1, g_2), para $\zeta_2 \approx 0$ y un nivel de atenuación dado.

Las expresiones (4.14) para $\zeta_2 = 0$ son:

$$\begin{aligned} \frac{X_1}{\delta_{st}} &= \frac{\lambda^2 - g^2}{(1 - g^2)(\lambda^2 - g^2) - \mu\lambda^2 g^2} \\ \frac{X_2}{\delta_{st}} &= \frac{\lambda^2}{(1 - g^2)(\lambda^2 - g^2) - \mu\lambda^2 g^2} \end{aligned} \quad (4.16)$$

las cuales se consideran funciones de g, λ y μ .

De la primera expresión de (4.16), la amplitud del sistema primario X_1 es cero en $g = \lambda$, es decir cuando $\omega_2 = \omega$; a esto se le conoce como sintonización del absorbedor. Para esta frecuencia,

$$\begin{aligned} H_1 &= 0, \\ x_{2ss}(t) &= -\frac{F_0}{k_2} \sin \omega t \end{aligned} \quad (4.17)$$

la primera expresión de (4.17) muestra que el absorbedor disipa toda la energía suministrada por las vibraciones al sistema primario. Esto se debe a que la fuerza ejercida por el resorte k_2 sobre el sistema primario es opuesta a la fuerza de la excitación armónica $f(t) = F_0 \sin \omega t$, neutralizando su efecto (principio del control de vibraciones). Por lo tanto, cuando $\omega_2 = \omega$ el absorbedor disipa toda la energía vibratoria del sistema primario, por lo que la ganancia L_∞ de $f(t) = F_0 \sin \omega_2 t \rightarrow y_1(t)$ será cero (punto de atenuación óptima), $\gamma_\infty = 0$ (ver Fig. 4.10).

Para resolver el problema de una mejor banda de atenuación, suponemos que el absorbedor es sintonizado a la frecuencia resonante desacoplada del sistema primario ($\lambda = 1$), entonces la primera expresión de (4.16) se reduce a:

$$\frac{X_1}{\delta_{st}} = \frac{1 - g^2}{(1 - g^2)^2 - \mu g^2} \quad (4.18)$$

la cual depende de g y μ . En la Fig. 4.11 podemos ver que al aumentar μ la banda de frecuencias (g_1, g_2) se hace más grande. Desafortunadamente, consideraciones prácticas usualmente limitan la masa del absorbedor a una fracción pequeña de la masa del sistema primario (por ejemplo el 10%).

Para encontrar los valores de g_1 y g_2 en función de γ y μ , es necesario resolver el siguiente conjunto de desigualdades:

$$\begin{aligned} \left| \frac{X_1}{\delta_{st}} \right| &< \gamma \\ \frac{\Omega_1}{\omega_1} &< g < \frac{\Omega_2}{\omega_1} \\ \mu &> 0 \end{aligned} \quad (4.19)$$

donde: Ω_1 y Ω_2 son las frecuencias naturales del sistema primario con el absorbedor de vibración acoplado.

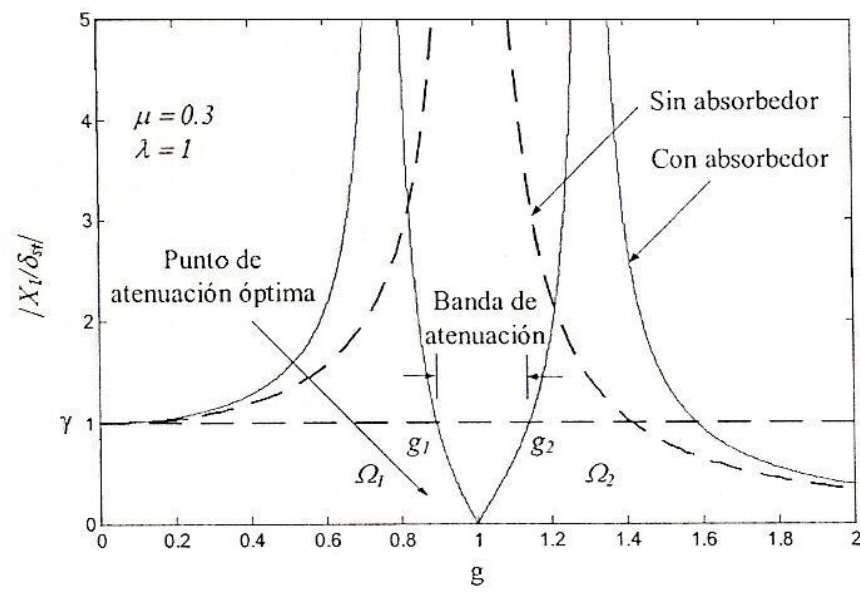


Fig. 4.10 Respuesta en frecuencia normalizada del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración.

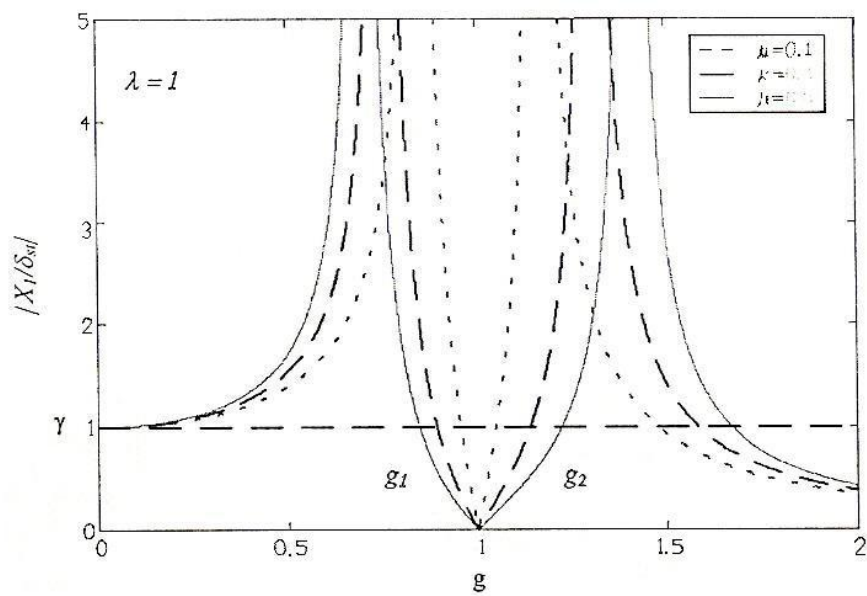


Fig. 4.11 Efecto de μ en la banda de atenuación.

Los valores de estas frecuencias resonantes son las raíces de la ecuación que se obtiene al igualar con cero el denominador de (4.18):

$$\begin{aligned}\frac{\Omega_1}{\omega_1} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\mu - \sqrt{\mu(\mu + 4)} + 2} \\ \frac{\Omega_2}{\omega_1} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\mu + \sqrt{\mu(\mu + 4)} + 2}\end{aligned}\quad (4.20)$$

La solución de (4.19), para $\gamma \neq 0$, es:

$$\begin{aligned}g_1 &= \sqrt{\frac{1}{2\gamma} \left(\gamma\mu + 2\gamma + 1 - \sqrt{(\gamma\mu + 1)^2 + 4\gamma^2\mu} \right)} \\ g_2 &= \sqrt{\frac{1}{2\gamma} \left(\gamma\mu + 2\gamma + 1 + \sqrt{(\gamma\mu + 1)^2 + 4\gamma^2\mu} \right)}\end{aligned}\quad (4.21)$$

La Fig. 4.12 muestra que la banda de atenuación (g_1 y g_2) disminuye al reducir el nivel de atenuación deseado γ . También podemos ver que al incrementar el valor de μ la banda de atenuación es más grande, para un γ dado.

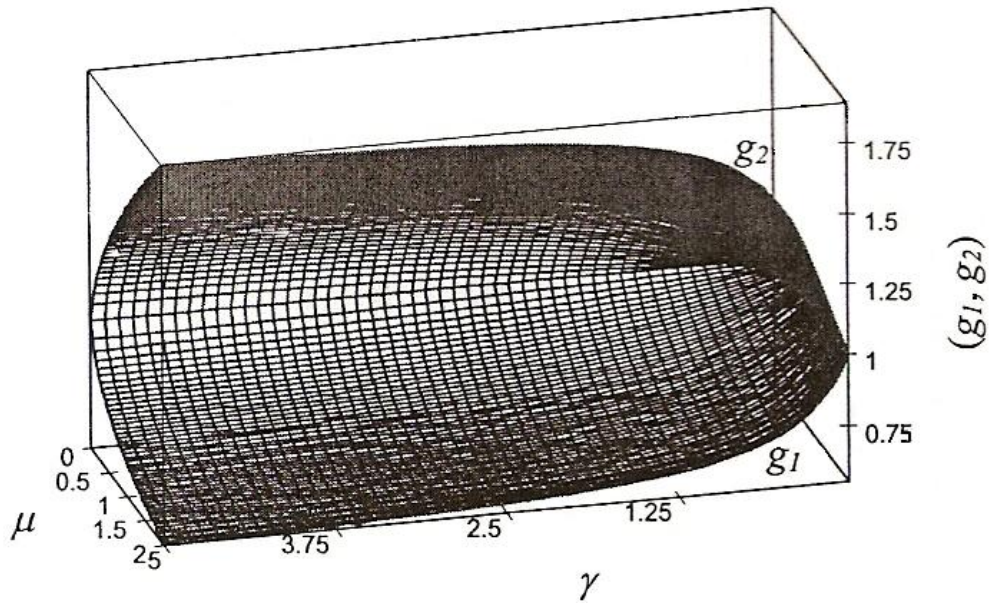


Fig. 4.12 Banda de atenuación en función de γ y μ .

Si consideramos que un absorbedor es útil cuando la amplitud normalizada del sistema primario es menor que la unidad (atenuación de la vibración), las expresiones (4.21) se reducen a:

$$\begin{aligned}
g_1 &= \sqrt{\frac{1}{2}\mu + \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\mu^2 + 6\mu + 1}} \\
g_2 &= \sqrt{1 + \mu}
\end{aligned} \tag{4.22}$$

Sin embargo, esta banda de atenuación es insuficiente cuando la frecuencia de excitación no es fija. Además de que la interconexión del absorbedor pasivo con el sistema primario cambia ligeramente las frecuencias naturales en ambos subsistemas desacoplados, por lo que cuando $\omega \neq \omega_2$, y cerca de estas frecuencias resonantes (Ω_1 y Ω_2), las amplitudes pueden ser grandes o teóricamente infinitas. Esta situación ocasiona desplazamientos elevados y daño al sistema mecánico.

4.4.5 Absorbedor con Amortiguamiento.

Para reducir las amplitudes del sistema primario en las nuevas frecuencias resonantes, Ω_1 y Ω_2 , es necesario agregar un amortiguador entre los sistemas primario y secundario. Sin embargo, como se muestra en la Fig. 4.6, X_1 nunca será cero.

En la Fig. 4.9, podemos ver que la derivada parcial de $\partial|X_1/\delta_{st}|/\partial g = 0$ permite obtener el máximo de la magnitud para cada ζ_2 fijo; y que la derivada parcial $\partial|X_1/\delta_{st}|/\partial \zeta = 0$ permite obtener el mínimo de la magnitud para cada g fijo. Puesto que se tienen dos amplitudes máximas locales, la mínima ganancia γ_∞ se obtiene al minimizar los dos máximos.

Para obtener los valores de g , donde se tienen las amplitudes máximas, hacemos:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_2} \left| \frac{X_1}{\delta_{st}} \right| = \frac{\partial}{\partial \zeta_2} \left\{ \frac{(2\zeta_2 g)^2 + (g^2 - \lambda^2)^2}{(2\zeta_2 g)^2 (g^2 - 1 + \mu g^2)^2 + [\mu \lambda^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - \lambda^2)]^2} \right\}^{\frac{1}{2}} = 0 \tag{4.23}$$

de donde obtenemos que:

$$g^4 - \left(\frac{1 + \lambda^2 + \mu \lambda^2}{2 + \mu} \right) 2g^2 + \frac{2\lambda^2}{2 + \mu} = 0 \tag{4.24}$$

cuyas raíces son:

$$\begin{aligned}
g_A^2 &= \frac{1 + \lambda^2 + \mu \lambda^2}{2 + \mu} - \frac{1}{2 + \mu} \sqrt{1 - 2\lambda^2 + \lambda^4 + 2\mu \lambda^4 + \mu^2 \lambda^4} \\
g_B^2 &= \frac{1 + \lambda^2 + \mu \lambda^2}{2 + \mu} + \frac{1}{2 + \mu} \sqrt{1 - 2\lambda^2 + \lambda^4 + \mu^2 \lambda^4 + 2\mu \lambda^4}
\end{aligned}$$

Para que las amplitudes máximas sean iguales, igualamos las expresiones de las magnitudes para los puntos A y B:

$$\left| \frac{X_1}{\delta_{st}} \right|_A = \left| \frac{X_1}{\delta_{st}} \right|_B$$

de donde obtenemos que:

$$\lambda = \frac{1}{1 + \mu} \quad (4.25)$$

a esta expresión se le conoce como condición de sintonización.

Para encontrar el valor de la ζ_2 , en donde se tienen las mínimas amplitudes máximas, hacemos:

$$\frac{\partial}{\partial g} \left| \frac{X_1}{\delta_{st}} \right| = \frac{\partial}{\partial g} \left\{ \frac{(2\zeta_2 g)^2 + (g^2 - \lambda^2)^2}{(2\zeta_2 g)^2 (g^2 - 1 + \mu g^2)^2 + [\mu \lambda^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - \lambda^2)]^2} \right\}^{\frac{1}{2}} = 0 \quad (4.26)$$

de donde obtenemos que:

$$\begin{aligned} \zeta_A^2 &= \frac{\mu \left(3 - \sqrt{\frac{\mu}{\mu + 2}} \right)}{8(1 + \mu)^3} \\ \zeta_B^2 &= \frac{\mu \left(3 + \sqrt{\frac{\mu}{\mu + 2}} \right)}{8(1 + \mu)^3} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Puesto que cualquier valor de amortiguamiento de (4.27) produce la misma amplitud máxima del sistema, el valor del amortiguamiento seleccionado es aquél que produce la amplitud más pequeña en la resonancia $g = 1$, para $\mu \ll 1$:

$$\zeta_{opt}^2 = \frac{\mu \left(3 - \sqrt{\frac{\mu}{\mu + 2}} \right)}{8(1 + \mu)^3}$$

Entonces, las normas L_∞ de x_{1ss} y H_1 son:

$$\begin{aligned} \|x_{1ss}\|_\infty &= \delta_{st} \sqrt{1 + \frac{2}{\mu}}, \\ \|H_1\|_\infty &= \frac{1}{2} k_1 \delta_{st}^2 \left(1 + \frac{2}{\mu} \right) \end{aligned} \quad (4.28)$$

de donde podemos ver que el absorbedor sólo disipa una parte de la energía vibratoria del sistema primario.

4.5 Absorción Activa de Vibraciones

Para poder extender la capacidad de un absorbedor de atenuar vibraciones para cualesquiera frecuencias de excitación, es necesario emplear estrategias de control activo, las cuales, a diferencia de la absorción pasiva, utilizan la información de sensores para aplicar un esquema de control retroalimentado y/o prealimentado, mejorando el desempeño del sistema ante vibraciones externas. En esta sección se proponen varios controladores que permiten disipar las vibraciones para cualquier frecuencia de excitación.

4.5.1 Modelo Matemático

Considere el sistema mecánico vibratorio modificado que se muestra en la Fig. 4.13, el cual está formado por un absorbedor de vibraciones (sistema secundario) acoplado al sistema mecánico original perturbado (sistema primario), donde m_1 , k_1 y c_1 son la masa, la rigidez y el amortiguamiento viscoso del sistema primario, m_2 , k_2 y c_2 son la masa, la rigidez y el amortiguamiento viscoso del absorbedor, x_1 y x_2 son las posiciones de las masas m_1 y m_2 , respectivamente, u es la entrada de control y f es una perturbación armónica.

El modelo matemático de este nuevo sistema de dos grados de libertad está descrito por dos ecuaciones diferenciales ordinarias lineales acopladas:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 + (c_1 + c_2)\dot{x}_1 - k_2x_2 + c_2\dot{x}_2 &= f(t) \\ m_2 \ddot{x}_2 + k_2(x_2 - x_1) &= u(t) \end{aligned} \quad (4.29)$$

donde: $f(t) = F_0 \sin(\omega t)$. Para simplificar el análisis suponemos que $c_1 \approx 0$ y $c_2 = 0$. Definiendo las variables de estado como $z_1 = x_1$, $z_2 = \dot{x}_1$, $z_3 = x_2$ y $z_4 = \dot{x}_2$, obtenemos la siguiente descripción en espacio de estado:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= -\frac{k_1 + k_2}{m_1}z_1 - \frac{c_1}{m_1}z_2 + \frac{k_2}{m_1}z_3 + \frac{1}{m_1}f(t) \\ \dot{z}_3 &= z_4 \\ \dot{z}_4 &= \frac{k_2}{m_2}z_1 - \frac{k_2}{m_2}z_3 + \frac{1}{m_2}u(t) \end{aligned} \quad (4.30)$$

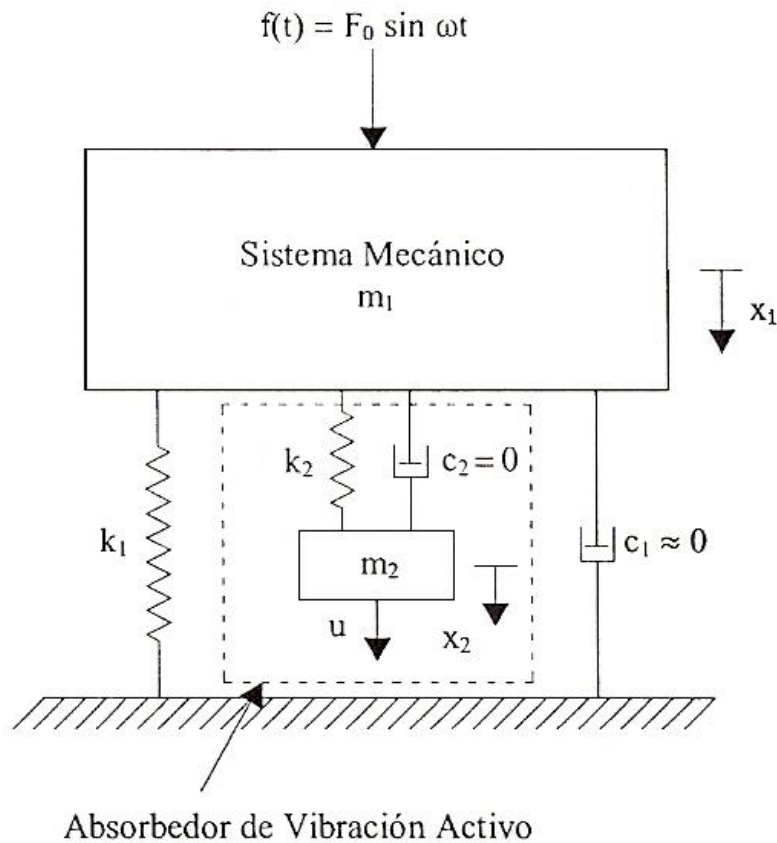


Fig. 4.13 Diagrama esquemático del sistema mecánico vibratorio con un absorbedor de vibración activo.

Resulta fácil verificar que el sistema (4.30) es completamente controlable y observable, además de marginalmente estable cuando $c_1 = 0$, $f(t) = 0$ y $u(t) = 0$. También se puede observar que la salida $y = z_1$ tiene grado relativo 4 con respecto a $u(t)$ y grado relativo 2 con respecto a $f(t)$, por lo tanto, el problema de desacoplamiento de la perturbación $f(t)$ usando retroalimentación del estado no tiene solución [5].

4.5.2 Control basado en la Sintonización del Absorbedor

En esta sección se explica el diseño de un controlador que sintoniza el absorbedor de vibraciones a la frecuencia de la perturbación armónica, la cual es considerada medible. Se muestra que este procedimiento permite obtener la máxima atenuación de vibraciones para cualquier frecuencia de excitación.

En la sección de Absorción Pasiva de Vibraciones se mostró que la máxima atenuación de la vibración se tiene cuando el amortiguamiento entre el sistema y el absorbedor es nulo, $\zeta_2 \approx 0$, y la frecuencia natural desacoplada del absorbedor es igual a la frecuencia de la excitación, $\omega_2 = \omega$; puesto que en un

controlador la retroalimentación de la posición del absorbedor equivale a modificar su rigidez, y por consiguiente su frecuencia natural, es posible diseñar un controlador que sintonice automáticamente el absorbedor a la frecuencia de la perturbación armónica.

Puesto que sólo se busca modificar la rigidez del absorbedor, consideramos que:

$$u = -\alpha z_3 \quad (4.31)$$

donde el valor de α es seleccionado de tal forma que x_1 en estado permanente sea cero y el sistema (4.29) en lazo cerrado sea asintóticamente estable.

La solución en estado permanente de (4.29) es:

$$\begin{aligned} x_{1ss}(t) &= X_1 F_0 \sin(\omega t + \phi_1) \\ x_{2ss}(t) &= X_2 F_0 \sin(\omega t + \phi_1) \end{aligned} \quad (4.32)$$

donde:

$$\begin{aligned} X_1 &= \sqrt{\frac{\Delta_1}{\Delta}} \\ X_2 &= \sqrt{\frac{\Delta_2}{\Delta}} \\ \Delta_1 &= (k_2 + \alpha - \omega^2 m_2)^2 \\ \Delta_2 &= k_2^2 \\ \Delta &= [(k_1 - m_1 \omega^2)(k_2 - m_2 \omega^2) - m_2 k_2 \omega^2 + \alpha(k_1 + k_2 - m_1 \omega^2)]^2 + \\ &\quad + c_1 \omega (k_2 + \alpha - m_2 \omega^2)^2 \end{aligned} \quad (4.33)$$

De la primera expresión de (4.33), $X_1 = 0$ cuando $\alpha = m_2(\omega^2 - \omega_2^2)$, donde ω_2 es la frecuencia natural desacoplada del absorbedor, $\omega_2^2 = k_2 / m_2$. Sustituyendo el valor de α en (4.31), obtenemos la expresión del controlador propuesto:

$$u = -m_2(\omega^2 - \omega_2^2)x_2 \quad (4.34)$$

en donde podemos ver que cuando $\omega_2 = \omega$, $u = 0$; esto quiere decir que la respuesta del absorbedor pasivo ($u = 0$) no se modifica.

4.5.3 Control basado en Planitud Diferencial

Como el sistema (4.30) es completamente controlable, entonces es diferencialmente plano, con la salida plana dada por la coordenada del desplazamiento del sistema mecánico original ($y = z_1$), a la cual denotamos por la L . Entonces todas las variables de estado y la entrada de control pueden ser

expresadas en términos de la salida plana y de sus derivadas. Para esto, calculamos las derivadas [6] hasta de cuarto orden de L :

$$\begin{aligned}
\dot{L} &= z_2 \\
\ddot{L} &= \frac{k_1 + k_2}{m_1} z_1 + \frac{k_2}{m_1} z_3 + \frac{1}{m_1} f \\
L^{(3)} &= -\frac{k_1 + k_2}{m_1} z_2 + \frac{k_2}{m_1} z_4 + \frac{1}{m_1} \dot{f} \\
L^{(4)} &= \left[\frac{(k_1 + k_2)^2}{m_1^2} + \frac{k_2^2}{m_1 m_2} \right] z_1 \\
&\quad - \left(\frac{k_1 k_2}{m_1^2} + \frac{k_2^2}{m_1^2} + \frac{k_2^2}{m_1 m_2} \right) z_3 + \frac{k_2}{m_1 m_2} u \\
&\quad - \frac{1}{m_1^2} (k_1 + k_2) \dot{f}(t) + \frac{1}{m_1} \ddot{f}(t)
\end{aligned} \tag{4.35}$$

donde consideramos que $c_1 = 0$. De esas relaciones obtenemos

$$\begin{aligned}
z_1 &= L \\
z_2 &= \dot{L} \\
z_3 &= \frac{k_1 + k_2}{k_2} L + \frac{m_1}{k_2} \dot{L} - \frac{1}{k_2} f(t) \\
z_4 &= \frac{k_1 + k_2}{k_2} \dot{L} + \frac{m_1}{k_2} L^{(3)} - \frac{1}{k_2} \dot{f}(t) \\
u &= \frac{m_1 m_2}{k_2} L^{(4)} + k_1 L + \left(m_1 + m_2 + \frac{k_1}{k_2} m_2 \right) \dot{L} \\
&\quad - f(t) - \frac{m_2}{k_2} \dot{f}(t)
\end{aligned} \tag{4.36}$$

Sea $s^4 + \alpha_4 s^3 + \alpha_3 s^2 + \alpha_2 s + \alpha_1$ un polinomio Hurwitz, es decir, todas sus raíces están en el semiplano izquierdo complejo. Entonces, para la estabilización asintótica de L alrededor del origen, un controlador, con retroalimentación de los estados y prealimentación de la excitación externa, puede ser sintetizado como sigue:

$$u = \frac{m_1 m_2}{k_2} \left(-\alpha_4 L^{(3)} - \alpha_3 \ddot{L} - \alpha_2 \dot{L} - \alpha_1 L \right) + k_1 L + \left(m_1 + m_2 + \frac{k_1}{k_2} m_2 \right) \dot{L} - f(t) - \frac{m_2}{k_2} \ddot{f}(t) \quad (4.37)$$

El uso de este controlador permite obtener la siguiente dinámica en lazo cerrado del error, $e = L - \bar{L}$:

$$\left(e^{(4)} - \alpha_4 e^{(3)} - \alpha_3 \ddot{e} - \alpha_2 \dot{e} - \alpha_1 e = 0 \right) \quad (4.38)$$

la cual es asintóticamente estable:

Note que para $L = 0$ y $f(t) = F_0 \sin(\omega t)$, tenemos que

$$\begin{aligned} z_1 &= 0 \\ z_2 &= 0 \\ z_3 &= -\frac{1}{k_2} F_0 \sin \omega t \\ z_4 &= -\frac{1}{k_2} \omega F_0 \cos \omega t \\ u &= \left(\frac{\omega^2}{\omega_2^2} - 1 \right) F_0 \sin \omega t, \end{aligned} \quad (4.39)$$

donde podemos ver que el absorbedor disipa toda la energía vibratoria del sistema. Esto se debe a que la fuerza ejercida por el resorte k_2 es opuesta a la fuerza de excitación $f(t) = F_0 \sin(\omega t)$, neutralizando su efecto. También podemos ver que el control ($u = 0$) cuando ($\omega_2 = \omega$).

4.5.4 Control basado en Pasividad

Considere el sistema (4.30) con $f(t) = 0$. Puesto que la salida $y = z_4$ es de fase mínima y grado relativo 1, entonces, ésta es una salida pasiva. Considere como función de almacenamiento definida positiva la energía total del sistema:

$$V(z_1, z_2, z_3, z_4) = \frac{1}{2} k_1 z_1^2 + \frac{1}{2} m_1 z_2^2 + \frac{1}{2} k_2 (z_3 - z_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 z_4^2$$

La derivada con respecto al tiempo $\dot{V}$, a lo largo del movimiento controlado, satisface:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -c_1 z_2^2 + u z_4, \quad c_1 > 0 \\ \dot{V} &\leq u z_4\end{aligned}$$

Por lo tanto, el sistema mecánico con el absorbedor de vibración controlado es pasivo entre la entrada u y la salida z_4 . Entonces se puede lograr estabilidad asintótica aplicando la siguiente inyección de amortiguamiento:

$$u = -\alpha y, \quad \alpha > 0 \quad (4.40)$$

Para poder cancelar la vibración de un sistema mecánico, el absorbedor tiene que aplicar sobre el sistema primario una fuerza de igual magnitud y de fase opuesta que la excitación, la cual se transmite vía el término que acopla ambos subsistemas $(k_2/m_1)(z_3 - z_1)$. Esto es posible si y sólo si z_3 sigue la trayectoria $(-1/k_2)f(t)$. Para poder realizar esto, definimos las siguientes variables de transformación:

$$\begin{aligned}\eta_1 &= z_3 + \frac{1}{k_2} f(t) \\ \eta_2 &= \dot{\eta}_1 = \dot{z}_4 + \frac{1}{k_2} \dot{f}(t)\end{aligned}$$

El sistema transformado está dado por:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= -\frac{k_1 + k_2}{m_1} z_1 + \frac{c_1}{m_1} z_2 + \frac{k_2}{m_1} \eta_1 \\ \dot{\eta}_1 &= \eta_2 \\ \dot{\eta}_2 &= \frac{k_2}{m_2} z_1 - \frac{k_2}{m_2} \eta_1 + \frac{1}{m_2} v\end{aligned} \quad (4.41)$$

donde

$$v = f + u + \frac{m_2}{k_2} \ddot{f} \quad (4.42)$$

Podemos ver que este sistema transformado exhibe la misma estructura pasiva del sistema no perturbado (4.30), con salida $y_2 = \eta_2$ y una función de almacenamiento definida positiva:

$$V_2(z_1, z_2, \eta_1, \eta_2) = \frac{1}{2} k_1 z_1^2 + \frac{1}{2} m_1 z_2^2 + \frac{1}{2} k_2 (\eta_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 \eta_2^2$$

ya que $\dot{V}_2 \leq v\eta_2$. Entonces se puede lograr estabilidad asintótica aplicando la siguiente inyección de amortiguamiento:

$$v = -\alpha_2 \eta_2, \alpha_2 > 0 \quad (4.43)$$

$$\text{Así, } \lim_{t \rightarrow \infty} \eta_1(t) = 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} z_3(t) = -\frac{1}{k_2} f(t).$$

Finalmente, el controlador con retroalimentación de la velocidad del absorbedor y prealimentación de la vibración que garantiza atenuación óptima de la vibración en el sistema primario ($\|z_1\|_\infty = 0$) es:

$$u = -\alpha_2 z_4 - \dot{f} - \frac{\alpha_2}{k_2} \ddot{f} - \frac{m_2}{k_2} \ddot{f}, \alpha_2 > 0 \quad (4.44)$$

donde consideramos que la velocidad del absorbedor, la vibración y sus derivadas hasta de segundo orden son medibles:

Además, el sistema en lazo cerrado es L_∞ -estable, puesto que:

$$\begin{aligned} \|z_3\|_\infty &= \frac{F_0}{k_2} \\ \|z_4\|_\infty &= -\frac{\omega F_0}{k_2} \\ \|u\|_\infty &= \left(\frac{\omega^2}{\omega_2^2} - 1 \right) F_0 \end{aligned}$$

Se puede notar que cuando la frecuencia de la excitación coincide con la frecuencia de diseño del absorbedor de vibración ($\omega_2 = \omega$), el esfuerzo de control es cero ($u = 0$).

4.5.5 Control PI Generalizado

Considere el sistema perturbado (4.30) con $c_1 = 0$:

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_1 &= z_2 \\
 \dot{z}_2 &= -\frac{k_1 + k_2}{m_1} z_1 + \frac{k_2}{m_1} z_3 + \frac{1}{m_1} f \\
 \dot{z}_3 &= z_4 \\
 \dot{z}_4 &= \frac{k_2}{m_2} z_1 - \frac{k_2}{m_2} z_3 + \frac{1}{m_2} u \\
 y &= z_1
 \end{aligned} \tag{4.45}$$

donde: $f(t) = F_0 \sin(\omega t)$.

La salida plana de este sistema L satisface la siguiente ecuación diferencial:

$$\begin{aligned}
 L^{(6)} + \left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} + \omega^2 \right) L^{(4)} + \left[\left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} \right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \right] \ddot{L} + \\
 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \omega^2 L = \frac{k_2}{m_1 m_2} (\ddot{u} + \omega^2 u)
 \end{aligned} \tag{4.46}$$

de donde podemos obtener el siguiente controlador dinámico para la estabilización asintótica de L alrededor del origen:

$$\begin{aligned}
 \ddot{u} + \omega^2 u &= \frac{m_1 m_2}{k^2} v + \\
 + \frac{m_1 m_2}{k^2} \left\{ \left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} + \omega^2 \right) L^{(4)} + \left[\left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} \right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \right] \ddot{L} + \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \omega^2 L \right\} & \tag{4.47} \\
 v &= -\alpha_5 L^{(5)} - \alpha_4 L^{(4)} - \alpha_3 L^{(3)} - \alpha_2 \ddot{L} - \alpha_1 \dot{L} - \alpha_0 L
 \end{aligned}$$

Puesto que estamos interesados en el diseño de un controlador que sólo considere la medición de la salida plana, las derivadas de ésta son reemplazadas por sus reconstructores integrales:

$$\begin{aligned}
\hat{L} &= - \left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} + \omega^2 \right) \int_0^t L - \left[\left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} \right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \right] \int_0^t \int_0^t \int_0^t L + \\
&\quad - \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \omega^2 \int_0^t \int_0^t \int_0^t \int_0^t L + \frac{k_2}{m_1 m_2} u + \frac{k_2}{m_1 m_2} \omega^2 \int_0^t \int_0^t \int_0^t \int_0^t u \\
\hat{\dot{L}} &= - \left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} + \omega^2 \right) \int_0^t L - \left[\left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} \right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \right] \int_0^t \int_0^t \int_0^t L + \\
&\quad - \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \omega^2 \int_0^t \int_0^t \int_0^t \int_0^t L + \frac{k_2}{m_1 m_2} u + \frac{k_2}{m_1 m_2} \omega^2 \int_0^t \int_0^t \int_0^t \int_0^t u \\
\hat{L} &= - \left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} + \omega^2 \right) L - \left[\left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} \right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \right] \int_0^t L + \\
&\quad - \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \omega^2 \int_0^t \int_0^t \int_0^t L + \frac{k_2}{m_1 m_2} \int_0^t u + \frac{k_2}{m_1 m_2} \omega^2 \int_0^t \int_0^t \int_0^t u \\
\hat{L}^{(3)} &= - \left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} + \omega^2 \right) \hat{L} - \left[\left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} \right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \right] \int_0^t L + \\
&\quad - \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \omega^2 \int_0^t \int_0^t \int_0^t L + \frac{k_2}{m_1 m_2} \int_0^t u + \frac{k_2}{m_1 m_2} \omega^2 \int_0^t \int_0^t \int_0^t u \\
\hat{L}^{(4)} &= - \left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} + \omega^2 \right) \hat{\dot{L}} - \left[\left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} \right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \right] L + \\
&\quad - \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \omega^2 \int_0^t \int_0^t L + \frac{k_2}{m_1 m_2} u + \frac{k_2}{m_1 m_2} \omega^2 \int_0^t \int_0^t u \\
\hat{L}^{(4)} &= - \left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} + \omega^2 \right) \hat{L}^{(3)} - \left[\left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} \right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \right] \hat{L} + \\
&\quad - \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \omega^2 \int_0^t L + \frac{k_2}{m_1 m_2} \dot{u} + \frac{k_2}{m_1 m_2} \omega^2 \int_0^t u
\end{aligned}$$

los cuales se obtienen mediante integraciones sucesivas de (4.46). Sin embargo, para condiciones iniciales diferentes de cero, las relaciones entre los valores reales de las derivadas de la salida plana con sus estimaciones están dadas por:

$$\begin{aligned}
\dot{L} &= \hat{L} + b_1 t^4 + b_2 t^3 + b_3 t^2 + b_4 t + b_5 \\
\ddot{L} &= \hat{\dot{L}} + b_1 t^3 + b_2 t^2 + b_3 t + b_4 \\
L^{(3)} &= \hat{L}^{(3)} + b_1 t^2 + b_2 t + b_3 + d_1 \\
L^{(4)} &= \hat{L}^{(4)} + b_1 t + b_2 + d_2 \\
L^{(5)} &= \hat{L}^{(5)} + b_1 + d_3 + d_4
\end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned}
b_1 &= L_0^{(5)} + \left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} + \omega^2 \right) L_0^{(3)} + \left[\left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} \right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \right] \dot{L}_0 \\
b_2 &= L_0^{(4)} + \left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} + \omega^2 \right) \ddot{L}_0 + \left[\left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} \right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \right] L_0 \\
b_3 &= L_0^{(3)} + \left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} + \omega^2 \right) \dot{L}_0 \\
b_4 &= \ddot{L}_0 + \left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} + \omega^2 \right) L_0 \\
b_5 &= \dot{L}_0 \\
d_1 &= - \left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} + \omega^2 \right) (b_1 t^4 + b_2 t^3 + b_3 t^2 + b_4 t + b_5) \\
d_2 &= - \left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} + \omega^2 \right) (b_1 t^3 + b_2 t^2 + b_3 t + b_4) \\
d_3 &= - \left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} + \omega^2 \right) (b_1 t^2 + b_2 t + b_3 + d_1) \\
d_4 &= - \left[\left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} \right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \right] (b_1 t^4 + b_2 t^3 + b_3 t^2 + b_4 t + b_5)
\end{aligned}$$

lo que implica que el sistema en lazo cerrado sea excitado por funciones hasta de cuarto orden. Para eliminar estos efectos desestabilizantes, producto de los errores en las estimaciones, utilizamos la siguiente compensación integral del error:

$$\begin{aligned}
\ddot{u} + \omega^2 u &= \frac{m_1 m_2}{k_1} v + \\
&+ \frac{m_1 m_2}{k_2} \left\{ \left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} + \omega^2 \right) \hat{L}_0^{(4)} + \left[\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} + \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \right] \hat{L} + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \omega^2 L \right\} \\
v &= -\alpha_5 \hat{L}^{(5)} - \alpha_4 \hat{L}^{(4)} - \alpha_3 \hat{L}^{(3)} - \alpha_2 \hat{L} - \alpha_1 \hat{L} - \alpha_0 \hat{L} - \eta_1 \xi_1 - \eta_2 \xi_2 - \eta_3 \xi_3 - \eta_4 \xi_4 - \eta_5 \xi_5 \quad (4.48) \\
\dot{\xi}_1 &= L, \quad \xi_1(0) = 0 \\
\dot{\xi}_2 &= \xi_1, \quad \xi_2(0) = 0 \\
\dot{\xi}_3 &= \xi_2, \quad \xi_3(0) = 0 \\
\dot{\xi}_4 &= \xi_3, \quad \xi_4(0) = 0 \\
\dot{\xi}_5 &= \xi_4, \quad \xi_5(0) = 0
\end{aligned}$$

El sistema en lazo cerrado se obtiene sustituyendo el controlador GPID (4.48) en la expresión (4.46) y derivando cinco veces con respecto al tiempo la expresión obtenida, entonces obtenemos la siguiente dinámica en lazo cerrado:

$$L^{(11)} + \alpha_5 L^{(10)} + \alpha_4 L^{(9)} + \alpha_3 L^{(8)} + \alpha_2 L^{(7)} + \alpha_1 L^{(6)} + \alpha_0 L^{(5)} + \eta_1 L^{(4)} + \eta_2 L^{(3)} + \eta_3 \ddot{L} + \eta_4 \dot{L} + \eta_5 L = 0 \quad (4.49)$$

Los coeficientes de diseño $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$ y η_5 son seleccionados de tal forma que el polinomio característico:

$$s^{(11)} + \alpha_5 s^{(10)} + \alpha_4 s^{(9)} + \alpha_3 s^{(8)} + \alpha_2 s^{(7)} + \alpha_1 s^{(6)} + \alpha_0 s^{(5)} + \eta_1 s^{(4)} + \eta_2 s^{(3)} + \eta_3 s^{(2)} + \eta_4 s + \eta_5 = 0 \quad (4.50)$$

sea un polinomio Hurwitz.

4.5.6 Control por Modos Deslizantes basado en Planitud Diferencial

El controlador que se diseña en esta sección utiliza la información de todos los estados, pero no el de la excitación externa. Sean $s^3 + \beta_2 s^2 + \beta_1 s + \beta_0$ un polinomio Hurwitz y $s_L = L^{(3)} + \beta_2 \ddot{L} + \beta_1 \dot{L} + \beta_0 L$ una superficie deslizante, restringida a satisfacer la dinámica discontinua en lazo cerrado $\dot{s}_L = -W_L \text{sign}(s_L)$, $W_L > 0$. Entonces, para el sistema, no perturbado, el controlador retroalimentado:

$$u = \frac{m_1 m_2}{k_2} \left[-\beta_2 L^{(3)} - \beta_1 \ddot{L} - \beta_0 \dot{L} - W_L \text{sign}(s_L) \right] + k_1 L + \left(m_1 + m_2 + \frac{k_1}{k_2} m_2 \right) \ddot{L} \quad (4.51)$$

garantiza estabilidad asintótica de L alrededor del origen, donde “sign” denota a la función *signum*. Esto también se cumple cuando utilizamos la aproximación de alta ganancia de la función *signum*:

$$\text{sign}(s_L) \rightarrow \frac{s_L}{\|s_L\| + \epsilon_L}, \quad (4.52)$$

donde ϵ_L es cualquier constante positiva pequeña, $\epsilon_L < 1$; sin embargo, al sustituir (4.52) en (4.51), el controlador resultante no es tan robusto como el controlador original (4.51).

Considere el efecto de la perturbación en el sistema (4.36). La dinámica en lazo cerrado está dado por:

$$L^{(4)} + \beta_2 L^{(3)} + \beta_1 \ddot{L} + \beta_0 \dot{L} = -W_L \text{sign}(s_L) + \frac{k_2}{m_1 m_2} \left(f + \frac{m_2}{k_2} \ddot{f} \right)$$

donde suponemos que $f \in C^2, L_\infty$. Entonces, con $W_L > \left\| \frac{k_2}{m_1 m_2} \left(f + \frac{m_2}{k_2} \ddot{f} \right) \right\|_\infty$, se garantiza el movimiento deslizante en $s_L = 0$.

Para el sistema con parámetros $m_1 = 10$ Kg, $k_1 = 1000$ N/m, $c_1 = 0$, $m_2 = 2$ Kg, $k_2 = 200$ N/m y $f(t) = F_0 \sin(\omega t)$ tenemos que:

$$W_L > \left\| \frac{k_2}{m_1 m_2} \left(f + \frac{m_2}{k_2} \ddot{f} \right) \right\|_{\infty} = \left(10 - \frac{\omega^2}{10} \right) F_0$$

4.5.7 Control LQR

En esta sección se muestra que un controlador LQR que minimiza la funcional de costo:

$$J = \int_0^{\infty} (H_1 + u^2) dt, \quad (4.53)$$

donde H_1 es la energía del sistema primario,

$$H_1 = \frac{1}{2} k_1 z_1^2 + \frac{1}{2} m_1 z_2^2, \quad (4.54)$$

no garantiza la atenuación máxima de las vibraciones, en cualquier frecuencia de excitación. Para el sistema con parámetros $m_1 = 10$ Kg, $k_1 = 1000$ N/m, $c_1 = 0$, $m_2 = 2$ Kg, $k_2 = 200$ N/m, tenemos el siguiente controlador retroalimentado que minimiza (4.53):

$$u = -\alpha_1 z_1 - \alpha_2 z_2 - \alpha_3 z_3 - \alpha_4 z_4 \quad (4.55)$$

donde:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -2.697158099944189 & \alpha_3 &= 0.4911878096257162 \\ \alpha_2 &= -0.3398786328241209 & \alpha_4 &= 1.401695843791589. \end{aligned}$$

4.5.8 Algoritmos PID discretos.

El control PID (Proporcional-Integral-Derivativo) ha sido la estrategia regulatoria más aplicada por excelencia. El regulador PID constituye, en sus distintas versiones la solución más universalmente aceptada para los problemas de control en la industria. Se calcula que más del 95% de los reguladores instalados, ya sean estos analógicos o digitales constituyen una u otra modificación del algoritmo PID.

Diversas explicaciones han sido dadas a este fenómeno. Desde nuestro punto de vista, se trata de que el PID sea el regulador "natural" por excelencia. En efecto, su comportamiento imita al de un ser racional ante una toma de decisiones: tiene en cuenta el estado actual (proporcional), la historia pasada (integral) y un pronóstico del futuro (derivada) del error o desviación del comportamiento deseado.

La versión discreta del regulador PID tiene 2 formas principales conocidas como posicional y de velocidad que han sido utilizadas indistintamente en la práctica, contando cada una de ellas con defensores y detractores.

En la ecuación siguiente se ofrece la forma posicional del algoritmo PID discreto:

$$u(t) = Kp \left[e(t) + \frac{Tc}{Ti} \sum_{i=1}^t e(i) + \frac{Td}{Tc} [e(t) - e(t-1)] \right] + u(0) \quad (4.56)$$

donde:

$u(t)$ = variable de control
 $u(0)$ = posición inicial
 Kp = ganancia
 Ti = tiempo integral
 Td = tiempo derivativo
 Tc = periodo de control

La forma de velocidad del PID discreto se obtiene fácilmente a partir de (4.56), calculando $u(t) - u(t-1)$, con lo que se llega a:

$$\Delta u(t) = Kp \left[(e(t) - e(t-1)) + \frac{Tc}{Ti} e(t) + \frac{Td}{Tc} (e(t) - 2e(t-1) + e(t-2)) \right] \quad (4.57)$$

donde :

$$\Delta u(t) = u(t) - u(t-1) \quad (4.58)$$

ó

$$u(t) = u(t-1) + \Delta u(t) \quad (4.59)$$

El algoritmo posicional requiere el chequeo de la sumatoria correspondiente al modo integral para evitar su saturación. En el de velocidad no se requiere este chequeo, pero por otra parte hay que establecer límites a los incrementos de la variable de control.

En el algoritmo posicional se requiere el conocimiento de la posición inicial del actuador. En el de velocidad, si el actuador es de tipo incremental, como por ejemplo un motor de pasos, no se requiere conocer la posición inicial. Si por otra parte, se utiliza un algoritmo de velocidad asociado a un actuador posicional. Entonces de todas formas se requiere la posición inicial para poder efectuar el cálculo (4.59).

El algoritmo posicional mantiene el significado intuitivo de los parámetros Kp , Ti y Td semejante al de los reguladores PID analógicos, conocidos

tradicionalmente en la industria. En el caso del algoritmo de velocidad, el significado de dichos parámetros se desvirtúa.

El algoritmo de velocidad trabaja con la 2da. Derivada del error, lo cual es inconveniente en presencia de ruido y, por otra parte, puede dar lugar a un comportamiento imprevisto e inadmisibles como por ejemplo, que se mande a cerrar una válvula cuando el error está aumentando, requiriéndose lo contrario. Se recomienda el algoritmo de posición, aun cuando requiere un cuidado especial con la sumatoria, para evitarse lo que se conoce como desborde (wind up) del modo integral. El algoritmo de velocidad debe utilizarse cuando los actuadores son de tipo incremental, por ejemplo motores de pasos.

4.5.9 Versión profesional del algoritmo PID.

Un algoritmo PID digital verdaderamente profesional, capaz de trabajar en forma confiable ante disímiles condiciones reales, incluye una serie de detalles que son obviados en ocasiones y que pueden marcar la diferencia entre un buen y un mal comportamiento.

$$u(t) = \frac{Ru}{Bp} \left[e_n(t) - \frac{Td}{Tc} \frac{\Delta y(t)}{Ry} \right] + Int(t) \quad (4.60)$$

donde:

$R_u = u_{\max} - u_{\min}$	R_u = Rango del actuador. A menudo 0 a 100%
$R_y = y_{\max} - y_{\min}$	R_y = Rango del transmisor con que se mide la variable en unidades físicas. Por ejemplo: 0 a 100° C, 4.2 a 20 Kg / cm ² , etc.

El error normalizada $e_n(t)$ esta dado por:

$$e_n(t) = \frac{y_{rf}(t) - y_f(t)}{R_y} \quad (4.61)$$

donde:

$y_{rf}(t)$ = Valor de referencia, eventualmente filtrado mediante un filtro exponencial de primer orden.

$y_f(t)$ = Valor de la salida filtrada.

Bp = Banda proporcional, se relaciona con la ganancia mediante $Kp = Ru / Bp$.

En muchas ocasiones $Kp = 100 / Bp$.

$$Int(t) = Int(t-1) + \frac{TcRu}{TiBp} e_n(t) \quad (4.62)$$

$$Int(0) = u(0) \quad (4.63)$$

donde $Int(t)$ representa al modo integral en el algoritmo PID. Su cálculo separado mediante la expresión (4.62) permite, por una parte, inicializar este término con la posición del actuador, de manera que el modo integral es el que garantiza el “nivel” de la señal de control, pudiendo considerarse los modos P y D como “desviaciones” de este nivel. Por otra parte, el cálculo separado del modo integral, permite chequear en cada periodo que su valor esté dentro del rango de control, evitándose los problemas asociados a la saturación del modo integral (integral wind up).

La expresión (4.60) del algoritmo, se utiliza para el incremento de la salida $\Delta y(t)$ en lugar del incremento del error. Este es un recurso conocido para evitar el llamado “golpe de la derivada” cuando se realiza un cambio brusco del valor de referencia y_{rf} que puede provocar oscilaciones innecesarias.

Por ejemplo:

$$y \quad e(t) = y_{rf}(t) - y(t) \quad (4.64)$$

$$e(t-1) = y_{rf}(t-1) - y(t-1) \quad (4.65)$$

Si la referencia permanece constante, es decir $y_{rf}(t) - y_{rf}(t-1)$, entonces:

$$\Delta e(t) = -\Delta y(t) \quad (4.66)$$

Sea en este caso el negativo del incremento de la salida es perfectamente equivalente al del incremento del error para conformar el modo derivativo del PID. No obstante, si se produce un cambio de la referencia, tendremos que:

$$\Delta e(t) = -\Delta y(t) + \Delta y_{rf}(t) \quad (4.67)$$

A diferencia del cambio en la salida, que por naturaleza es lento dada la dinámica del proceso, el cambio de la referencia es inmediato y brusco, por lo cual significa que el incremento de error y por ende la componente derivada del regulador también cambia bruscamente. Este es precisamente el efecto desestabilizador que se pretende evitar cuando se sustituye al incremento de la salida en el modo derivativo.

La variable $u(t)$ generalmente se encuentra en un rango normalizado en la computadora (0 - 100) ó (0 - 1). Después, en el convertidor D/A se transforma en una señal normalizada.

Si el convertidor de salida es de 12 bits y el rango interno de $u(t)$ es 0 - 100, el valor de entrada al convertidor, se calcula mediante la expresión:

$$u_{sal} = \frac{u(t)}{100} * 2^{12} \quad (4.68)$$

Es necesario tener en cuenta dos detalles que a menudo se confunden y que sin embargo tiene un tratamiento distinto. El primero consiste en el signo de la ganancia del proceso. Si este signo es positivo, es decir, a un aumento de la variable de control corresponde un aumento de la salida, entonces el signo de Bp (o de Kp) en el PID debe escogerse positivo. En caso contrario, es decir, cuando la ganancia del proceso es negativa, debe entonces escogerse Bp negativo y se obtiene el comportamiento estable deseado.

El segundo aspecto que hay que tomar en consideración es la naturaleza de la válvula de control. La expresión (4.68) es valida en el caso de que la válvula sea normalmente cerrada (acción directa), que es lo más frecuente. Existen casos en la práctica, no obstante, de válvulas normalmente abiertas (acción inversa), que cierran a medida que aumenta la señal de control. En este caso, el valor que debe entregarse al convertidor es:

$$u_{sal} = 2^{12} * \left(1 - \frac{u(t)}{100}\right) \quad (4.69)$$

Cualquier regulador digital y en particular los PID, deben tener al menos 3 modos de operación:

- 1.- Respaldo (Back-up)
- 2.- Manual
- 3.- Automático

En el modo Respaldo, el regulador sólo recibe las mediciones y el control se ejerce mediante otro dispositivo externo. La salida del regulador no está físicamente conectada a la entrada del proceso.

En el modo Manual, desde el regulador se puede actuar sobre el dispositivo de control, por ejemplo una válvula cerrándola o abriéndola. Es frecuente que para este fin se utilicen 2 teclas, una de incremento y otra de decremento.

En el modo Automático, el regulador digital asume la función de control, calculando el valor de la variable de control mediante la expresión (4.60) u otra similar. En este modo el operador puede generalmente modificar el valor de referencia (set-point) de la variable controlada.

4.5.10 Filtraje de variables.

Para el buen funcionamiento de los reguladores PID o cualquier otro algoritmo de control digital, se requiere el filtraje de las variables controladas, de manera que el ruido presente en las señales no provoque un comportamiento excesivamente oscilatorio en el control. Independientemente

de los filtros de hardware existentes, en general es conveniente el uso de dos tipos de filtros por software:

- 1).- Filtro para ruidos de alta frecuencia (inducción electromagnética, ruidos térmicos, etc.).
- 2).- Filtro para ruidos de frecuencia media y baja (ruidos en el proceso, variaciones en la composición de los materiales, falta de homogeneidad de los mismos, etc.).

Para el filtraje de los ruidos de alta frecuencia, generalmente se utiliza la promediación de varias réplicas de la medición en cada período de muestreo. El periodo de muestreo o de medición en cualquier sistema de control digital puede ser fijo y tan pequeño como sea posible. Para el filtraje de ruidos de frecuencia baja y media, se parte del concepto de período de control, que puede coincidir con el período de muestreo, aunque generalmente es un múltiplo de este. Llamamos T_m y T_c a los periodos de muestreo y de control respectivamente.

El tipo de filtrado para ruidos de frecuencia baja y media más utilizados en la práctica es el llamado filtrado exponencial de primer orden cuya expresión es:

$$y_f(t) = \alpha y_m(t) + (1 - \alpha)y_f(t - 1) \quad (4.70)$$

donde:

- α = un valor real en el intervalo 0 a 1.
- $y_f(t)$ = el valor filtrado en el período de muestreo t .
- $y_f(t - 1)$ = el valor filtrado en el período de muestreo $t - 1$.
- $y_m(t)$ = el valor medido en el período t .

La ecuación (4.70) puede también ser expresada mediante:

$$y_f(t) = \alpha \sum_{i=0}^t (1 - \alpha)^i y_m(t - i) \quad (4.71)$$

De la ecuación (4.71) se hace evidente el efecto del filtro exponencial como el de una “ventana” decreciente exponencialmente que se mueve sobre las mediciones y que le atribuye un peso decreciente a las mediciones más lejanas en el tiempo. Si consideramos convencionalmente que un peso menor que 0.01 es prácticamente despreciable, la longitud efectiva de esa ventana puede deducirse como sigue:

$$\alpha(1 - \alpha)^i = 0.01 \quad (4.72)$$

$$\log \alpha + i \log(1 - \alpha) = -2 \quad (4.73)$$

$$i \approx \frac{-(2 + \log \alpha)}{\log(1 - \alpha)} \quad (4.74)$$

Por ejemplo para $\alpha = 0.6$, el valor efectivo de la ventana es de 5 mediciones.

Si en la expresión (4.70) introducimos el operador de retardo z^{-1} . Podemos obtener la función de transferencia discreta del filtrado exponencial, de la manera siguiente:

$$y_f(t)(1 - (1 - \alpha)z^{-1}) = \alpha y_m(t) \quad (4.75)$$

$$\frac{y_f(t)}{y_m(t)} = \frac{\alpha}{1 - (1 - \alpha)z^{-1}} \quad (4.76)$$

cuando $z \rightarrow 1$ se obtiene:

$$\frac{y_f(t)}{y_m(t)} = 1 \quad (4.77)$$

O sea, que el valor filtrado converge al valor de la medición si este se mantiene constante durante un número suficientemente alto de períodos de muestreo.

También es importante tener en cuenta que el filtraje de las mediciones introduce un retardo adicional en el lazo de control, cuyo efecto crece a medida que el parámetro α es menor.

Por otra parte se conoce que el control, cuyo efecto pernicioso del ruido es más notable sobre el modo derivativo en un regulador PID. Debe existir entonces un compromiso entre el filtraje de la señal y el retardo introducido que tiende a hacer inestable el lazo de control. Una buena solución parece ser trabajar con dos valores diferentes del coeficiente de filtraje, uno mayor para los modos P e I y otro más pequeño para el modo D. es decir, se calculan 2 valores distintos de la variable de salida filtrada:

$$y_{f1}(t) = \alpha_1 y_m(t) + (1 - \alpha_1) y_{f1}(t-1) \quad (4.78)$$

$$y_{f2}(t) = \alpha_2 y_m(t) + (1 - \alpha_2) y_{f2}(t-1) \quad (4.79)$$

El error de regulación en el tiempo t que se utiliza para los modos proporcional (P) e integral (I), se calcula:

$$e(t) = y_{rf}(t) - y_{f1}(t) \quad (4.80)$$

y el valor de $\Delta y(t)$ para el modo derivativo (D) es entonces:

$$\Delta y(t) = y_{f2}(t) - y_{f2}(t-1) \quad (4.81)$$

La elección de los valores concretos del coeficiente α , debe hacerse en cada caso particular según la siguiente heurística: Para períodos de control largos (100 o más períodos de muestreo) y señales ruidosas, se seleccionan valores pequeños de α (0.1 o menores). En situaciones intermedias ($T_c \leq 5 T_m$) y señales filtradas por hardware, usualmente pueden escogerse valores de $\alpha > 0.4$. En última instancia, en cada lazo de control debe ajustarse experimentalmente el valor más adecuado de α .

4.5.11 Ajustes de los parámetros de reguladores PID discretos.

Las reglas de ajustes se basan en la aproximación del proceso mediante un modelo de primer orden con retardo:

$$F(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1} \quad (4.82)$$

y el criterio de obtener una respuesta en lazo cerrado, ante un cambio en escalón de la referencia, del tipo oscilatoria amortiguada que posea además la característica de que la relación entre los dos primeros picos de la oscilación sea 1/4 (1/4 decay ratio). Este tipo de respuesta ha sido considerada tradicionalmente por los especialistas como un buen compromiso entre velocidad de respuesta y magnitud del error.

En el caso de los reguladores discretos, el valor del parámetro θ (tiempo de retardo) se aumenta en $T_c / 2$, donde T_c es el período de control, para tener en cuenta el efecto del fijador de orden cero. Entonces es posible utilizar los parámetros que se dan en la siguiente tabla 4.1, donde K_p es la ganancia del proceso, K la ganancia del regulador, T_i y T_d son respectivamente los tiempos integral y derivativo.

Tipo	Ziegler-Nichols	Cohen-Coon	Smith-Murriel
P	$K K_p = (\theta/\tau)^{-1}$	$K K_p = (\theta/\tau)^{-1} + 0.333$	$K K_p = 4.208(\theta/\tau)^{-0.956}$
PI	$K K_p = 0.9(\theta/\tau)^{-1}$ $T_i / \tau = 3.33(\theta/\tau)$	$K K_p = 0.9(\theta/\tau)^{-1} + 0.082$ $T_i / \tau = 3.3(\theta/\tau)[1 + \theta/11\tau]$	$K K_p = 0.928(\theta/\tau)^{-0.946}$ $T_i / \tau = 0.928(\theta/\tau)^{0.583}$
PID	$K K_p = 4.2(\theta/\tau)^{-1}$ $T_i / \tau = 2(\theta/\tau)$ $T_d / \tau = 0.5(\theta/\tau)$	$K K_p = 4.35(\theta/\tau)^{-1} + 0.27$ $T_i / \tau = \frac{2.5(\theta/\tau)[1 + \theta/5\tau]}{1 + 0.6(\theta/\tau)}$ $T_d / \tau = \frac{0.37(\theta/\tau)}{1 + 0.2(\theta/\tau)}$	$K K_p = 4.370(\theta/\tau)^{-0.950}$ $T_i / \tau = 0.740(\theta/\tau)^{0.738}$ $T_d / \tau = 0.365(\theta/\tau)^{0.950}$

Tabla 4.1 Reguladores discretos

4.5.12 PID Auto-ajustables.

En los últimos años numerosos enfoques han sido utilizados con el fin de encontrar un procedimiento de auto-ajuste suficientemente confiable para los parámetros de los reguladores PID. Distintos criterios de ajuste se han empleado con mayor o menor éxito: garantizar un margen de fase prefijado, uso de la regla de Ziegler-Nichols partiendo de oscilaciones provocadas en el proceso, minimización de un criterio cuadrático, asignación de polos, autoajuste basado en razonamientos heurísticos, etc.

4.5.13 PID auto-ajustable basado en un margen de fase prefijado.

Este método utiliza el criterio clásico de margen de fase como criterio de diseño (Branyasz y Keviczky, 1982) y parte de la descripción del proceso mediante la función de transferencia discreta:

$$G_p(z^{-1}) = \frac{y(t)}{u(t)} = \frac{b_1 z^{-(k-1)}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (4.83)$$

correspondiente a un sistema de segundo orden con $k-1$ pasos de retardo. Supongamos además que el regulador tiene la estructura:

$$G_r(z^{-1}) = \frac{p_0 + p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}} = \frac{P(z^{-1})}{1 - z^{-1}} \quad (4.84)$$

que corresponde a la de un PID en su versión de velocidad. En efecto, tenemos las siguientes equivalencias:

$$p_0 = K_p \left(1 + \frac{T_c}{T_i} + \frac{T_d}{T_c}\right) \quad (4.85)$$

$$p_1 = -K_p \left(1 + 2 \frac{T_d}{T_c}\right) \quad (4.86)$$

$$p_2 = \frac{K_p T_d}{T_c} \quad (4.87)$$

donde:

K_p = la ganancia.

T_i = el tiempo integral.

T_d = el tiempo derivativo.

T_c = el período de control.

La idea central de este regulador consiste en escoger al polinomio $P(z^{-1})$ en la forma:

$$P(z^{-1}) = p_0(1 + p_1' z^{-1} + p_2' z^{-2}) = p_0(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}) = p_0 A(z^{-1}) \quad (4.88)$$

donde:

$$p_1 = \frac{p_1}{p_0} = a_1 \quad (4.89)$$

$$p_2 = \frac{p_2}{p_0} = a_2 \quad (4.90)$$

La función de transferencia del sistema en lazo abierto será entonces:

$$G = G_p G_r = \frac{b_1 p_0 z^{-(k+1)}}{1 - z^{-1}} = b_1 p_0 \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}} z^{-k} \quad (4.91)$$

Se puede notar que se trata de una función de transferencia de un integrador en serie con un elemento de retardo puro y con ganancia:

$$K_1 = b_1 p_0 \quad (4.92)$$

Consideremos ahora la función de transferencia de un sistema continuo equivalente al descrito en la ecuación (4.66):

$$W(s) = W_f(s) W_1(s) W_k(s) \quad (4.93)$$

donde:

$$W_f(s) = \frac{1 - e^{-sT_c}}{s} \quad (4.94)$$

corresponde a un fijador de orden cero y T_c es el período de muestreo.

Las siguientes ecuaciones son las funciones de transferencia del integrador y del elemento de retardo puro.

$$W_1(s) = \frac{K_1}{s} \quad (4.95)$$

$$W_k(s) = e^{-kT_c s} \quad (4.96)$$

A partir de (4.94), (4.95), (4.96), y haciendo $s = j\omega$ y con algunas transformaciones simples, se pueden determinarse las características de amplitud y de fase contra frecuencia del sistema en lazo abierto. Estas son:

$$A(\omega) = \frac{T_c^2 K_1}{\omega T_c} \frac{\sin(\frac{\omega T_c}{2})}{\frac{\omega T_c}{2}} \quad (4.97)$$

$$\phi(\omega) = -\frac{\omega T_c}{2} (2k+1) - \frac{\pi}{2} \quad (4.98)$$

y de acuerdo con el criterio de Nyquist, el sistema en lazo cerrado correspondiente tendrá un determinado margen de fase φ_a , si se cumple:

$$\varphi(w) = -\pi + \varphi_a \quad (4.99)$$

$$A(w) = 1 \quad (4.100)$$

Utilizando ahora los resultados (4.97) y (4.98) con $x = (w T_c) / 2$ se obtiene de (4.100):

$$K_1 = \frac{2x^2}{T_c^2 |\text{sen}(x)|} = \frac{2x \cdot x}{T^2 |\text{sen}(x)|} \quad (4.101)$$

El cociente $x / |\text{sen}(x)|$ puede aproximarse muy bien por 1 para valores de x pequeños y por tanto:

$$K_1 \approx \frac{2x}{T_c^2} \quad (4.102)$$

De la ecuación (4.99), al mismo tiempo se llega a:

$$x = \frac{\pi - 2\varphi_a}{2(2k+1)} \quad (4.103)$$

Sustituyendo (4.103) en (4.102) obtenemos entonces:

$$K_1 = \frac{\pi - 2\varphi_a}{T_c^2 (2k+1)} \quad (4.104)$$

Considerando un margen de fase de 60 grados ($\pi/3$) que resulta adecuado en la mayoría de los casos, tenemos:

$$K_1 = \frac{\pi/3}{T_c^2 (2k+1)} \approx \frac{1}{T_c^2 (2k+1)} \quad (4.105)$$

Teniendo en cuenta a (4.89), (4.90), (4.91) y (4.105), se llega a las siguientes ecuaciones:

$$p_0 = \frac{1}{\hat{b}_1 T_c^2 (2k+1)} \quad (4.106)$$

$$p_1 = \hat{a}_1 p_0 \quad (4.107)$$

$$p_2 = \hat{a}_2 p_0 \quad (4.108)$$

donde $\hat{b}_1, \hat{a}_1$ y $\hat{a}_2$ deben interpretarse como estimaciones de estos parámetros obtenidas en tiempo real mediante cualquier variante de tiempo del método de mínimos cuadrados recursivos.

De acuerdo con (4.84), la ley de control se calcula mediante:

$$u(t) = p_0 e(t) + p_1 e(t-1) + p_2 e(t-2) + u(t-1) \quad (4.109)$$

donde: $e(t)$ es el error

$$e(t) = y_{\text{ref}}(t) - y(t) \quad (4.110)$$

A pesar de la extraordinaria simplicidad de este regulador se ha reportado un comportamiento adecuado del mismo en varios ejemplos simulados con sistemas de primero y segundo orden y varios periodos de retardo (Banyasz y Keviczky, 1982).

4.5.14 PID autoajustable basado en asignación de polos.

Se expone un algoritmo PID autoajustable que se basa en una asignación de los polos de la función de transferencia en lazo cerrado (Aguado y Campos, 1983). Se parte del modelo, de un modelo de la planta con la estructura:

$$G_p(z^{-1}) = \frac{y(t)}{u(t)} = \frac{b_1 z^{-1}}{1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2}} \quad (4.111)$$

y un regulador PID de velocidad, cuya función de transferencia tiene la forma:

$$G_r(z^{-1}) = \frac{r_0 + r_1 z^{-1} + r_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}} \quad (4.112)$$

El polinomio característico en lazo cerrado se calcula haciendo $1 + G_p G_r = 0$ y se llega a la expresión:

$$z^{-3} + \frac{a_1 - a_2 + b_1 r_1}{b_1 r_2 + a_2} z^{-2} + \frac{b_1 r_0 - a_1 - 1}{b_1 r_2 + a_2} z^{-1} + \frac{1}{b_1 r_2 + a_2} = 0 \quad (4.113)$$

Se impone ahora la condición de que el sistema en lazo cerrado tenga un polo triple de valor a , que como es lógico, debe estar en la zona de estabilidad. Esto equivale a suponer que el polinomio característico del sistema tenga la forma:

$$(z^{-1} - a)^3 = z^{-3} - 3az^{-2} + 3a^2 z^{-1} - a^3 \quad (4.114)$$

Igualando los coeficientes de las ecuaciones (4.113) y (4.114) y resolviendo, se obtiene para los coeficientes del regulador las expresiones:

$$r_0 = \frac{1}{b_1} \left(1 + a_1 - \frac{3}{a} \right) \quad (4.115)$$

$$r_1 = \frac{1}{b_1} \left(a_2 - a_1 + \frac{3}{a^2} \right) \quad (4.116)$$

$$r_2 = \frac{1}{b_1} \left(a_2 + \frac{1}{a^2} \right) \quad (4.117)$$

Si tenemos en cuenta la estructura convencional del regulador PID discreto, en su variante de velocidad:

$$\Delta u(t) = K_p \left[(e(t) - e(t-1)) + \frac{T_c}{T_1} e(t) + \frac{T_D}{T_c} (e(t) - 2e(t-1) + e(t-2)) \right] \quad (4.118)$$

donde T_c es el período de control y haciendo:

$$K_1 = \frac{K_p T_c}{T_1} \quad (4.119)$$

y

$$K_D = \frac{K_p T_c}{T} \quad (4.120)$$

las constantes K_1 , K_D y K_p se calculan fácilmente a partir r_1 , r_2 y r_3 , mediante las siguientes fórmulas :

$$K_p = -(r_1 + 2r_2) \quad (4.121)$$

$$K_1 = r_0 + r_1 + r_2 \quad (4.122)$$

$$K_D = r_2 \quad (4.123)$$

El ejemplo desarrollado hasta aquí resulta suficientemente simple y tiene además la ventaja de que requiere un solo parámetro de diseño: la posición del polo triple a .

En numerosas simulaciones el algoritmo PID auto-ajustable mediante la asignación de un polo triple en la función de transferencia de lazo cerrado, ha mostrado su eficiencia para la regulación de sistemas de hasta tercer orden.

4.5.15 Enfoque heurístico para la realización de un PID auto-ajustable.

El algoritmo reportado por Marsik (1983), basado en un razonamiento puramente heurístico que apenas puede justificarse teóricamente y que, sin embargo, ha dado excelentes resultados prácticos.

El método parte de la definición de un “índice de oscilación” κ , que se define:

$$\kappa = \frac{f_e}{f_v} \quad (4.124)$$

donde:

f_e = la frecuencia de cruce por cero del error de regulación

f_v = la frecuencias de cruce por cero de su primera diferencia.

En general para cualquier proceso de regulación se cumple:

$$f_v \geq f_e \geq 0 \quad (4.125)$$

o también:

$$0 \leq \kappa \leq 1 \quad (4.126)$$

Se ha probado experimentalmente que en la mayoría de los casos prácticos, un proceso de regulación cercano al óptimo se obtiene para $\kappa = 0.5$. Supongamos para el regulador la siguiente estructura:

$$u(t+1) = \alpha(t)\gamma(t)\Delta e(t) + \alpha(t)\beta(t)e(t) + \sum_{i=1}^t \alpha(i)e(i) \quad (4.127)$$

donde: $e(t)$ es el error de regulación, y está dado por:

$$\Delta e(t) = e(t) - e(t-1) \quad (4.128)$$

La estructura de (4.127) corresponde a la de un PID discreto con parámetros variables. Los parámetros $\alpha(t)$, $\beta(t)$ y $\gamma(t)$ se relacionan con los parámetros habituales del PID mediante las expresiones:

$$K_p = \alpha\beta \quad (4.129)$$

$$T_i = \beta T_c \quad (4.130)$$

$$T_d = \frac{\gamma}{\beta} T_c \quad (4.131)$$

donde: T_c es el periodo de control.

En el trabajo de Marsik se da el siguiente procedimiento recursivo para el cálculo del coeficiente α :

$$\Delta\alpha(t) = 0.5 f_v \alpha(t) \frac{0.5}{\kappa(t)} - 1 \quad (4.132)$$

que debe converger al valor óptimo de α cuando $\kappa \approx 0.5$. Un problema clave del algoritmo es el calculo en tiempo real del índice de oscilación $\kappa(t)$. Para ello fue

necesario acudir a una vieja expresión dada por Rice (1994) que calcula el número de cruces por un determinado nivel de una señal gaussiana continua:

$$f_c = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_v^2}{\sigma_c^2}} \quad (4.133)$$

donde:

σ_e^2 = la varianza del error de regulación

σ_v^2 = la varianza de la primera derivada de su error

En una forma análoga:

$$f_v = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_a^2}{\sigma_v^2}} \quad (4.134)$$

donde:

σ_a^2 = la varianza de la segunda derivada del error (o aceleración).

Considerando que tanto el error de regulación como su primera y segunda diferencias se comportan como variables aleatorias con distribución gaussiana y medio cero, una estimación plausible de las varianzas respectivas, puede ser:

$$\sigma_c^2 = \frac{1}{t-1} \sum_{i=1}^t e(i)^2 \quad (4.135)$$

$$\sigma_v^2 = \frac{1}{t-1} \sum_{i=1}^t (\Delta e(i))^2 \quad (4.136)$$

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{t-1} \sum_{i=1}^t (\Delta^2 e(i))^2 \quad (4.137)$$

donde $\Delta^2 e(i) = e(i) - 2e(i-1) + e(i-2)$ representa la segunda diferencia o aceleración del error de regulación.

Sustituyendo (4.133) y (4.134), (4.135), (4.136) y (4.137) en (4.124) se llega a la expresión:

$$\kappa(t) = \frac{\sum_{i=1}^t (\Delta e(i))^2}{\sqrt{\sum_{i=1}^t e(i)^2 \sum_{i=1}^t (\Delta^2 e(i))^2}} \quad (4.138)$$

La inclusión de un mecanismo análogo al olvido exponencial para descontar el efecto de los datos más viejos, puede lograrse si las sumatorias en (4.138) se constituyen por las sumas filtradas:

$$\overline{e^2}(t) = \frac{(e^2(t) + \tau(t)e^2(t-1))}{1 + \tau(t)} \quad (4.135)$$

$$\overline{(\Delta^2 e(t))^2} = \overline{v^2(t)} = \frac{((\Delta e(t))^2 + \tau(t)v^2(t-1))}{1 + \tau(t)} \quad (4.136)$$

$$\overline{(\Delta^2 e(t))^2} = \overline{a^2(t)} = \frac{((\Delta^2 e(t))^2 + \tau(t)a^2(t-1))}{1 + \tau(t)} \quad (4.137)$$

la constante de tiempo del filtro se calcula mediante:

$$\tau(t) = \frac{2\pi}{f_v(t)} = 2\pi \sqrt{\frac{v^2(t-1)}{a^2(t-1)}} \quad (4.138)$$

Los valores de $f_e(t)$, $f_v(t)$ y $\kappa(t)$ pueden ahora definirse como:

$$f_e(t) = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{v^2(t)}{e^2(t)}} \quad (4.139)$$

$$f_v(t) = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{a^2(t)}{v^2(t)}} \quad (4.140)$$

$$\kappa(t) = \frac{\overline{v^2(t)}}{\sqrt{a^2(t)e^2(t)}} \quad (4.141)$$

Sustituyendo (4.140) y (4.141) en (4.132) se obtiene la siguiente expresión para el incremento del coeficiente α :

$$\Delta\alpha(t) = \frac{0.5\alpha(t)}{\pi} \sqrt{\frac{a^2(t)}{v^2(t)}} \left(\frac{0.5\sqrt{a^2(t)e^2(t)}}{v^2(t)} - 1 \right) \quad (4.142)$$

Para determinar las reglas de adaptación de los parámetros $\gamma(t)$ y $\beta(t)$, vamos a escribir la ecuación (4.127) en la siguiente forma ligeramente modificada:

$$u(t) = \sum_{i=0}^t \alpha(i) [e(i) + \beta(i)\Delta e(i) + \gamma(i)\Delta^2 e(i)] \quad (4.143)$$

de acuerdo con Marsik (1983), la adaptación de los parámetros $\gamma(i)$ y $\beta(i)$, puede hacerse en una forma eficiente imponiendo la condición de que la energía efectiva de control aportada por las tres componentes del regulador sea igual, lo cual se traduce a la condición:

$$\beta(i)\sqrt{(\Delta e(i))^2} = \gamma(i)\sqrt{(\Delta^2 e(i))^2} = \sqrt{e(i)^2} \quad (4.144)$$

de donde se deduce fácilmente:

$$\beta(t) = \sqrt{\frac{e^2(t)}{v^2(t)}}, \gamma(t) = \sqrt{\frac{v^2(t)}{a^2(t)}} \quad (4.145)$$

El algoritmo de autoajuste descrito anteriormente, con algunas modificaciones, ha sido probado exitosamente en una gran variedad de ejemplos simulados, incluyendo modelos de hasta cuarto orden con retardo, así como en casos prácticos reales. Las modificaciones principales que hemos introducido son las siguientes: el algoritmo se usa como una herramienta opcional para ajuste del algoritmo PID posicional descrito mediante la ecuación (4.60), usando las relaciones de transformación dadas en (4.129), (4.130) y (4.131) y no como algoritmo autónomo de control como fue concebido por el autor. Entonces, dado un conjunto de parámetros del PID, es necesaria una inicialización adecuada de los parámetros α , β y γ que garantice una transición suave cuando la opción de autoajuste se conecte.

El comportamiento de lazo cerrado cuando se usan los parámetros del PID calculados mediante el algoritmo de Marsik, ha resultado en algunos casos excesivamente oscilatorio. Esto se debe, en nuestra opinión a la relación demasiado rígida que se establece entre los tiempos integral y derivativo calculados. Hemos obtenido un comportamiento más flexible mediante la introducción de un nuevo parámetro en el cálculo del tiempo integral:

$$T_i = \xi \beta T_c \quad (4.146)$$

donde: ξ = "factor de oscilación", $1 < \xi$, asume valores mayores que 1.

Hemos comprobado que valores de ξ en el rango 1 a 10 son suficientes en la mayoría de los casos simulados, aunque en los casos de sistemas con comportamiento de tipo integrador, se requieren valores de ξ mucho mayores (de hasta 100 o más). Para escoger el valor concreto de ξ en un caso específico puede usarse la siguiente regla: comenzar probando con $\xi = 5$ y si el comportamiento del lazo es excesivamente oscilatorio, ir incrementando poco a poco su valor hasta llegar al comportamiento deseado.

4.6 Control Inteligente.

Dentro de la academia mundial de control, existen divergencias latentes entre el grupo de control clásico y el grupo de control inteligente. Entre los académicos que defienden la postura del control clásico, particularizan la idea fundamental que el sistema a controlar debe ser modelado empleando herramientas matemáticas analíticas lo cual también se aplica al diseño del controlador. Sin embargo en problemas prácticos, el control clásico no ha podido resolver problemas sobre sistemas donde el modelo y los parámetros del modelo cambian radicalmente en tiempo real. En este campo es donde el control inteligente ha encontrado un nicho de aplicación.

El control inteligente, amalgama el uso de las teorías no clásicas para la identificación y modelado de procesos cambiantes y su regulación en línea de los parámetros de un regulador. Tales teorías involucradas son, a saber: Lógica Difusa (LD), Redes Neuronales Artificiales (RNA), Algoritmos Genéticos (AG), Algoritmos Probabilísticos (AP) y combinaciones entre ellos.

4.6.1 Redes Neuronales Artificiales.

Los investigadores McCulloch y Pitts definieron en 1940 el comportamiento de una neurona artificial, como:

$$y = g\left(\sum_{i=0}^N x_i w_i\right) \quad (4.147)$$

donde:

y = la entrada de la neurona

N = el número de entradas

x_i = las variables de entrada de la neurona

w_i = los pesos sinápticos (ver figura 4.20).

La función g es una función no lineal. Comúnmente se usan funciones seudo lineales, sigmoides o discontinuas [6].

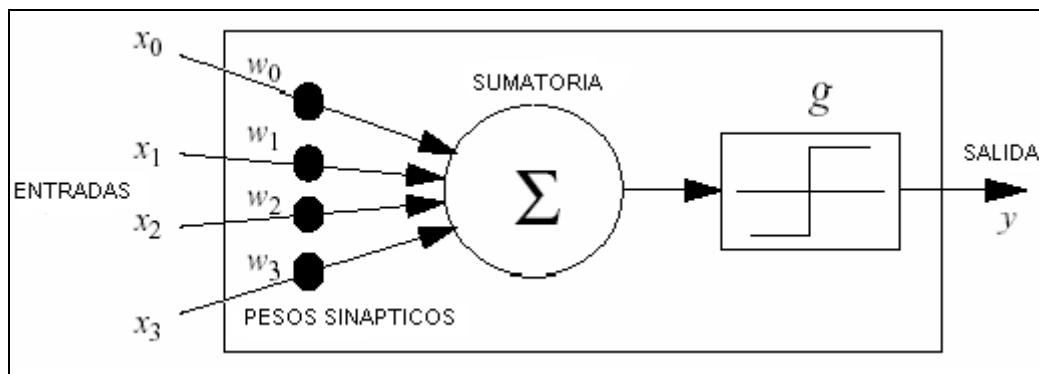


Figura 4.14 Neurona artificial.

Las redes neuronales artificiales (RNA) ([6] y [7]) tratan de simular los sistemas nerviosos simples. Kohonen [8] divide las arquitecturas actuales de redes neuronales en 3 categorías dependiendo de la filosofía de modelado de los sistemas nerviosos. En la figura 4.15 se muestra dicha clasificación. Las redes anticipantes (del inglés *Feedforward*) transforman el conjunto de señales de entrada en conjunto de señales de salida. La transformación entrada-salida deseada es usualmente determinada de manera externa mediante un ajuste supervisor de los parámetros del sistema. Las redes realimentadas conocidas como recurrentes, permiten la definición del estado activo inicial por medio de la información de entrada de un sistema realimentado mediante lazo cerrado. A partir de la transición de estados, el estado final asintótico se identifica

mediante cálculos computacionales. Al final, las redes no supervisadas o también conocidas como auto organizadas, se caracterizan por una competencia positiva entre las neuronas de la red y desempeñan relaciones iterativas entre ellas para procesar patrones de señales de entrada diferentes.

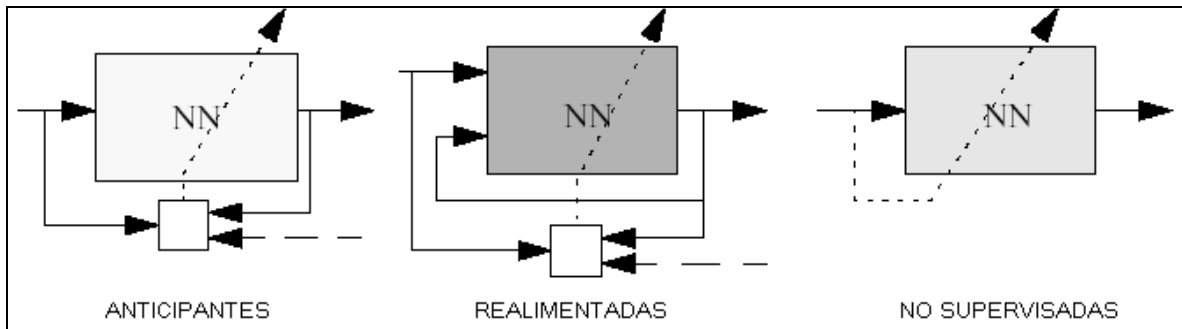


Figura 4.15 Clasificación de las redes neuronales.

Las redes neuronales son usadas para dos tareas principales: para la aproximación de funciones y para la clasificación de patrones. En la aproximación de funciones, la red es entrenada para aproximar un mapeo entre sus entradas y salidas. Muchos modelos de redes neuronales han sido probados como aproximadores universales, esto es, la red puede aproximar casi cualquier función continua arbitraria [9]. El problema de clasificación de patrones puede considerarse como un caso particular de la aproximación de funciones. El mapeo es realizado a partir del espacio de entrada hacia un número finito de clases de salida. Para el caso de la aplicación de controles neuronales, las redes de aproximación de funciones, representan la mejor alternativa.

Kohonen, Kanerva y Ojala [10] son autores recientes que impactaron el área de control en la aplicación de las redes neuronales al cálculo de los parámetros de control de los reguladores y secuenciadores de tareas de procesos de manufactura. Sin embargo, Aguado [11] muestra propuestas de aplicación más simples, aplicables a procesos reales. Dichas propuestas están basadas en los fundamentos de redes propuestos por Narendra. Autores tales como Psaltis, Tamomaru y Nguyen, presentan métodos que pueden clasificarse por su aplicación en el proceso como: Métodos de Control Directo (MCD) y Métodos de Control Indirecto (MCI). Ambos métodos ofrecen ventajas y desventajas que deben ser tomadas en cuenta para decidir su aplicación a un proceso, por esta razón, se presentan a continuación.

4.6.1.1 Método de Control Directo (MCD).

En este caso se emplea la red neuronal en una primer instancias como un identificador del modelo del proceso a controlar. Dicha identificación puede hacerse de las tres formas conocidas: fuera de línea, en línea o una combinación sincronizada de ambas. Esta etapa del control permite ya sea el diseño de un experimento de identificación o bien realizar un entrenamiento

exhaustivo de la red neuronal para que el modelo identificado por la red sea lo más aproximado posible al proceso real.

Uno de los trabajos que más resaltan en la propuesta de este tipo de esquema de control es el de Dirion, que en 1995, propone un esquema como el que se muestra en la figura 4.16.

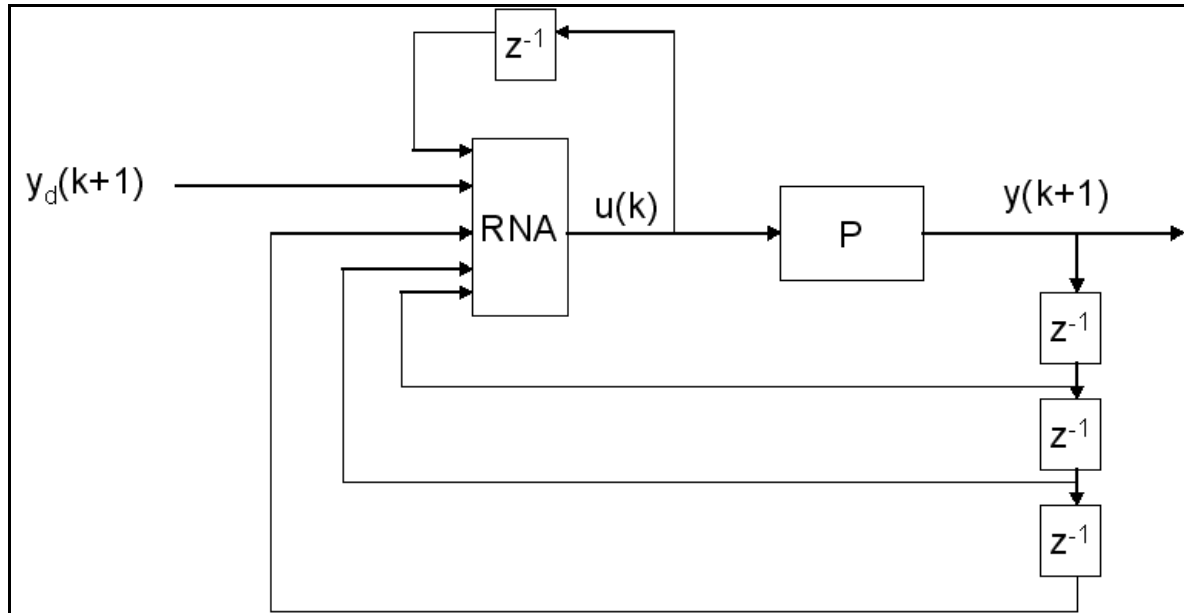


Figura 4.16 Método de control directo.

Dicho esquema tiene la particularidad, que para lograr un comportamiento adecuado de la estructura de control, se requiere de una estimación muy precisa del retardo puro d que ofrece el proceso inherentemente por lo que hace necesario realizar un experimento auxiliar aplicando una entrada de comportamiento similar a un escalón en la entrada del proceso.

A pesar de ser un sistema heurístico y ser bastante simple de desarrollar en la práctica, dado que es un modelo de control directo, presenta el problema que el modelo del proceso obtenido debe ser muy cercano al real, lo cual en la práctica es muy complicado de lograr. Además el esquema no toma en cuenta la presencia de perturbaciones que afecta directamente la salida del proceso, como puede ser el ruido. Esto es el mismo problema que se presenta en los sistemas de lazo abierto.

Por último, si consideramos que el proceso es de fase no mínima, el modelo obtenido sería inestable, lo cual genera oscilaciones que no se pueden tolerar en la variable de control $u(k)$. Con esto pueden presentarse efectos no lineales, lo que impiden la no inversión del modelo obtenido.

4.6.1.2 Método de Control Indirecto (MCI).

La figura 4.17 muestra un esquema propuesto para el control por método indirecto donde la RNA ha sido separada en dos subsistemas neuronales. Uno funciona como regulador (RNI) y el otro estima el error del sistema en términos de la variable de control y de las variaciones de la salida (RND). Este esquema es inmune a las perturbaciones del proceso representadas por $v(t)$ por el doble lazo de control generado.

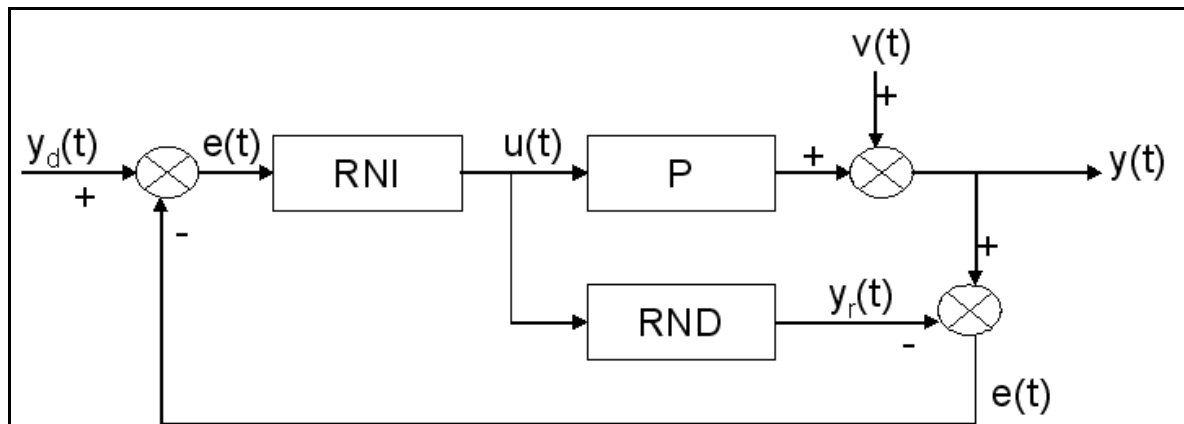


Figura 4.17 Método de control indirecto

Nótese que las señales de error calculadas ya no requieren de un retardo en el tiempo z^{-1} y que tanto la que entra al regulador como la de salida de la comparación del sistema son diferentes. Una se refiere a la comparación de la señal adelantada del proceso obtenida por RND y comparada con la salida del sistema y el otro error es la comparación de la salida real del sistema con la señal de referencia o *set-point* deseada.

La figura 4.18 muestra un esquema propuesto por Aguado en 1997, en el que se propone una combinación de las redes neuronales con un PID clásico donde los parámetros del regulador son ajustados en línea por la Red Neuronal Inversa (RNI), la cual consta de una red clásica de retro-propagación (del inglés *back-propagation*) de tres capas que debe ser entrenada fuera de línea utilizando una muestra de datos obtenida a partir de la aplicación de señales aleatorias a la entrada del proceso.

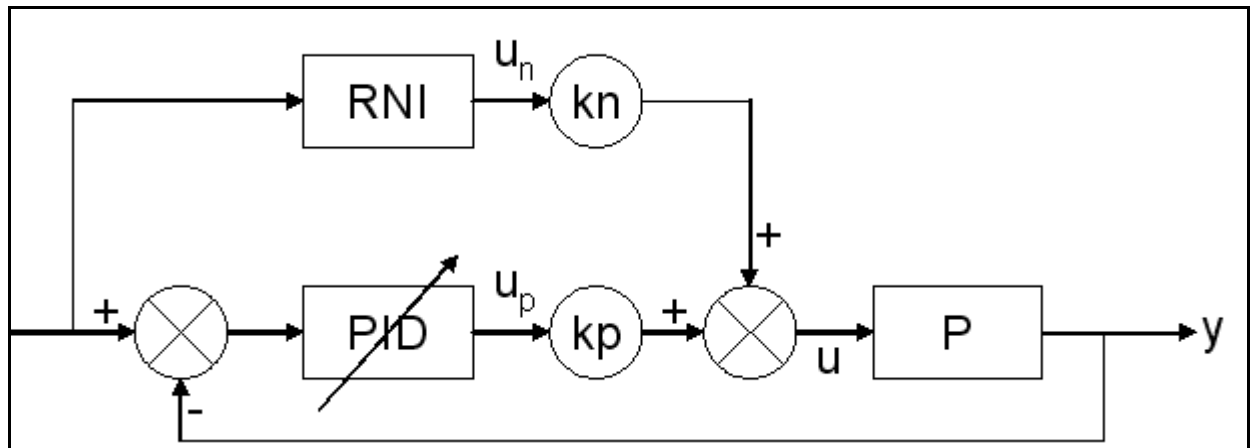


Figura 4.18 Método de control combinado

Este esquema en lo general requiere tanto de entrenamiento de la red con una cantidad adecuada de datos reales del proceso, como el ajuste de un parámetro del PID conocido como Factor de Oscilación el cual permite seleccionar el tipo de comportamiento deseado para el sistema de lazo cerrado.

De todos los esquemas mostrados, se pueden encontrar variantes diversas pero al final, cada esquema empleará estrategias muy similares para mejorar el comportamiento y ajuste del proceso bajo control.

Una contribución importante al incremento de las posibilidades de las redes neuronales en la solución de problemas prácticos de control, es el trabajo de Cui y Shin (1992), en el que se propone un esquema de control neuronal directo para una amplia clase de procesos no lineales. La idea central de este esquema es entrenar a la red neuronal, retropropagando el error de regulación en lugar del error de salida de la red.

4.6.2 Control Neuronal Auto-ajustable.

En esta sección se propone un regulador auto-ajustable inspirado en las ideas de Cui y Shin, pero con la característica particular de que el entrenamiento previo se sustituye por un ajuste permanente de los coeficientes de peso basado en el error de regulación.

En la figura 4.19 se muestra el esquema propuesto para el regulador neuronal auto-ajustable.

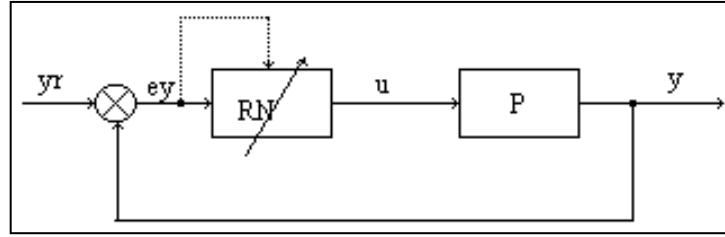


Figura 4.19 Regulador neuronal auto-ajustable

La red neuronal que hace las funciones de regulador, es un perceptrón de 3 capas de neuronas (una capa escondida), cuyos coeficientes de peso se ajustan utilizando el algoritmo de retropropagación del error. En este caso, sin embargo, en lugar del error de salida de la red:

$$e_u(t) = u_d(t) - u(t) \quad (4.148)$$

se utiliza el error de salida del proceso :

$$e_y(t) = y_r(t) - y(t) \quad (4.149)$$

para ajustar los coeficientes de peso del regulador neuronal.

En la figura 4.20 se representa la estructura de la red que hace las funciones de regulador. La capa de salida tiene una sola neurona, ya que estamos limitando el análisis al caso de procesos de una entrada y una salida.

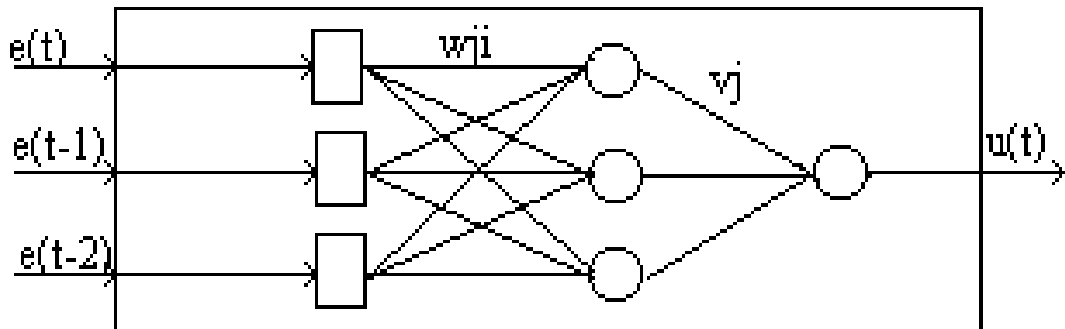


Figura 4.20 Red neuronal

En la capa de entrada se introducen el valor actual y algunos valores anteriores del error de regulación, es decir:

$$x(t) = [e_y(t) e_y(t-1) \dots e_y(t-n)] \quad (4.150)$$

En los casos que hemos simulado hasta el momento, el valor de $n = 2$ ha resultado suficiente para obtener un comportamiento adecuado del sistema en lazo cerrado. Esto implica que el número de neuronas en la capa de entrada

puede ser de 3. Un número semejante de neuronas en la capa escondida ha sido igualmente satisfactorio.

En la figura 4.20 se definen los coeficientes de peso w_{ji} y v_j de las conexiones de entrada a la capa escondida y a la capa de salida respectivamente. En lo que sigue vamos a detallar el algoritmo de actualización de esos coeficientes, partiendo del criterio de minimizar el error de regulación.

La salida de la neurona j de la capa escondida se calcula mediante:

$$h_j = \frac{1}{1 + \exp(-S_j)} \quad (4.151)$$

$j = 1, 2, 3.$

donde:

$$S_j = \sum_{i=1}^3 w_{ji} x_i \quad (4.152)$$

Igualmente, la señal de salida de la capa de salida, formada en este caso por una sola neurona, será:

$$u(t) = \frac{1}{1 + \exp(-r)} \quad (4.153)$$

donde:

$$r = \sum_{j=1}^3 v_j h_j \quad (4.154)$$

Definimos como criterio a minimizar, la función:

$$E(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^t e_y(k)^2 \quad (4.155)$$

El procedimiento de minimización consiste, como es conocido, en moverse en la dirección del negativo del gradiente de la función $E(t)$ con respecto a los coeficientes de peso v_j y w_{ji} . El gradiente de $E(t)$ es un vector multidimensional cuyas componentes son las derivadas parciales, es decir :

$$\nabla E(t) = \begin{bmatrix} \frac{\partial E(t)}{\partial v_j} \\ \frac{\partial E(t)}{\partial w_{ji}} \end{bmatrix} \quad (4.156)$$

vamos a obtener, en primer lugar, las derivadas parciales con respecto a los coeficientes de peso de la neurona de salida:

$$\frac{\partial E(t)}{\partial v_j} = \frac{\partial E(t)}{\partial e_y} \frac{\partial e_y}{\partial e_u} \frac{\partial e_u}{\partial u(t)} \frac{\partial u(t)}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial v_j} \quad (4.157)$$

$$\frac{\partial E(t)}{\partial v_j} = e_y \cdot \frac{\partial e_y}{\partial e_u} \cdot (-1)u(t)(1-u(t))h_j \quad (4.158)$$

En (4.157) se hace uso de la relación conocida:

$$\frac{\partial u(t)}{\partial r} = \frac{\partial \left(\frac{1}{1+e^{-r}} \right)}{\partial r} = \frac{e^{-r}}{(1+e^{-r})^2} = \frac{e^{-r}}{1+e^{-r}} * \frac{1}{1+e^{-r}} = u(t)(1-u(t)) \quad (4.159)$$

Definimos:

$$\delta^1 = e_y u(t)(1-u(t)) \quad (4.160)$$

Entonces:

$$\frac{\partial E(t)}{\partial v_j} = -\delta^1 h_j \frac{\partial e_y}{\partial e_u} \quad (4.161)$$

En la ecuación (4.161) aparece la derivada parcial $\partial e_y / \partial e_u$ que puede interpretarse como la “ganancia equivalente” del proceso. Más adelante haremos algunas consideraciones acerca de dicho término.

La derivada parcial de la función $E(t)$ con respecto a los coeficientes w_{ji} se obtiene aplicando de nuevo la regla de la cadena :

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(t)}{\partial w_{ji}} &= \frac{\partial E(t)}{\partial e_y} \frac{\partial e_y}{\partial e_u} \frac{\partial e_u}{\partial u(t)} \frac{\partial u(t)}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial h_j} \frac{\partial h_j}{\partial S_j} \frac{\partial S_j}{\partial w_{ji}} \\ &= -e_y \frac{\partial e_y}{\partial e_u} u(t)(1-u(t))v_j h_j (1-h_j)x_i \\ \frac{\partial E(t)}{\partial w_{ji}} &= -\delta^1 v_j h_j (1-h_j)x_i \frac{\partial e_y}{\partial e_u} \end{aligned} \quad (4.162)$$

Definimos:

$$\delta^2_j = \delta^1 v_j h_j (1-h_j) \quad (4.163)$$

y entonces

$$\frac{\partial E(t)}{\partial w_{ji}} = -\delta^2_j x_i \frac{\partial e_y}{\partial e_u} \quad (4.164)$$

Haciendo uso de las ecuaciones anteriores, el ajuste de los coeficientes de peso v_j y w_{ji} se realiza mediante las expresiones:

$$v_j(t+1) = v_j(t) + \left(\eta \frac{\partial e_y}{\partial e_u}\right) \delta^1 h_j \quad (4.165)$$

$$w_{ji}(t+1) = w_{ji}(t) + \left(\eta \frac{\partial e_y}{\partial e_u}\right) \delta^2_j x_i \quad (4.166)$$

donde:

η = el coeficiente de aprendizaje

$\partial e_y / \partial e_u$ = la ganancia equivalente de la planta.

El obstáculo principal para aplicar las ecuaciones de ajuste obtenidas es que en general se desconoce la ganancia equivalente de la planta $\partial e_y / \partial e_u$ no obstante, en el trabajo antes mencionado de Cui y Shin, se demuestra que es suficiente conocer el signo de dicho término para asegurar la convergencia de los coeficientes de peso, porque su magnitud puede incorporarse en el coeficiente de aprendizaje η si se cumple la condición no muy restrictiva de que:

$$\left| \frac{\partial e_y}{\partial e_u} \right| < \infty.$$

Por otra parte, el signo de la ganancia puede, en la mayoría de los casos, determinarse fácilmente mediante un simple experimento auxiliar, por ejemplo, la aplicación de una función escalón a la entrada del proceso.

Por último, la suposición de que el signo de la ganancia permanece constante en un entorno del punto de operación del proceso no es muy fuerte y en cualquier caso, la estimación en tiempo real del signo de la ganancia podría incorporarse, sin grandes dificultades, en el algoritmo de control.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, las ecuaciones de actualización pueden escribirse en la forma siguiente:

$$v_j(t+1) = v_j(t) + \eta \text{sign}\left(\frac{\partial e_y}{\partial e_u}\right) \delta^1 h_j \quad (4.167)$$

$$w_{ji}(t+1) = w_{ji}(t) + \eta \text{sign}\left(\frac{\partial e_y}{\partial e_u}\right) \delta^2_j x_i \quad (4.168)$$

El valor adecuado del coeficiente de aprendizaje η puede determinarse experimentalmente a partir de la observación del comportamiento en lazo cerrado del sistema cuando se realizan algunos cambios en el valor de referencia de la salida.

Las expresiones (4.167) y (4.168) pueden interpretarse como las ecuaciones de adaptación del regulador neuronal en lugar de como ecuaciones

de entrenamiento, tal como se hace habitualmente. En efecto, los estudios de simulación realizados utilizando el esquema de la figura 4.26 y ajustando en forma permanente los coeficientes de peso v_j y w_{ji} , mediante (4.167) y (4.168) nos permiten arribar a las siguientes conclusiones:

1.- No se requiere generalmente un entrenamiento previo de la red neuronal y una vez que se cierra el lazo de control, los coeficientes de peso se ajustan en unos pocos períodos de control, llevando el error de regulación $e_y(t)$ a cero.

2.- El comportamiento dinámico en lazo cerrado depende exclusivamente de la magnitud del coeficiente de aprendizaje, correspondiendo a mayores valores de η , una respuesta más rápida que puede presentar una sobrecresta considerable. Por el contrario, disminuyendo el valor de η , el sistema se amortigua hasta que se logre el tipo de respuesta deseado. El sistema en lazo cerrado tiene, en general, un comportamiento estable para un amplio rango de valores de η .

Resulta muy conveniente utilizar un coeficiente de aprendizaje variable usando, por ejemplo, la siguiente expresión:

$$\eta' = \eta + \alpha \text{abs}(e_y) \quad (4.169)$$

De esta forma puede utilizarse un valor básico pequeño de η , por ejemplo $\eta = 0.1$ y el valor efectivo η' se incrementa en dependencia de la magnitud del error de regulación. El coeficiente α puede ajustarse experimentalmente sin grandes dificultades.

CAPITULO 5

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

5.1 Introducción.

En este trabajo proponemos un nuevo enfoque de atacar el problema de atenuación de vibraciones en sistemas mecánicos, el cual consiste en aprovechar las propiedades del absorbedor pasivo en el diseño de controladores, dando como resultado controladores robustos con un esfuerzo de control mínimo. Se realizó el diseño de un absorbedor de vibraciones lineal pasivo tipo masa-resorte-amortiguador, el cual permite la atenuación de vibraciones para un rango limitado de frecuencias de excitación. Se proponen varios controladores que permiten la cancelación de la vibración de un sistema mecánico.

5.2 Sistema mecánico vibratorio con control pasivo.

Se realizó el diseño de un absorbedor de vibraciones lineal pasivo tipo masa-resorte-amortiguador, el cual consistió en determinar los valores de sus parámetros de tal forma que en una frecuencia de excitación la amplitud del sistema sea mínima y se tenga una mejor banda de frecuencias de atenuación alrededor de ésta, para un nivel de atenuación dado. Se muestra que existe un valor de amortiguamiento del Absorbedor en donde las amplitudes máximas del sistema son mínimas.

5.2.1 Resultados en Simulación para un Sistema Mecánico con Absorbedor de Vibraciones sin Amortiguamiento.

La Fig. 5.1 muestra que el absorbedor de vibraciones disipa toda la energía vibratoria del sistema primario, cuando $\omega_2 = \omega$ y $c_2 = 0$, en un tiempo elevado, $t_s > 50$ seg. En las Fig. 5.2 y 5.3 podemos ver que en las frecuencias resonantes, $\Omega_1 = 8$ rad/s y $\Omega_2 = 12.48$ rad/s, las amplitudes del sistema son grandes, $X_{11\text{máx}} = 4.9694$ cm y $X_{12\text{máx}} = 3.2045$ cm. Los valores de los parámetros utilizados para estas simulaciones fueron: $m_1 = 10$ Kg, $k_1 = 1000$ N/m, $c_1 = 5$ N/(m/s), $m_2 = 2$ Kg, $k_2 = 200$ N/m, $c_2 \approx 0$, $F_0 = 2$ N y $\omega = \omega_n = 10$ rad/s.

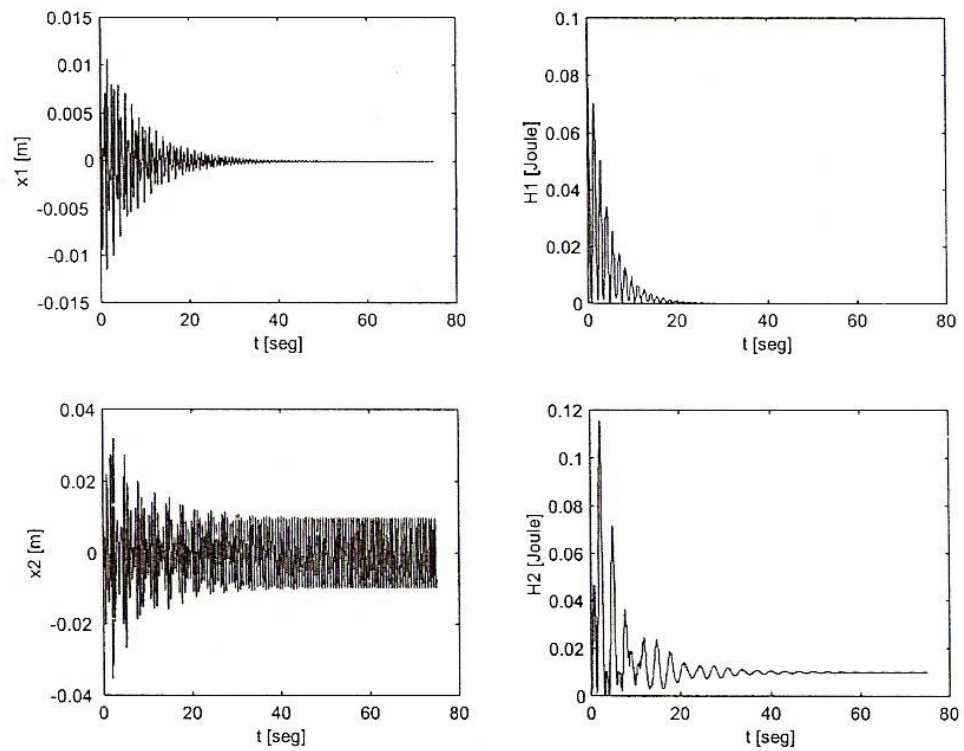


Fig. 5.1 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor pasivo con $\omega_2 = 10$ rad/s y $c_2 = 0$, para $f(t) = 2 \sin(10t)$ [N].

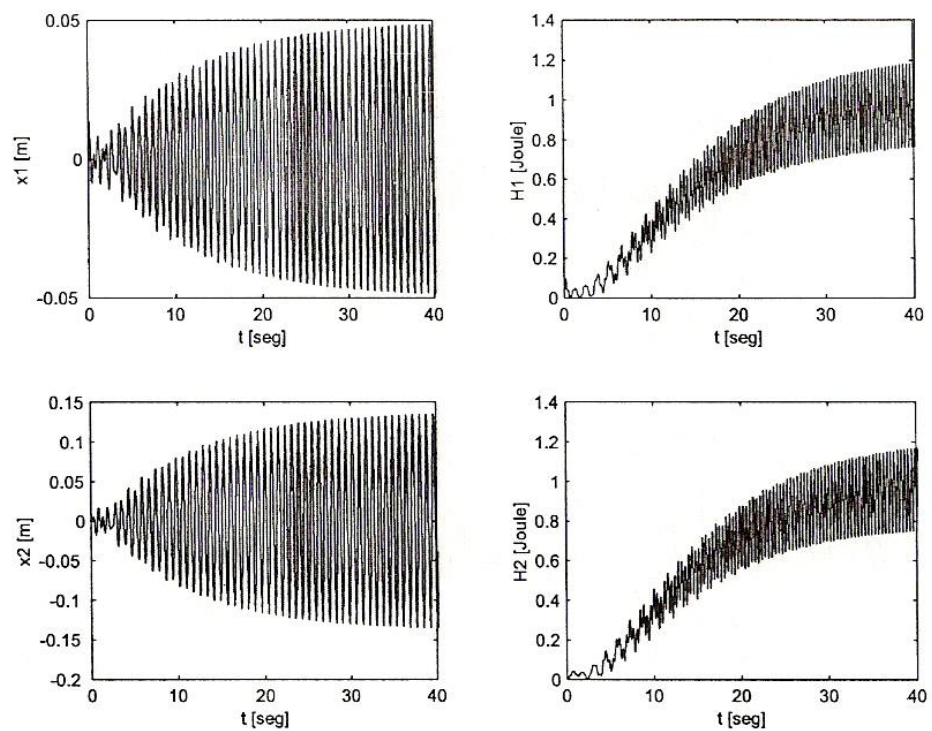


Fig. 5.2 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor pasivo con $\omega_2 = 10$ rad/s y $c_2 = 0$, para $f(t) = 2 \sin(8t)$ [N].

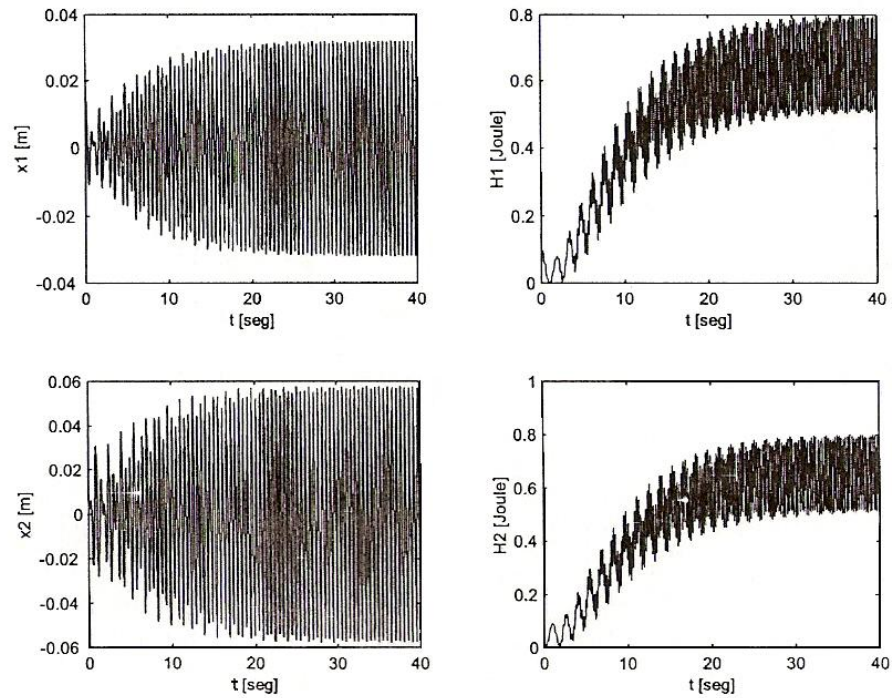


Fig. 5.3 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor pasivo con $\omega_2 = 10$ rad/s y $c_2 = 0$, para $f(t) = 2 \sin(12.48t)$ [N].

5.2.2 Resultados en Simulación para un Sistema Mecánico con Absorbedor de Vibraciones con Amortiguamiento.

La Fig. 5.4 muestra que el absorbedor de vibraciones sólo disipa una parte de la energía vibratoria del sistema primario, cuando $c_2 \neq 0$, $X_{1\text{máx}} = 5.04$ mm y $H_{1\text{máx}} = 1.2684 \times 10^{-2}$ Joules. En las Fig. 5.5 y 5.6 podemos ver que en las frecuencias resonantes, $\Omega_1 = 7.22$ rad/s y $\Omega_2 = 10.646$ rad/s, las amplitudes del sistema son más pequeñas que en el caso anterior, $X_{1\text{máx}} = 5.61$ mm y $X_{2\text{máx}} = 5.26$ mm. Los valores de los parámetros utilizados para estas simulaciones fueron: $m_1 = 10$ Kg, $k_1 = 1000$ N/m, $c_1 = 5$ N/(m/s), $m_2 = 2.5$ Kg, $k_2 = 160$ N/m, $c_2 = c_{2\text{opt}} = 10.328$, $F_0 = 2$ N y $\omega = \omega_n = 10$ rad/s, los cuales satisfacen la condición de sintonización: $\lambda = 1 / (1 + \mu)$.

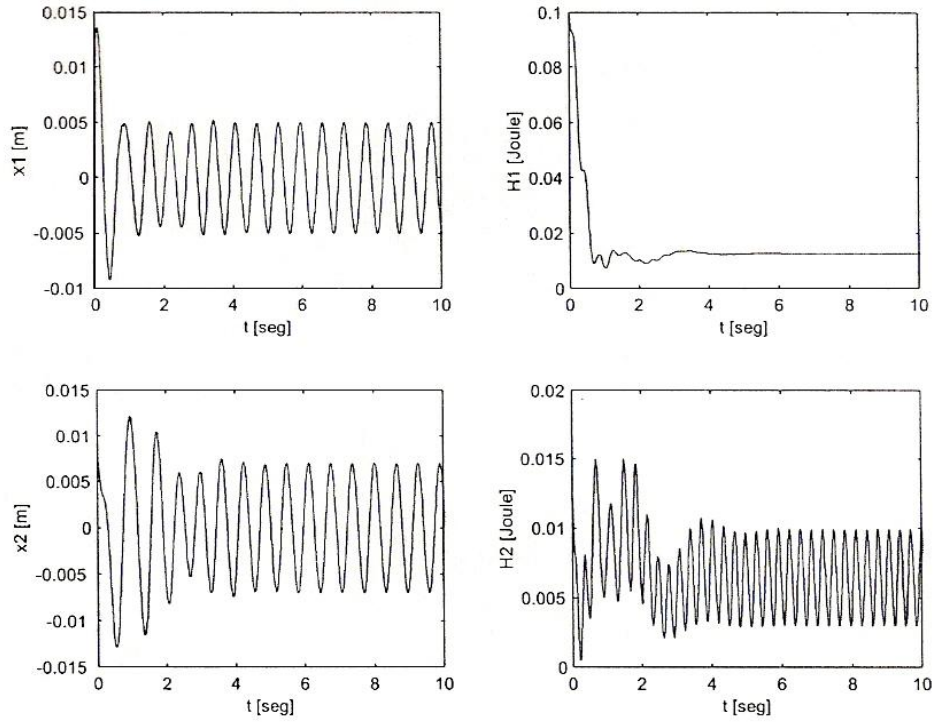


Fig. 5.4 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor pasivo con $\omega_2 = 10$ rad/s y $c_2 = c_{2opt}$, para $f(t) = 2 \sin(10t)$ [N].

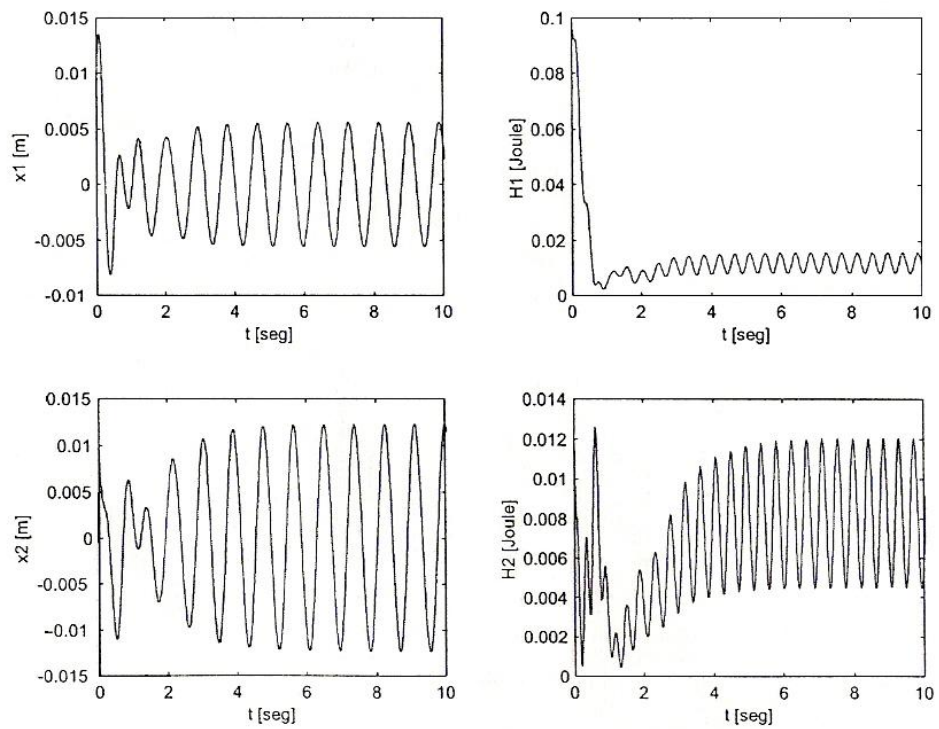


Fig. 5.5 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor pasivo con $\omega_2 = 10$ rad/s y $c_2 = c_{2opt}$, para $f(t) = 2 \sin(7.22t)$ [N].

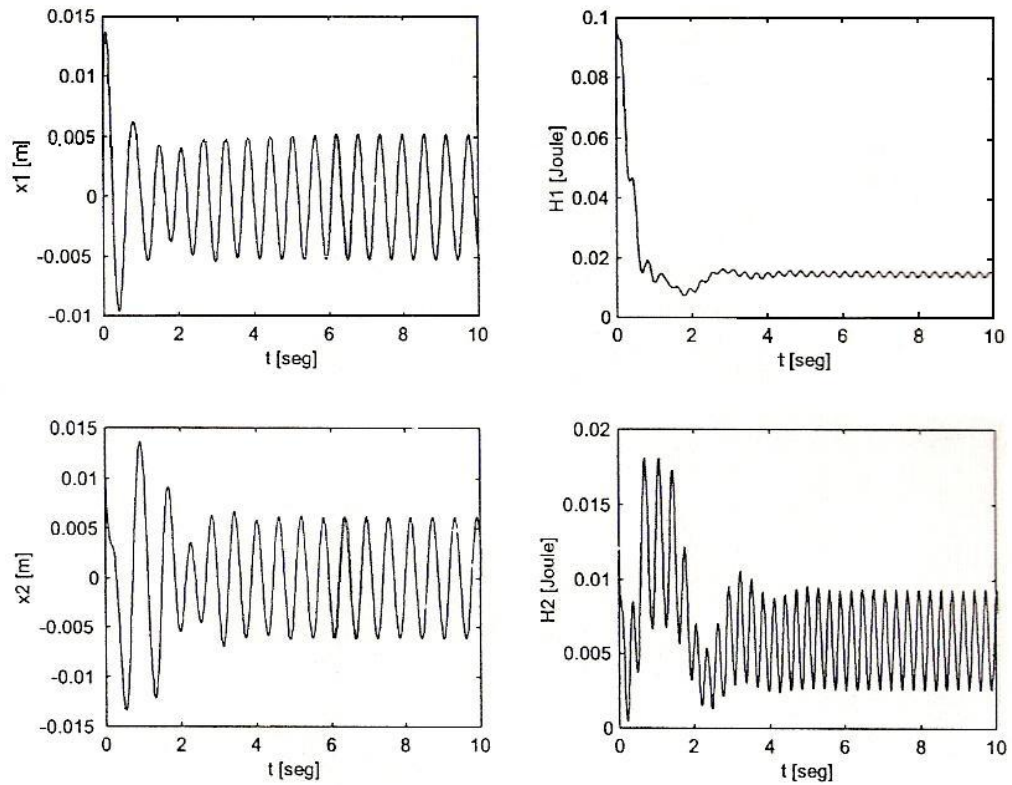


Fig. 5.6 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor pasivo con $\omega_2 = 10 \text{ rad/s}$ y $c_2 = c_{2opt}$, para $f(t) = 2 \sin(10.646t) \text{ [N]}$.

5.3 Sistema mecánico vibratorio con control activo

Para poder extender la capacidad de un absorbedor de atenuar las vibraciones para cualquier frecuencia de excitación, fue necesario emplear estrategias de control activo, las cuales, a diferencia del control pasivo, utilizan la información de sensores para aplicar un esquema de control retroalimentado, mejorando el desempeño del sistema ante vibraciones externas. Se propusieron varios controladores que permitieron disipar las vibraciones de cualquier frecuencia de excitación.

5.3.1 Resultados en Simulación para un Sistema usando Control basado en la Sintonización del Absorbedor

El control basado en la sintonización del absorbedor aprovecha el hecho de que la retroalimentación de la posición del absorbedor equivale a modificar su rigidez, y por lo tanto también cambia su frecuencia natural, para el diseño de un controlador proporcional en donde las variables a medir son la posición del

absorbedor y la frecuencia de excitación. Las figuras 5.7 y 5.8 muestran el desempeño del controlador $u = -m_2(\omega^2 - \omega_2^2)x_2$, cuando el sistema está sujeto a excitaciones resonantes, $\Omega_1 = 8$ rad/s y $\Omega_2 = 12.48$ rad/s. Se puede ver que el controlador al sintonizar el absorbedor a la frecuencia de excitación se obtiene la máxima disipación de la vibración, $x_{1ss} = 0$; sin embargo, el tiempo en que esto se logra es muy elevado $t_s > 25$ seg. Los valores de los parámetros utilizados para estas simulaciones fueron: $m_1 = 10$ Kg, $k_1 = 1000$ N/m, $c_1 = 5$ N/(m/s), $m_2 = 2$ Kg, $k_2 = 200$ N/m, $F_0 = 2$ N.

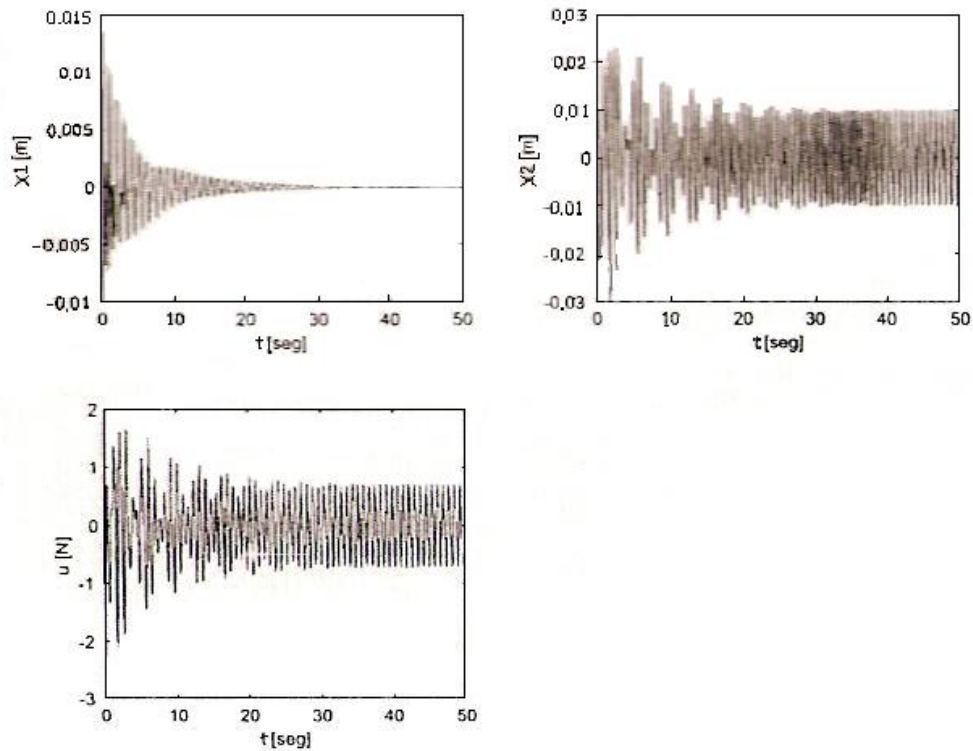


Fig. 5.7 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado mediante la sintonización del absorbedor, para $f(t) = 2\sin(8t)$ [N]

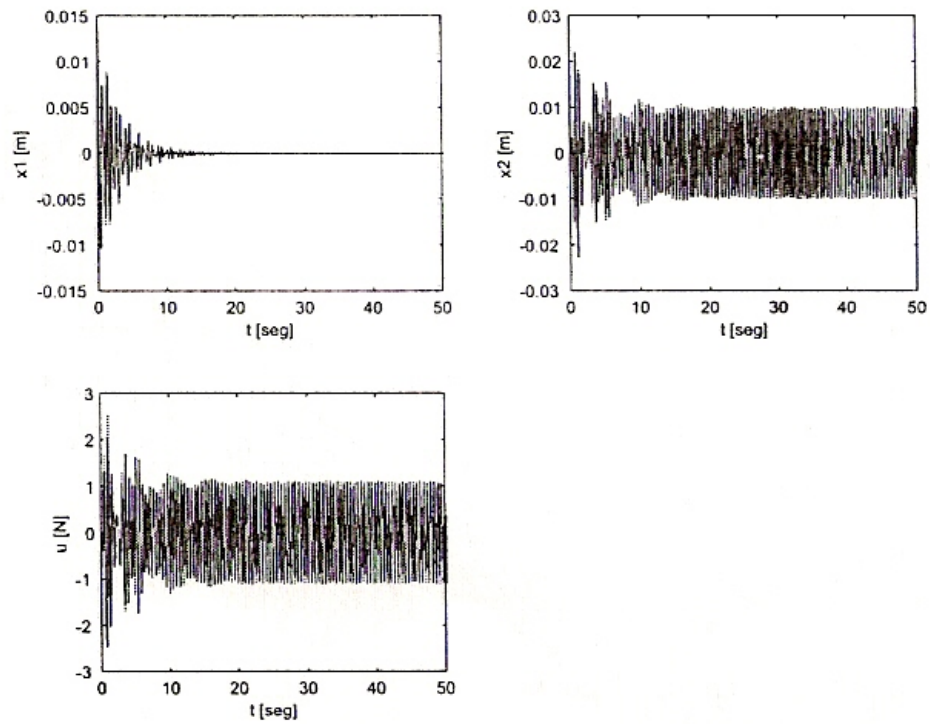


Fig. 5.8 Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado mediante la sintonización del absorbedor, para $f(t) = 2\sin(8t)$ [N]

5.3.2 Resultados en Simulación para un Sistema usando Control basado en Planitud Diferencial

El controlador basado en planitud diferencial y prealimentación de la vibración sintoniza el absorbedor a la frecuencia de la excitación para cancelar la vibración, sin embargo es necesario medir todas las variables. Las Figuras 5.9, 5.10 y 5.11 muestran el desempeño del controlador (4.37), cuando el sistema está sujeto a excitaciones resonantes, $\Omega_1 = 8.0109$ rad/s y $\Omega_2 = 12.483$ rad/s. Podemos ver que el absorbedor disipa toda la energía vibratoria del sistema. Los parámetros utilizados para estas simulaciones fueron: $m_1 = 10$ Kg, $k_1 = 1000$ N/m, $c_1 = 0$, $m_2 = 2$ Kg, $k_2 = 200$ N/m y $F_0 = 2$ N. Las ganancias del controlador fueron seleccionadas de tal forma que el sistema en lazo cerrado tuviera un polinomio característico de cuarto orden de la forma: $p(s) = (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)^2$ con $\zeta = 0.707$ y $\omega_n = 10$ rad/s.

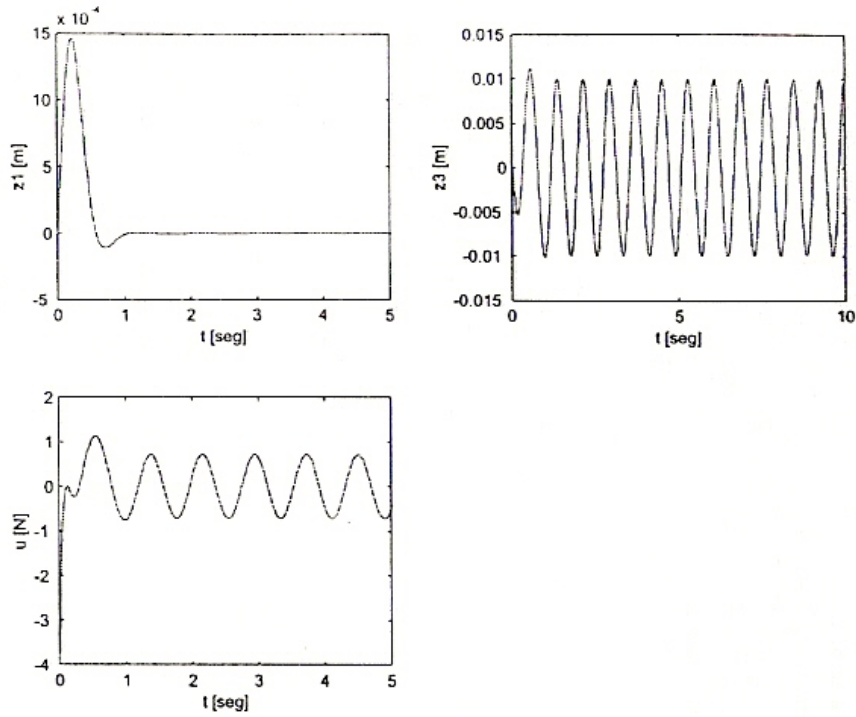


Figura 5.9: Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado mediante planitud diferencial, para $f(t) = 2 \sin(8.0109t)$ [N]

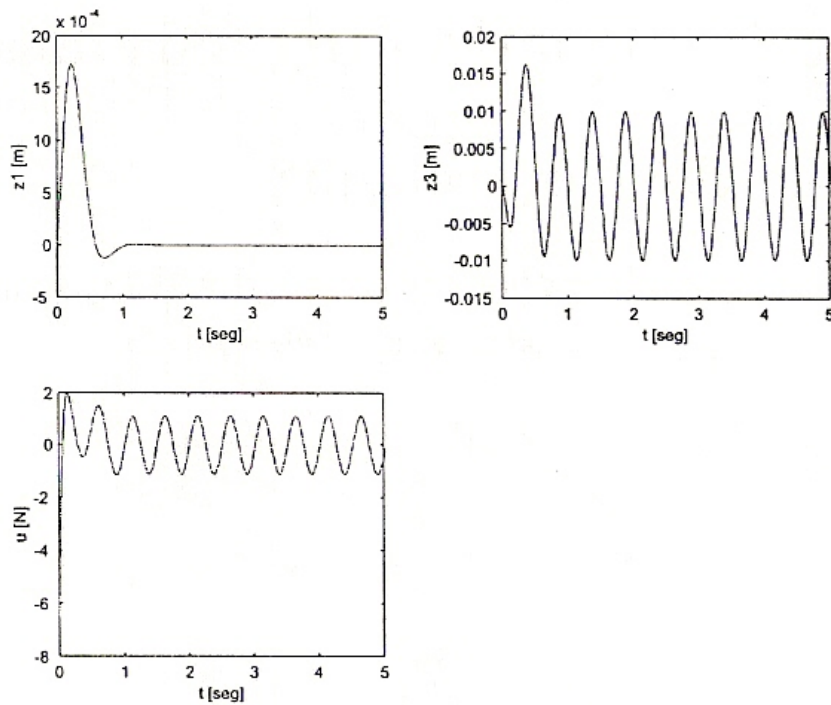


Figura 5.10: Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado mediante planitud diferencial, para $f(t) = 2 \sin(12.483t)$ [N]

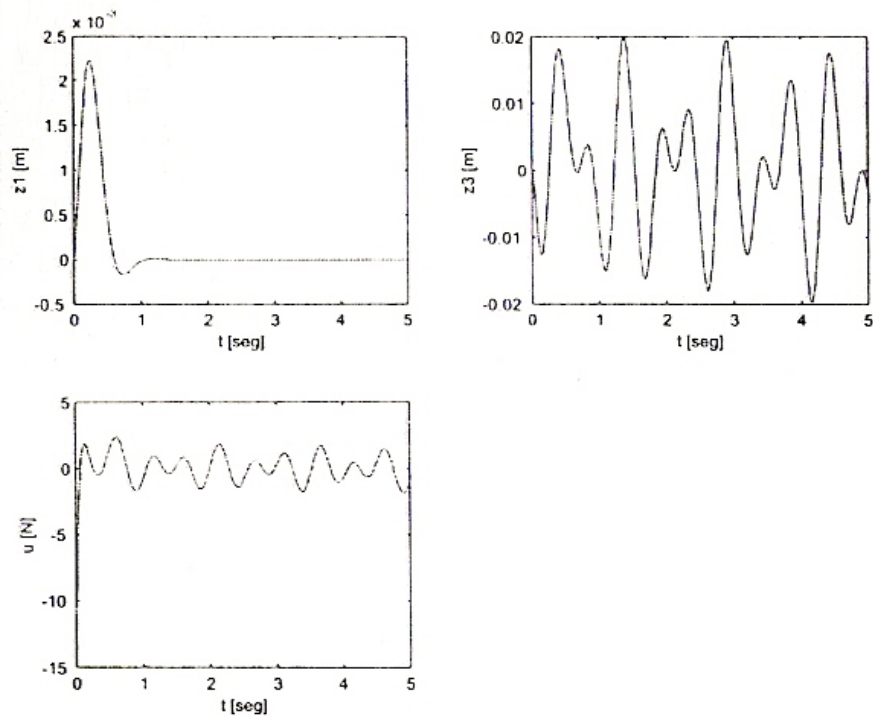


Figura 5.11: Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado mediante planitud diferencial, para $f(t) = 2 \sin(8.0109t)$ [N] + $2 \sin(12.483t)$ [N].

5.3.3 Resultados en Simulación para un Sistema usando Control basado en Pasividad

El control basado en pasividad muestra una forma ingeniosa de aprovechar la propiedad de pasividad del sistema para el diseño de un controlador con retroalimentación de la velocidad del absorbedor y la prealimentación de la vibración para poder cancelar la vibración del sistema primario. Las Figuras 5.12, 5.13 y 5.14 muestran el desempeño del controlador, cuando el sistema está sujeto a excitaciones resonantes, $\Omega_1 = 8.0109$ rad/s y $\Omega_2 = 12.483$ rad/s. Podemos ver que el absorbedor disipa toda la energía vibratoria del sistema. Los parámetros utilizados para estas simulaciones fueron: $m_1 = 10$ Kg, $k_1 = 1000$ N/m, $c_1 = 0$, $m_2 = 2$ Kg, $k_2 = 200$ N/m y $F_0 = 2$ N.

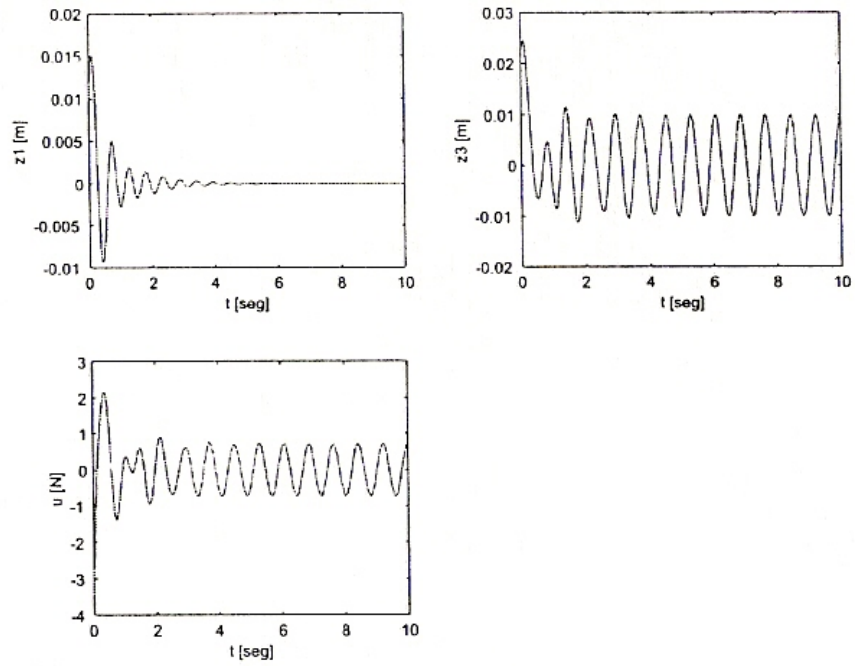


Figura 5.12: Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado por pasividad, para $f(t) = 2 \sin(8.0109t)$ [N].

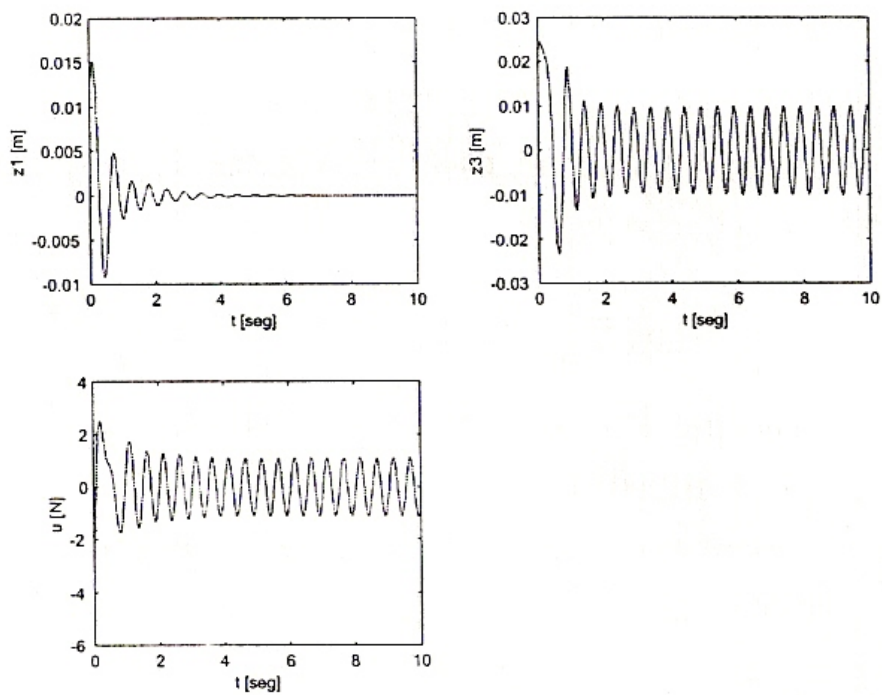


Figura 5.13: Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado por pasividad, para $f(t) = 2 \sin(12.483t)$ [N].

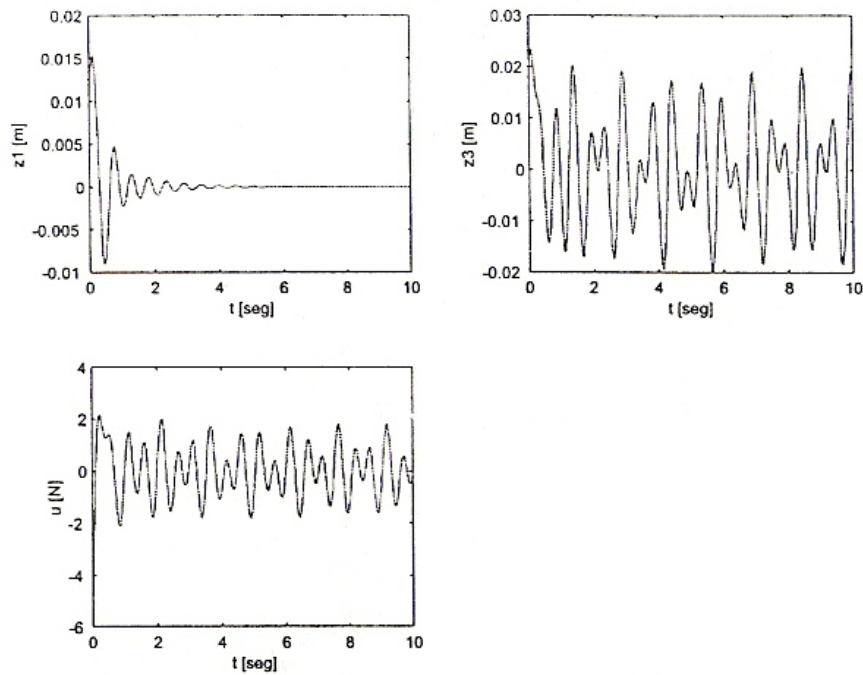


Figura 5.14: Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado por pasividad, para $f(t) = 2 \sin(8.0109t) \text{ [N]} + 2 \sin(12.483t) \text{ [N]}$.

5.3.4 Resultados en Simulación para un Sistema usando Control PI Generalizado

El control PI Generalizado aprovecha la propiedad de la planitud diferencial que exhibe el sistema y las características de diseño del absorbedor pasivo, en donde las variables a medir son la posición del sistema primario y la frecuencia de la excitación. En la Figura 5.15 se muestra el desempeño del controlador basado en el GPI. Esta simulación fue realizada para un sistema mecánico vibratorio caracterizado por el siguiente conjunto de parámetros reales: $m_1 = 10 \text{ Kg}$, $k_1 = 1000 \text{ N/m}$, $c_1 = 0$, $m_2 = 2 \text{ Kg}$, $k_2 = 200 \text{ N/m}$ y $F_0 = 2 \text{ N}$. Las ganancias del controlador fueron seleccionadas de tal forma que el sistema en lazo cerrado tuviera un polinomio característico de la forma: $(s + p)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)^5$ con $\zeta = 0.5$, $\omega_n = 10 \text{ rad/s}$ y $p = 5$.

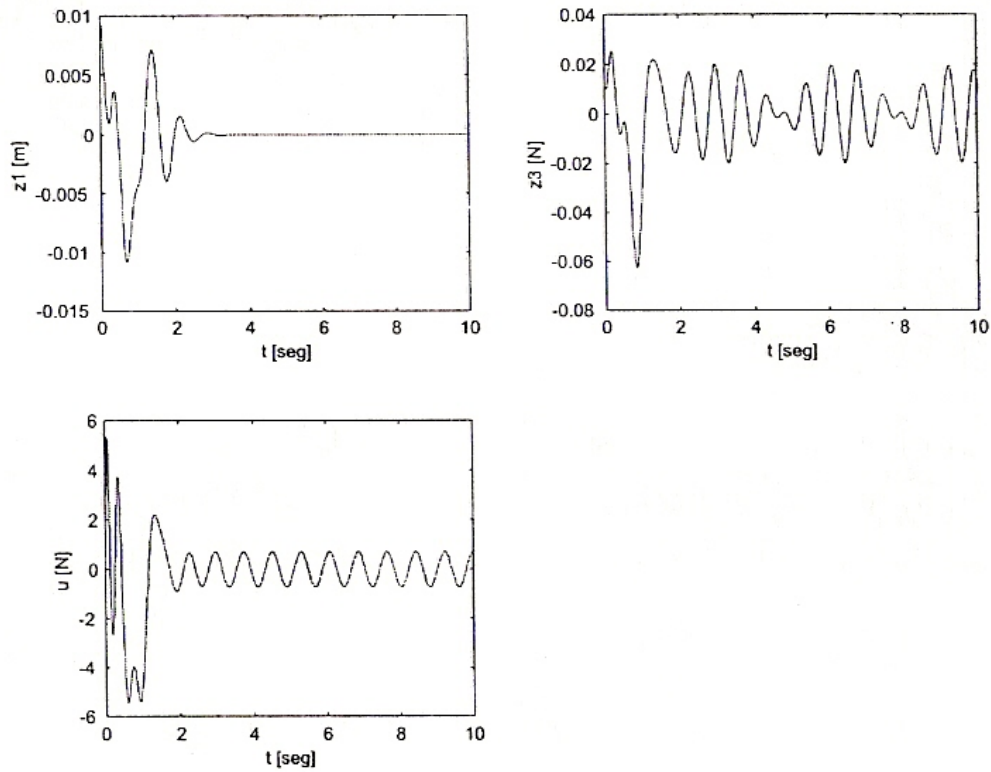


Figura 5.15: Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado GPI y planitud diferencial, para $f(t) = 2 \sin(8.0109t) + 2 \sin(10t)$ [N].

5.3.5 Resultados en Simulación para un Sistema usando Control por Modos Deslizantes basado en Planitud Diferencial

El control por modos deslizantes y planitud diferencial y prealimentación es capaz de cancelar la vibración sin medirla, sin embargo, es necesario medir todo el estado y tener esfuerzo de control no muy suave y elevado, además de que no aprovecha las enormes ventajas que ofrece el uso de absorbedores de vibración. La Figura 5.16 muestra el desempeño del sistema perturbado en lazo cerrado cuando la frecuencia de excitación de la vibración es igual a la frecuencia de diseño del absorbedor, $\omega_2 = \omega = 10 \text{ rad/seg}$. Las Figuras 5.17, 5.18 y 5.19 muestran que el controlador por modos deslizantes permite atenuar significativamente la vibración del sistema, cuando éste está sujeto a excitaciones resonantes, $\Omega_1 = 8.0109 \text{ rad/s}$ y $\Omega_2 = 12.483 \text{ rad/s}$. Los parámetros del controlador fueron seleccionados de tal forma que el sistema en lazo cerrado tuviera el siguiente polinomio: $p(s) = (s + b)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)$ con $b=10$, $\omega_n = 6$, $\zeta = 0.7071$, $W_L = 50$ y $\epsilon_L = 0.01$.

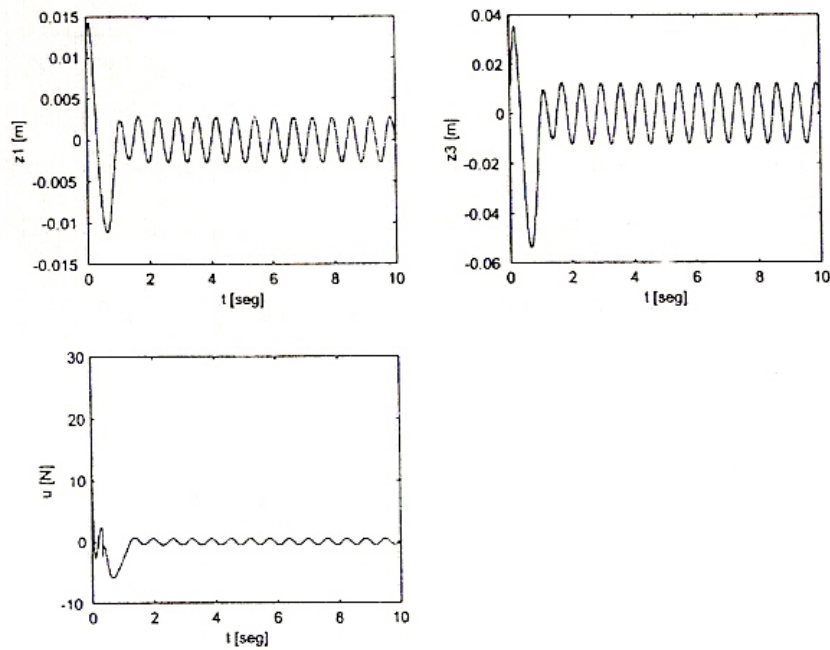


Figura 5.16: Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado métodos deslizantes, para $f(t) = 2 \sin(10t)$ [N].

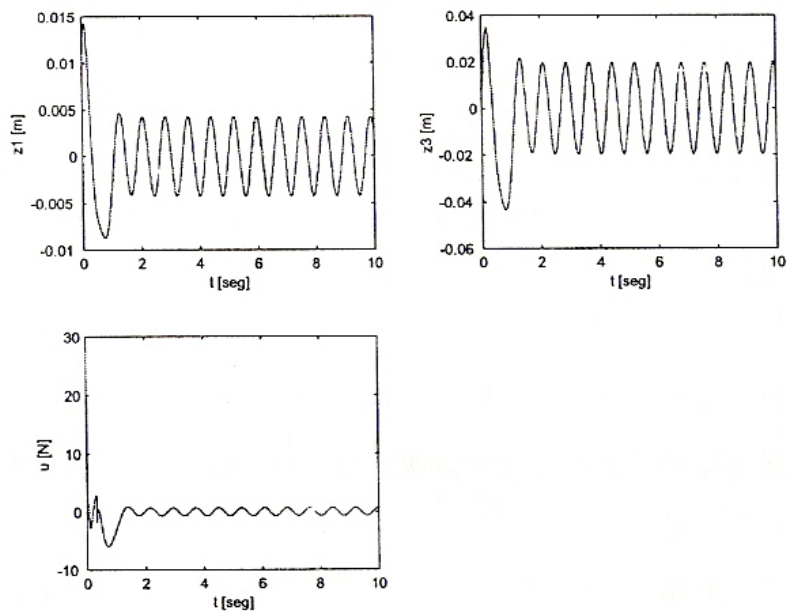


Figura 5.17: Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado por pasividad, para $f(t) = 2 \sin(8.0109t)$ [N].

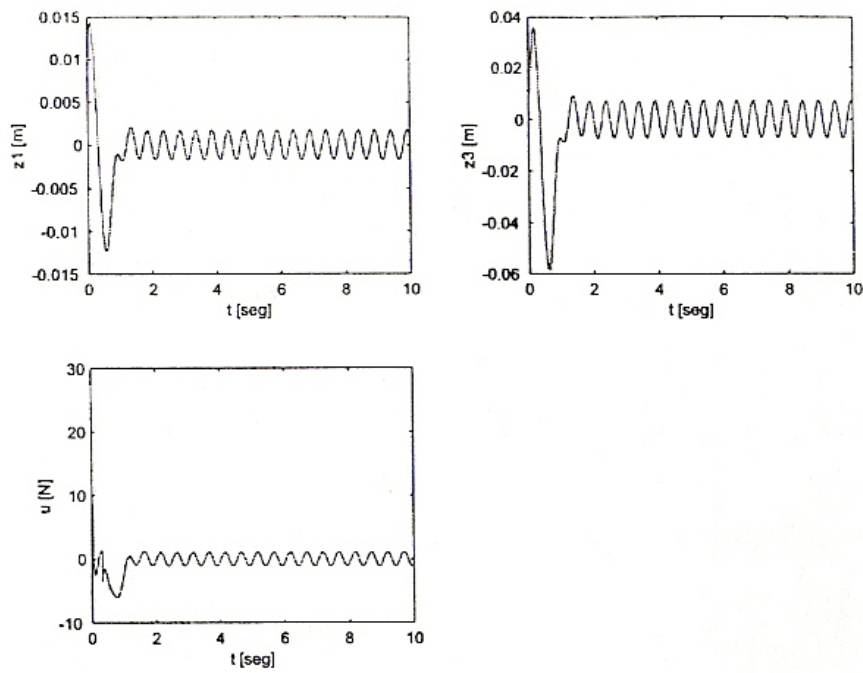


Figura 5.18: Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado por modos deslizantes, para $f(t) = 2 \sin(12.483t)$ [N].

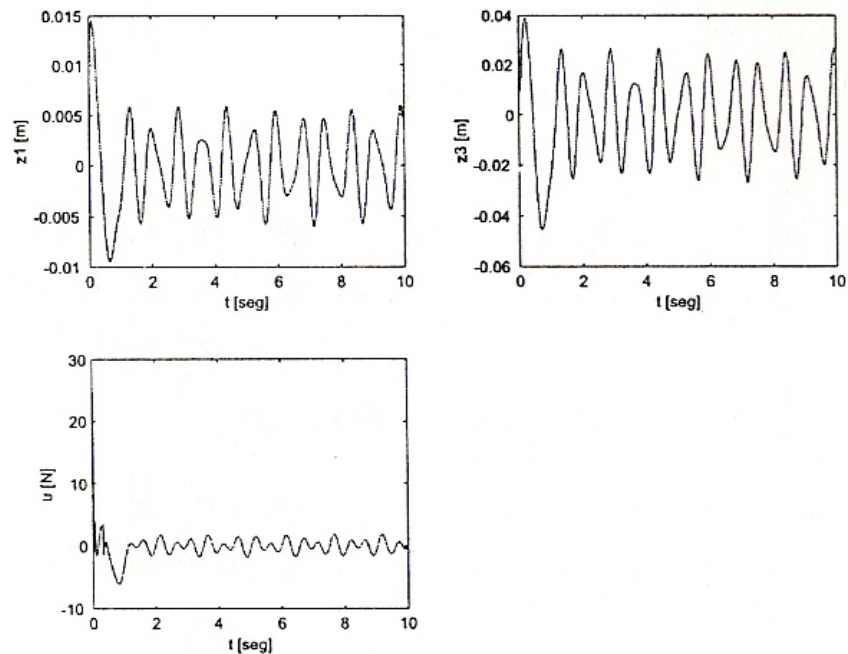


Figura 5.19: Respuesta del sistema mecánico vibratorio con absorbedor de vibración controlado por modos deslizantes, para $f(t) = 2 \sin(8.0109t)$ [N] + $2 \sin(12.483t)$ [N].

5.3.6 Resultados en Simulación para un Sistema usando Control LQR

La Figura 5.20 muestra que el sistema en lazo cerrado tiene dos frecuencias resonantes, $\Omega_1 = 7.9929 \text{ rad/s}$ y $\Omega_2 = 12.493 \text{ rad/s}$ en donde las amplitudes del sistema primario son elevadas $X_{1,1} = 2.5596 \text{ cm}$ y $X_{1,2} = 3.158 \text{ cm}$. Podemos ver que el controlador LQR no elimina la vibración del sistema, cuando la frecuencia de excitación de la vibración es igual a la frecuencia de diseño del absorbedor, $\omega_2 = \omega = 10 \text{ rad/seg}$. Las Figuras 5.21, 5.22 y 5.23 muestran el desempeño del controlador LQR, cuando el sistema está sujeto a las excitaciones resonantes $\Omega_1 = 7.9929 \text{ rad/s}$ y $\Omega_2 = 12.493 \text{ rad/s}$.

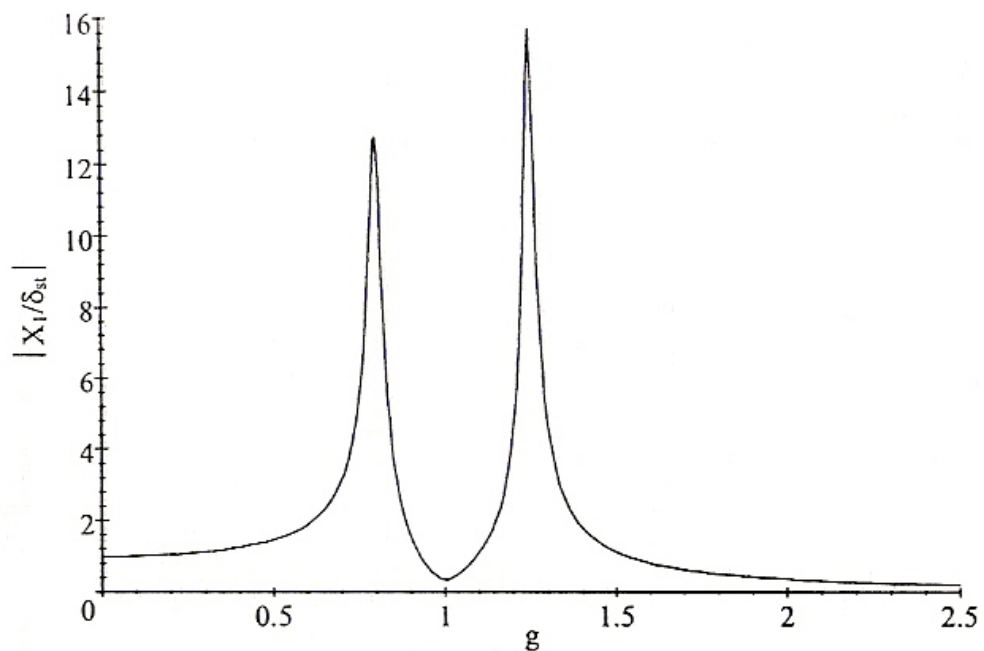


Figura 5.20: Respuesta en frecuencia del sistema en lazo cerrado

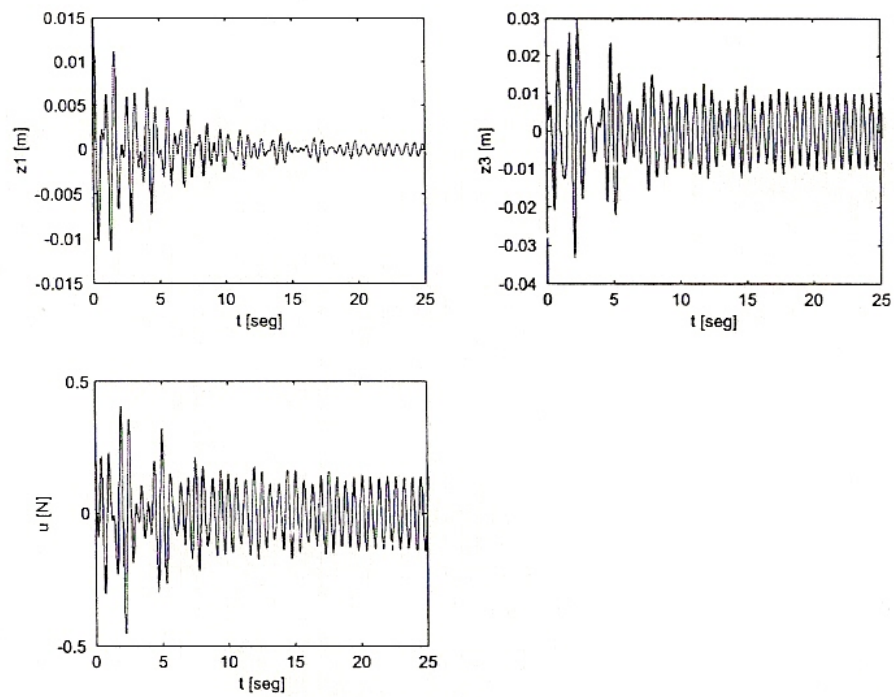


Figura 5.21: Respuesta del sistema en lazo cerrado con controlador LQR, para $f(t) = 2 \sin(10t)$ [N]

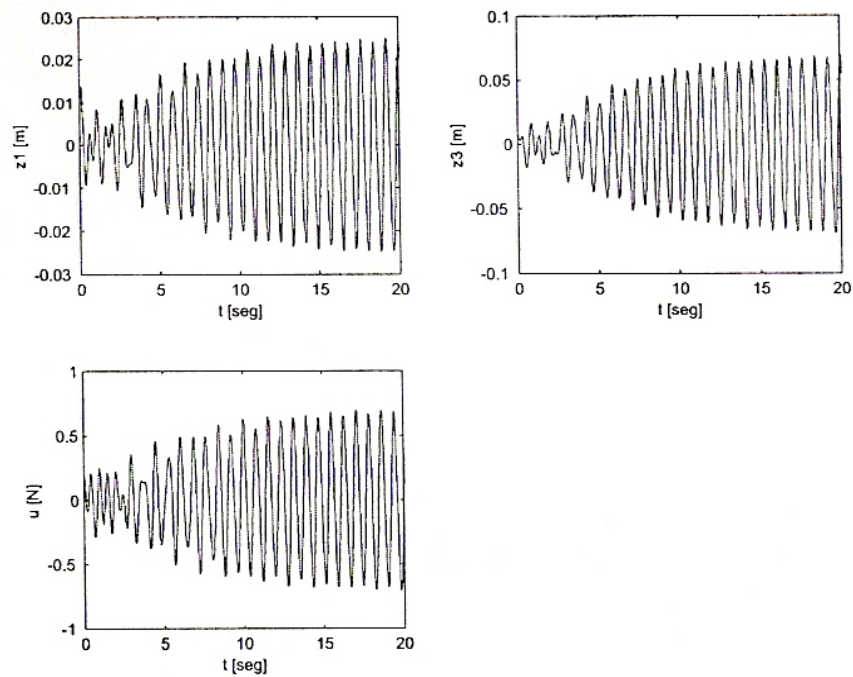


Figura 5.22: Respuesta del sistema en lazo cerrado con controlador LQR, para $f(t) = 2 \sin(7.9929t)$ [N].

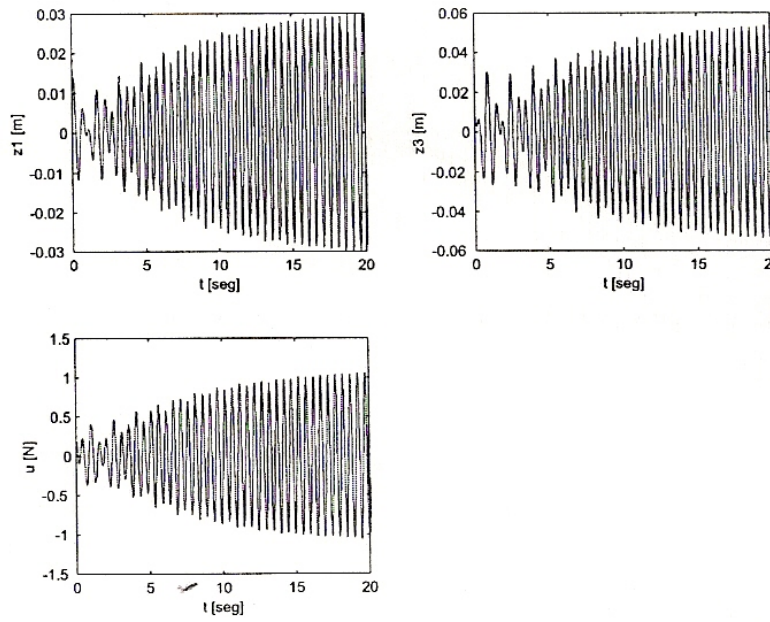


Figura 5.23: Respuesta del sistema en lazo cerrado con controlador LQR, para $f(t) = 2 \sin(12.493t)$ [N]

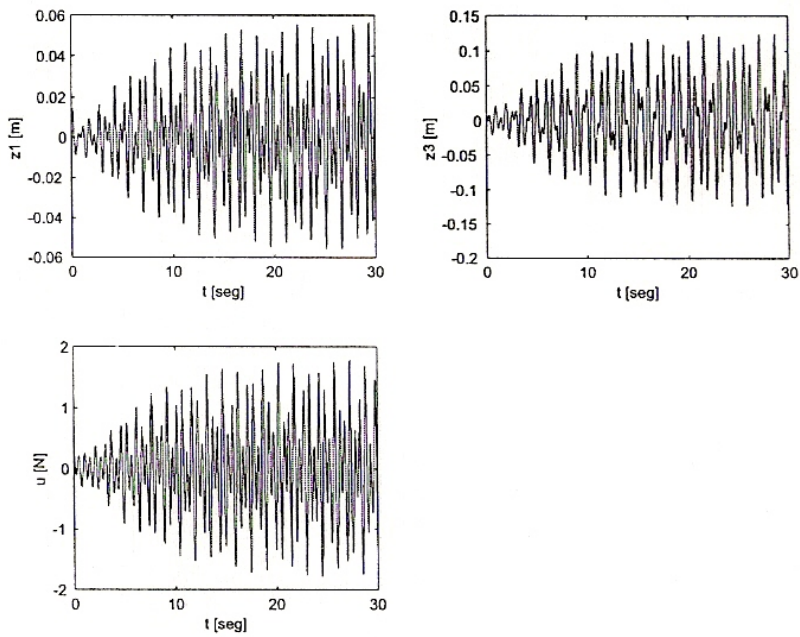


Figura 5.24: Respuesta del sistema en lazo cerrado con controlador LQR, para $f(t) = 2 \sin(7.9929t) + 2 \sin(12.493t)$ [N]

5.4 Sistema mecánico vibratorio con control activo PID-neuronal

También se propuso un sistema de control activo PID-neuronal para el control de las vibraciones en un sistema mecánico vibratorio. En las figuras 5.25 y 5.26 se muestran la salida aplicando este control. La figura 5.25 muestra los efectos de la atenuación de la vibración, cuando η es alto [9,10]. Para valores de aprendizaje indexados bajos, la relación X1 contra X2, provoca una mínima variación como se expresa en la figura 5.26.

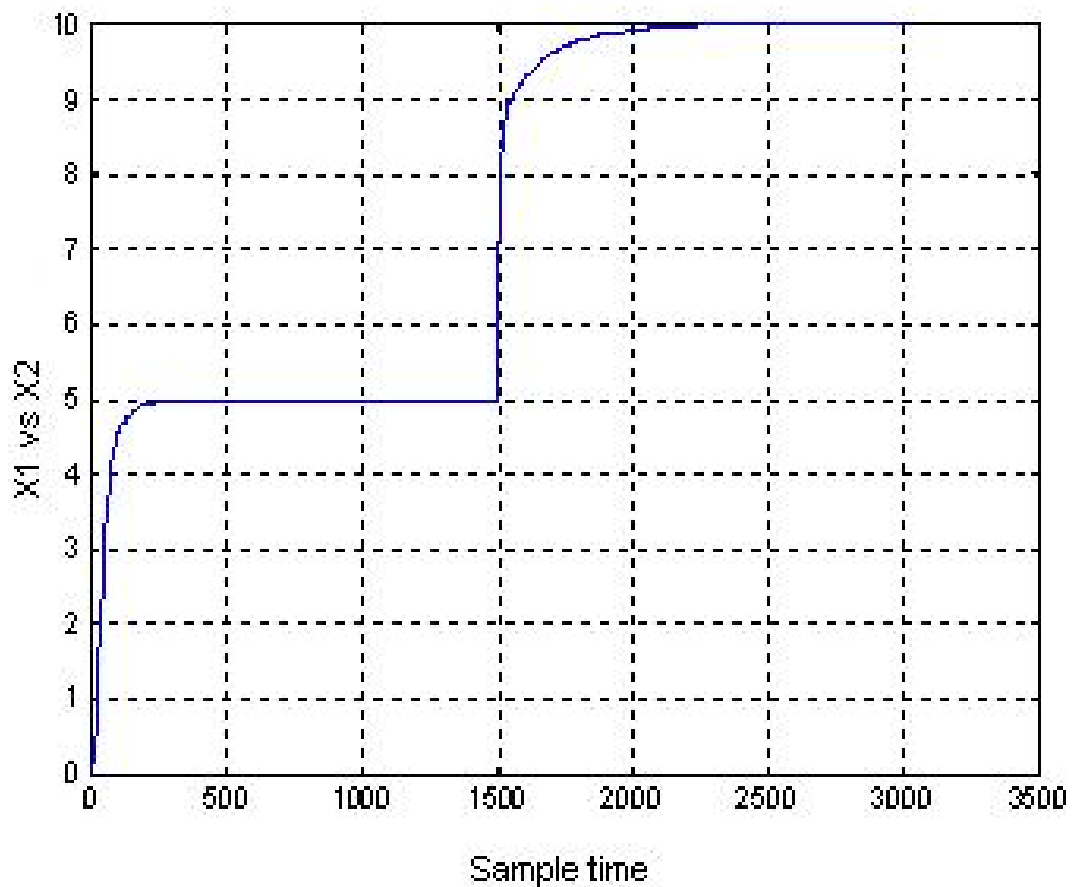


Fig. 5.25 Atenuación de la vibración usando un valor de η alto.

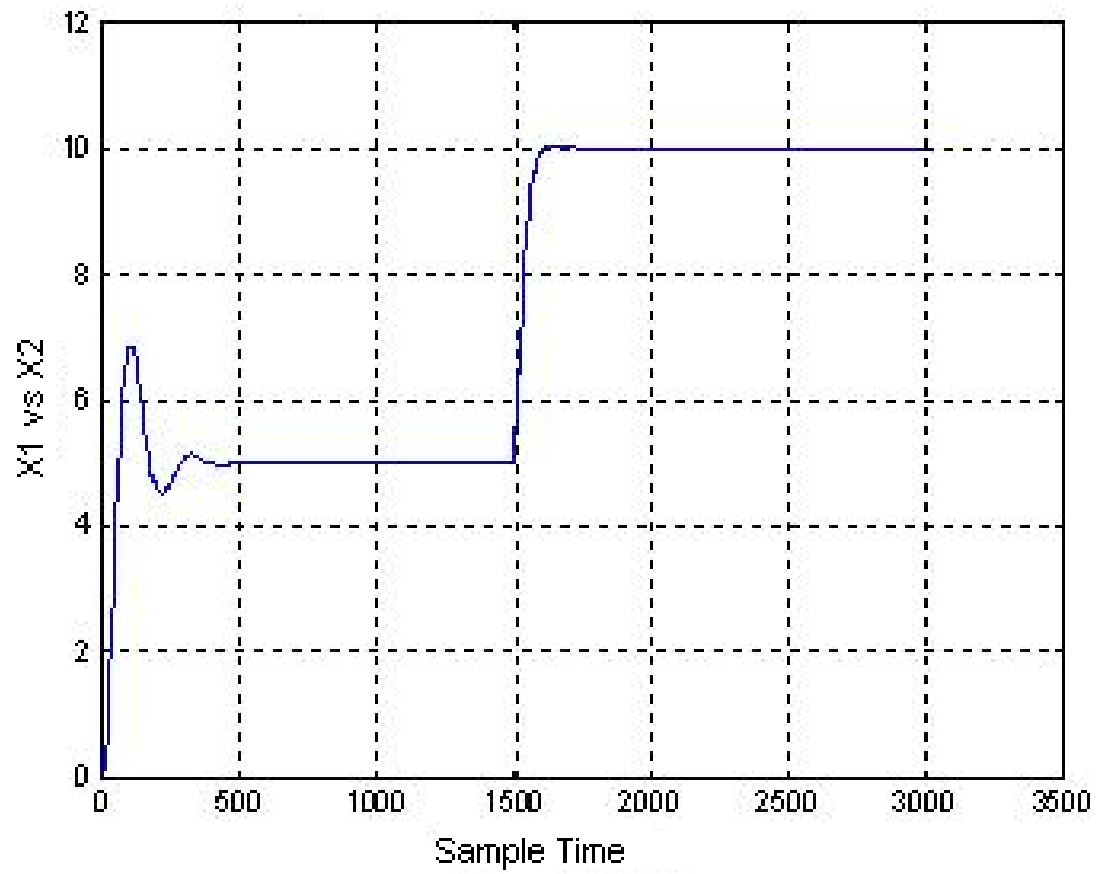


Fig. 5.26 Atenuación de la vibración usando un valor de η bajo.

IMPLEMENTACIÓN Y VALIDACIÓN DE LA TESIS

Se aplicó un método para el desarrollo de prototipos mecatrónicos, el método consistió en la validación del desempeño del sistema mecánico mediante la comparación del comportamiento esperado contra la idealización en el modelo para provocar una adaptación más eficiente de los parámetros de simulación al comportamiento real.

CONTRIBUCIONES ORIGINALES DE LA TESIS

La importancia así como la relevancia y la originalidad de este proyecto es la de darle solución a los diferentes problemas que vive el país, relacionados con las vibraciones en sistemas mecánicos en lo referente a nuevas técnicas control auto-ajustables para la atenuación de vibraciones. Se le dará solución a estos problemas desarrollando un modelo matemático para la atenuación de vibraciones mecánicas usando control activo autoajutable.

IMPACTO SOCIAL DE LA TESIS

Parte humana

Cuando un trabajador, al manipular una herramienta, en la conducción de un vehículo o en cualquier otra circunstancia, entra en contacto con una superficie vibrante, sufre los efectos de este movimiento oscilante que, en determinadas circunstancias, pueden ser origen de trastornos graves y permanentes para su salud.

No obstante, aunque se tiene constancia de estos efectos, con los conocimientos actuales resulta difícil establecer una relación precisa entre aquellos y la dosis de energía recibida como consecuencia directa de la exposición. Este hecho, junto con la falta de especificación de la sintomatología producida, motiva que proliferen los estudios, tanto epidemiológicos como experimentales, con el fin de conseguir criterios objetivos para poder establecer límites de exposición que puedan ser admitidos de forma general.

Las vibraciones humanas se definen como el efecto de las vibraciones mecánicas en el cuerpo humano. Durante la vida normal estamos expuestos a vibraciones de algún tipo, como al utilizar algún medio de transporte, herramientas, maquinaria o al conducir algún vehículo.

El estudio de las respuestas físicas fisiológicas y psicológicas en hombres y animales en laboratorios bajo condiciones controladas, han conducido al uso de máquinas especializadas para el choque y vibración. Esta simulación exacta de las condiciones ambientales a las cuales está sujeto el hombre, normalmente no es factible por razones técnicas y económicas.

Los límites fijados de tolerancias humanas a fuerzas mecánicas frecuentemente requiere de una experimentación a varios grados de riesgo potencial. Para evitar riesgos innecesarios en humanos, se experimenta primero con animales. Sin embargo tales experimentos comparativos tienen ciertas limitaciones. La estructura diferente, tamaño y peso cambian su curva de respuesta a fuerzas mecánicas a otra frecuencia de rangos y otros niveles observados en humanos. Estas diferencias deben ser consideradas, además de las generales y parcialmente conocidas diferencias psicológicas entre las especies.

Por ejemplo, la W_n (frecuencia natural) del sistema toraxo-abdominal de una materia humana está entre 3 y 4 cps: Para un ratón la misma resonancia ocurre entre 18 y 25 cps. Por lo tanto, el efecto máximo y el daño máximo ocurren a diferentes frecuencias de vibración diferentes patrones en un ratón que en un humano. Sin embargo estos estudios bien valen la pena realizarlos o hacerlos teniendo cuidado en la interpretación de la información obtenida.

Muchos procesos de movimiento, cargas físicas, y grandes efectos anatómicos destructivos, pueden ser estudiados en maniqués que se aproximan en seres humanos en talla, movilidad, peso total, y distribución de

peso en el cuerpo. El propósito de usar estos maniqués es de aplicarle una carga, simulando propiedades básicas estáticas y dinámicas del cuerpo humano son llamadas antropométricas o maquinas antropomórficas.

En estos estudios los maniqués son usados en lugar de materias humanas para evaluar asientos protectores y cinturones de seguridad. En tales casos se hace un intento de conjugar la resistencia de la carne humana con alguna clase de acojinado sin embargo son muy rudas estas similitudes y sus propiedades dinámico mecánico son comparables en un bajo rango de frecuencias. Por otra parte el rompimiento estático dinámico de los huesos, ligamentos y músculos, es producido por fuerzas que producen fracturas por desaceleraciones rápidas, siendo estos estudiados con cadáveres humanos. Las diferencias observadas entre las propiedades de humedad y elasticidad con materiales embalsamados deben de ser considerados. Los cambios en propiedades también causan cambios en la fuerza de distribución de una estructura compuesta. Por lo tanto tienen que ser considerados los factores anatómicos psicológicos y físicos para cada situación específica cuando se planea sustituir animales, maniqués y cadáveres por seres humanos.

Las vibraciones mecánicas de una máquina son ocasionadas por los componentes móviles de ella. Cada componente tiene frecuencia asociada con su movimiento, siendo el total de sus vibraciones transmitidas al cuerpo humano por la máquina se compone de diferentes frecuencias de vibración ocurridas simultáneamente esto es un hecho importante que debe tomarse en consideración al medir las vibraciones, ya que el cuerpo humano es igualmente sensible a todas las frecuencias de vibración.

El cuerpo humano es un sistema altamente amortiguado, por tanto cuando una parte del es excitada a su frecuencia natural, tendrá una resonancia sobre un rango de frecuencias en lugar de una sola de ellas (en la parte inferior se presentan curvas de amplitudes). El cuerpo humano no es simétrico y por lo tanto la respuesta a las vibraciones depende de la dirección en que son recibidas. La sensibilidad del cuerpo humano a las vibraciones mecánicas depende de la frecuencia y la dirección de la excitación, como se describió previamente. Estos factores necesitan ser tomados en consideración para los efectos dañinos de la evaluación de las vibraciones.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este trabajo de investigación se formuló el problema de atenuación de vibraciones en sistemas mecánicos. Se diseñó un absorbedor de vibraciones pasivo, cuyas especificaciones fueron establecidas en términos de un nivel de atenuación dado. También se mostró que un absorbedor de vibraciones pasivo es capaz de atenuar las vibraciones dentro de un rango limitado de frecuencias de excitación. Se aprovecharon las características de un absorbedor pasivo y la propiedad de pasividad del sistema modificado para el diseño de un controlador con retroalimentación de la salida pasiva y prealimentación de la vibración, el cual permitió extender la capacidad de una mejor atenuación de vibraciones de un absorbedor para cualquier frecuencia de excitación. Se logró una mejor y más rápida atenuación utilizando control activo con redes neuronales.

TRABAJOS FUTUROS

Las actividades a realizar en el futuro, que se pueden realizar son las siguientes:

- Iniciar la implementación práctica de los controladores propuestos
- Terminar el diseño óptimo pasivo/ activo de un absorbedor de vibraciones no lineal tipo masa-resorte-amortiguador
- Proponer soluciones al problema de atenuación óptima de vibraciones mecánicas utilizando adecuadamente las técnicas de control: Lagrangianos y Hamiltonianos controlados.
- Aplicar los resultados obtenidos a los siguientes prototipos: Absorbedores de vibración tipo barra rígida y pendular.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] Balachandran, B.; Magrab, Edward. B., 2004, Vibrations, 1st Ed., Brooks/Cole
- [2] Rao, S.S, 1995, Mechanical Vibrations, 3rd Ed., Addison-Wesley Publishing Company, USA.
- [3] Korenev, B. G., Reznikov, L. M., 1993, Dynamic Vibration Absorbers: Theory and Technical Applications, 1st Ed., John Wiley, England.
- [4] Roberson, R. E., 1952, Synthesis of a Nolinear Dynamic Vibration Absorber, Journal of the Franklin Institute, Vol. 254, pp. 205-220.
- [5] Fuller, C. R., Eliots, S. J., Nelson, P. A., 1997, Active Control of Vibration, Academia Press, San Diego, CA.
- [6] Fliess, M., Lévine, M., Martin, J., Rouchon, P., 1995, Flatness and defect of non-linear systems: Introductory theory and examples. International Journal of Control Vol. 61 No. 6, pp. 23-41.
- [7] Cichocki, A. and Unbehauen, R., 1992, Neural Networks for Optimization and Signal Processing, John Wiley & Sons Ltd.
- [8] Lippmann, R. P., 1987, An introduction to computing with neural nets, IEEE ASSP Mag., vol. 4, no. 2, pp. 4–22.
- [9] Kohonen, T., 1990, Self-organizing map, Proc. IEEE, vol. 78, no. 9, pp. 1464–1480.
- [10] Funahashi, K. I., 1989, On the approximate realization of continuous mappings by neural networks, Neural Networks, vol. 2, pp. 183–192.
- [11] Ojala, T., 1995, Neuro-Fuzzy Systems for Control, Dissertation for Master of Science, Tampere University of Technology, Finland.
- [12] Aguado, B. A., 2000, Temas de Identificación y Control Adaptable, *ICIMAF*, La Habana, Cuba.

ANEXOS

Anexo A

REPORTE DEL CONTROL NEURO-PID APLICADO A UN ABSORBEDOR DE VIBRACIONES

Hernández Zárate Jorge A., Graciós M. Carlos A., Estévez C. Jaime
Control Adaptable e Inteligente

Introducción.

El presente reporte, muestra los pasos que se realizaron para la programación del funcionamiento de un control neuronal PID, explicando los cuidados que se deben tener para su aplicación en el control de un absorbedor de vibraciones.

Las ecuaciones.

El control neuro PID propuesto se muestra en la figura 1. Aquí puede observarse que los redes neuronales con una sola capa escondida, sirven como ajustes finos de las constantes del control PID, alimentado como entradas, los valores de los errores en diferentes tiempos.

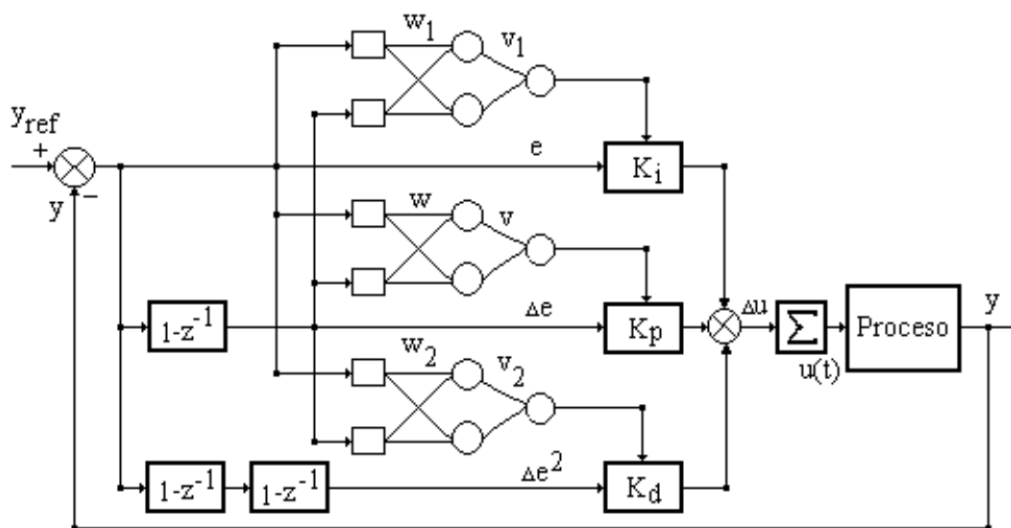


Figura 1

Este esquema de control, tiene como base el uso de las variaciones de los errores actual y anteriores del proceso, que en este caso es un motor de CD, y los valores de K_p , K_i y K_d del PID. El objetivo de la programación del control, consiste en calcular las actualizaciones de los pesos de la red neuronal, V_j y W , mediante la retropropagación del error.

El algoritmo, por lo tanto, consiste en dividir lógicamente, el problema, de tal forma que la división realizada es la siguiente:

- Paso 1. Inicialización de variables.
- Paso 2. Para $t=0:3000$
 - Paso 3. Actualización de pesos V y W .
 - Paso 4. Cálculo de los coeficientes K_i , K_p y K_d .
 - Paso 5. Cálculo del $u(t)$ del control PID.
 - Paso 6. Aplicación del $u(t)$ al motor.
 - Paso 7. Realimentación de la velocidad para el cálculo de los errores.
 - Paso 8. Almacenamiento temporal de los valores.
- Paso 9. Ir al paso 2
- Paso 10. Graficación de resultados.
- Paso 11. Fin.

El programa completo se presenta en el anexo 1, sin incluir las definiciones formales de las funciones asociadas.

Se realizaron pruebas de este programa con dos cambios en el valor de referencia y el valor del coeficiente de aprendizaje η . Los resultados se muestra en las figuras 2 y 3.

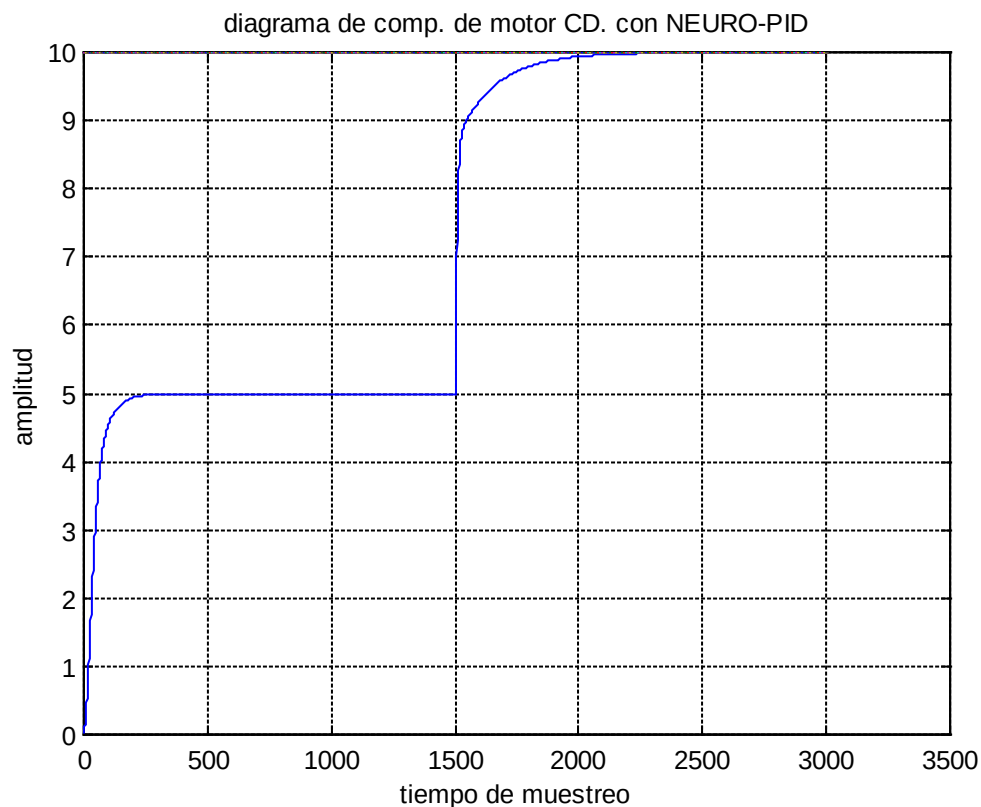


Figura 2

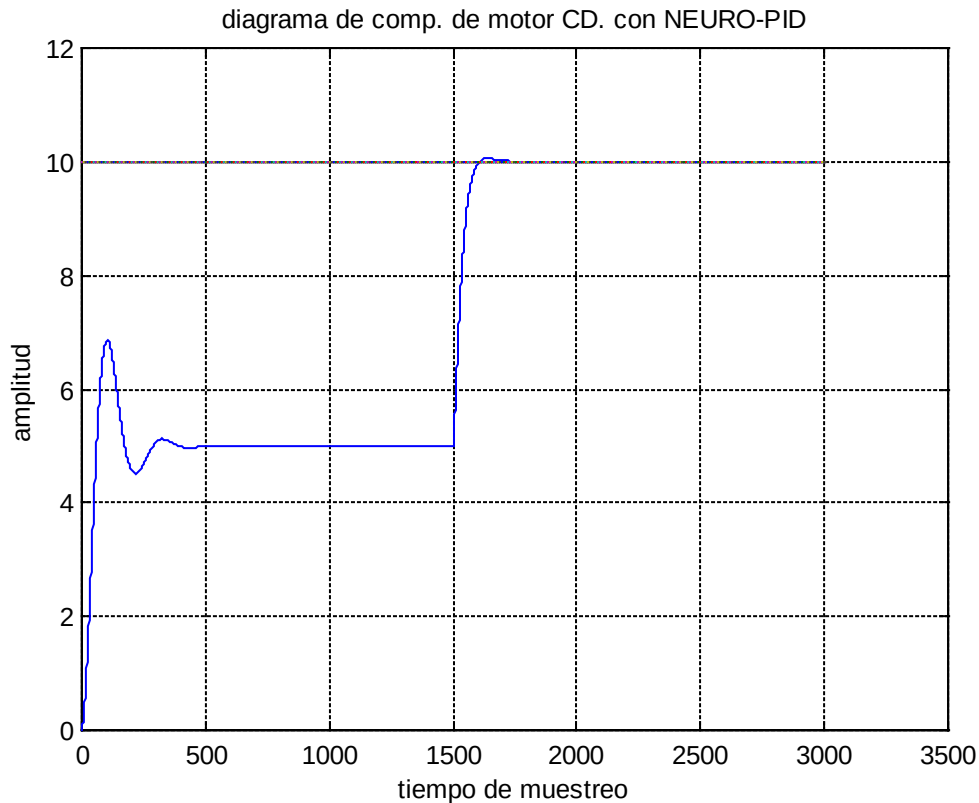


Figura 3

En la figura 1 se muestra el comportamiento del control sobre el absorbedor de vibraciones para un valor grande de $\eta=0.01$ para dos cambios de referencia $y_{ref1}=5$ y $y_{ref2}=10$. Nótese que el sistema sigue con cierta lentitud a la referencia y más aun cuando se hace cambio de referencia una vez entrenadas las redes neuronales.

En la figura 2 se muestra ahora el comportamiento pero para una $\eta=0.005$ en el cual el control tiende a provocar oscilaciones pequeñas. De aquí se demuestra que para distintos valores de η el sistema tiende a oscilar, modificando la velocidad de ajuste.

LISTADO DEL PROGRAMA

```
clear all
% Programa de prueba del Neuro-PID con un absorbedor de vibraciones
% Inicialización
KI=0;
KP=0;
KD=0;
et=0;
et1=0;
et2=0;
yref=5;
error=[0 0 0];
V11=0.01;
V12=0.01;
```

```

V21=0.01;
V22=0.01;
V31=0.01;
V32=0.01;
W11=0.01;
W12=0.01;
W21=0.01;
W22=0.01;
W31=0.01;
W32=0.01;
W41=0.01;
W42=0.01;
W51=0.01;
W52=0.01;
W61=0.01;
W62=0.01;
W71=0.01;
W72=0.01;
W81=0.01;
W82=0.01;
Velt=0;
Velt1=0;
Vin=[0 0];
tiempo=1;
%Excitacion inicial del proceso

%Velt=motor(Velt,Velt1);

% Ciclo del absorbedor en 500 instantes de tiempo

for t=0:1500

    et2=error(3);
    error(3)=et1;
    et1=error(2);
    error(2)=et;
    et=yref-Velt;

    V11=act_peso_v(V11,Velt,Velt1,yref,KI,W11,W21,et,et1,et);
    V12=act_peso_v(V12,Velt,Velt1,yref,KI,W12,W22,et,et1,et);
    V21=act_peso_v(V21,Velt,Velt1,yref,KP,W31,W32,et,et1,et-et1);
    V22=act_peso_v(V22,Velt,Velt1,yref,KP,W41,W42,et,et1,et-et1);
    V31=act_peso_v(V31,Velt,Velt1,yref,KD,W51,W52,et,et1,et-2*et1+et2);
    V32=act_peso_v(V32,Velt,Velt1,yref,KD,W61,W62,et,et1,et-2*et1+et2);
    W11=act_peso_w(W11,Velt,Velt1,yref,KI,et,et1,W11,W21,V11,et,et);
    W12=act_peso_w(W12,Velt,Velt1,yref,KI,et,et1,W11,W21,V12,et,et);
    W21=act_peso_w(W21,Velt,Velt1,yref,KI,et,et1,W12,W22,V11,et-et1,et);
    W22=act_peso_w(W22,Velt,Velt1,yref,KI,et,et1,W12,W22,V12,et-et1,et);
    W31=act_peso_w(W31,Velt,Velt1,yref,KP,et,et1,W31,W32,V21,et,et-et1);
    W32=act_peso_w(W32,Velt,Velt1,yref,KP,et,et1,W31,W32,V22,et,et-et1);
    W41=act_peso_w(W41,Velt,Velt1,yref,KP,et,et1,W41,W42,V21,et-et1,et-et1);
    W42=act_peso_w(W42,Velt,Velt1,yref,KP,et,et1,W41,W42,V22,et-et1,et-et1);
    W51=act_peso_w(W51,Velt,Velt1,yref,KD,et,et1,W51,W52,V31,et,et-2*et1+et2);
    W52=act_peso_w(W52,Velt,Velt1,yref,KD,et,et1,W51,W52,V32,et,et-2*et1+et2);
    W61=act_peso_w(W61,Velt,Velt1,yref,KD,et,et1,W61,W62,V31,et-et1,et-2*et1+et2);
    W62=act_peso_w(W62,Velt,Velt1,yref,KD,et,et1,W61,W62,V32,et-et1,et-2*et1+et2);

    KI=Ki(et,et1,V11,V12,W11,W12,W21,W22);
    KP=Kp(et,et1,V21,V22,W31,W32,W41,W42);
    KD=Kd(et,et1,V31,V32,W51,W52,W61,W62);

    % Actualizacion de datos
    Vin(2)=Vin(1);
    Vin(1)=Vin(1)+PID(KI,KP,KD,et,et1,et2);
    T(tiempo)=tiempo;
    Velt1=Velt;
    Velt=motor(Vin(1),Velt1);
    ydt(tiempo)=Velt;
    tiempo=tiempo+1;

end

yref=10;
for t=1500:3000

    et2=error(3);
    error(3)=et1;

```

```

et1=error(2);
error(2)=et;
et=yref-Velt;

V11=act_peso_v(V11,Velt,Velt1,yref,KI,W11,W21,et,et1,et);
V12=act_peso_v(V12,Velt,Velt1,yref,KI,W12,W22,et,et1,et);
V21=act_peso_v(V21,Velt,Velt1,yref,KP,W31,W32,et,et1,et-et1);
V22=act_peso_v(V22,Velt,Velt1,yref,KP,W41,W42,et,et1,et-et1);
V31=act_peso_v(V31,Velt,Velt1,yref,KD,W51,W52,et,et1,et-2*et1+et2);
V32=act_peso_v(V32,Velt,Velt1,yref,KD,W61,W62,et,et1,et-2*et1+et2);
W11=act_peso_w(W11,Velt,Velt1,yref,KI,et,et1,W11,W21,V11,et,et);
W12=act_peso_w(W12,Velt,Velt1,yref,KI,et,et1,W11,W21,V12,et,et);
W21=act_peso_w(W21,Velt,Velt1,yref,KI,et,et1,W12,W22,V11,et-et1,et);
W22=act_peso_w(W22,Velt,Velt1,yref,KI,et,et1,W12,W22,V12,et-et1,et);
W31=act_peso_w(W31,Velt,Velt1,yref,KP,et,et1,W31,W32,V21,et,et-et1);
W32=act_peso_w(W32,Velt,Velt1,yref,KP,et,et1,W31,W32,V22,et,et-et1);
W41=act_peso_w(W41,Velt,Velt1,yref,KP,et,et1,W41,W42,V21,et-et1,et-et1);
W42=act_peso_w(W42,Velt,Velt1,yref,KP,et,et1,W41,W42,V22,et-et1,et-et1);
W51=act_peso_w(W51,Velt,Velt1,yref,KD,et,et1,W51,W52,V31,et,et-2*et1+et2);
W52=act_peso_w(W52,Velt,Velt1,yref,KD,et,et1,W51,W52,V32,et,et-2*et1+et2);
W61=act_peso_w(W61,Velt,Velt1,yref,KD,et,et1,W61,W62,V31,et-et1,et-2*et1+et2);
W62=act_peso_w(W62,Velt,Velt1,yref,KD,et,et1,W61,W62,V32,et-et1,et-2*et1+et2);

KI=Ki(et,et1,V11,V12,W11,W12,W21,W22);
KP=Kp(et,et1,V21,V22,W31,W32,W41,W42);
KD=Kd(et,et1,V31,V32,W51,W52,W61,W62);

% Actualizacion de datos
Vin(2)=Vin(1);
Vin(1)=Vin(1)+PID(KI,KP,KD,et,et1,et2);
T(tiempo)=tiempo;
Velt1=Velt;
Velt=motor(Vin(1),Velt1);
ydt(tiempo)=Velt;
tiempo=tiempo+1;

end

%Graficacion de la respuesta del absorbedor de vibraciones con control Neuro-PID
plot(T,ydt,T,yref);
xlabel('tiempo de muestreo');
ylabel('amplitud');
title('diagrama de comp. de absorbedor de vibraciones con NEURO-PID');
grid on;
%gtext('valor de estabilización');

```

Anexo B

Programa para calcular la respuesta de un sistema mecánico con absorbedor de 2 grados de libertad.

```
% Programa para la respuesta de un sistema mecánico con absorbedor, 2gdl.
% Datos
clear all;
% Datos
m1 = 10; % masa del sistema primario [kg]
k1 = 1000; % rigidez del sistema primario [N/m]
c1 = 5; % amortiguamiento del sistema primario [N*s/m]
m2 = 2; % masa del sistema secundario [kg]
k2 = 200; % rigidez del sistema secundario [N/m]
c2 = 0; % amortiguamiento del sistema secundario [N*s/m]
F0 = 2; % Máxima amplitud de la fuerza periodica aplicada [N]
w = 10; % Frecuencia de la fuerza periodica [rad/s]

% Cálculos de las variables
u = m2/m1; % Relación de masas
dst = F0/k1; % Deflexión del sistema primario bajo la fuerza F0 [m]
%Frecuencia natural no amortiguada desacoplada del sistema primario
w1 = sqrt(k1/m1);
%Frecuencia natural no amortiguada desacoplada del absorbedor [rad/s]
w2 = sqrt(k2/m2);
lamda = w/w1; % Relación de frecuencias naturales desacopladas
g = w/w1; % Relación de frecuencias forzada
% Coeficiente de amortiguamiento crítico del sistema primario [N*s/m]
cc1 = 2*m1*w1;
zeta1 = c1/cc1; % Factor de amortiguamiento del sistema primario
% Coeficiente de amortiguamiento crítico del sistema secundario [N*s/m]
cc2 = 2*m2*w2;
zeta2 = c2/cc2; % Factor de amortiguamiento del sistema secundario

% Cálculo de las magnitudes de las amplitudes normalizadas en estado estable
% de los sistemas primario y secundario
A1 = (lamda^2-g^2)^2+(2*zeta2*g)^2;
A2 = lamda^4+(2*zeta2*g)^2;
B1 = [(1-g^2)*(lamda^2-g^2)-u*lamda^2*g^2-4*zeta1*zeta2*g^2]^2;
B2 = [(2*zeta2*g)*(1-g^2-u*g^2)+(2*zeta1*g)*(lamda^2-g^2)]^2;
B = B1 + B2;
X1dst = sqrt(A1/B);
X2dst = sqrt(A2/B);
% Gráfica del efecto de zeta1 en la respuesta del sistema primario
% Consideraciones especiales
u=0.1;
zeta2=0.25;
lamda=1;
% Subrutina para asignar valores a la matriz z (gráfica)
i=1;
for g = 0:0.1:2
    x(i) = g;
    i=i+1;
end
j=1;
for zeta1 = 0:0.1:2
    y(j)= zeta1;
    j=j+1;
end
i=1;
for zeta1 = 0:0.1:2
    j=1;
    for g = 0:0.1:2
        A1 = (lamda^2-g^2)^2+(2*zeta2*g)^2;
        B1 = [(1-g^2)*(lamda^2-g^2)-u*lamda^2*g^2-4*zeta1*zeta2*g^2]^2;
        B2 = [(2*zeta2*g)*(1-g^2-u*g^2)+(2*zeta1*g)*(lamda^2-g^2)]^2;
        B = B1 + B2;
        X1dst = sqrt(A1/B);
        z(i,j) = X1dst;
        j=j+1;
    end
    i=i+1;
end
mesh(x,y,z)
xlabel('g');ylabel('\zeta_1');zlabel('X1dst')
title('Efecto de zeta1 en la respuesta del sistema primario')
text(1.9,0,8, 'u=1,zeta1=0.25,lamda=1')
```

CONFERENCIAS Y ARTICULOS PRESENTADOS DE LA TESIS

Conferencia(s):

- Análisis de vibraciones y su impacto
- Absorbedores de vibraciones mecánicas

Artículo (Publicación) presentado:

- Los resultados fueron publicados en el artículo “**Active Neural-PID Scheme for Non-harmonic Vibration Attenuation Strategy on SLM Structures**” en el Congreso [Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference \(CERMA'06\)](#) pp. 279-284, el fue incluido en Digital Library of IEEE Computer Society.

Active neural-PID scheme for Non-harmonic vibration attenuation strategy on SLM structures.

J. A. Hernández-Zárate, G. A. Muñoz-Hernández, E. Martínez-Leal, C. A. Graciós-Marín

Instituto Tecnológico de Puebla.-Research department

Av. Tecnológico # 420. Maravillas, Z.P. 72220, Puebla, Pue. MEXICO

E-mail: jorgeahz67@yahoo.com, cgracios@itpuebla.edu.mx

Abstract

The next article presents a new alternative for Active control for vibrations on SLM structures. To solve the non-harmonic oscillation behaviour, a novel Neural-PID scheme is applied to obtain a self-tuning algorithm in terms of reduce the dangerous effects on the actual mechatronic systems developed.

Neural strategy is established as a two slides net trained by a typical Back Propagation block defined next to the PID on a FPGA to let the training-online for the active control scheme proposed. The final structure can be considered as a rapid-prototyping environment for future mechatronic designs.

1. Introduction

The dynamic response of mechanical and civil structures subject to high-amplitude motions is often dangerous and undesirable. The most detrimental form of these motions is oscillatory; thereby causing a vibrational motion. All mechanical systems are subjected to various conditions that may result in vibrational motion [1]. These vibrations often lead to material fatigue, structural damage and failure, deterioration of system performance, and increased noise level. These effects are usually prominent around the natural frequencies of the system. Such vibrations cannot be tolerated and, therefore, developing a strategy for reducing these vibrations has been a major focus of research.

These are two fundamentally different primary methods of vibration protection. These are vibration isolation and vibration absorption. Other methods include modifying the vibrating system itself to accommodate for the new disturbance environment. However, this method is undesirable since internal system modifications are usually difficult to carry out. In vibration isolation, the original system is divided into two parts, which are connected by means of additional mechanical devices, such as springs and dampers. These devices are referred to as vibration isolators. Common examples include rubber mounts for machinery and shock absorbers for automobiles. Isolators are positioned between the source of disturbance and the object to be protected or, equivalently, between the object and its supporting base. Isolators reduce the magnitude of force transmitted from the vibrating object to its foundation or, equivalently, reduce the transmitted motion from the base to the object. Isolators filter unwanted vibrations above a particular frequency by properly choosing the isolator stiffness.

On the other hand, another system is attached to the original system in vibration absorption. Thus, another degree of freedom is added to the system. The parameters of the attached system are chosen so as to cause a decrease in the vibration level of the original system. These attached systems

are referred to as vibration absorbers. Vibration absorbers reduce vibrations of the original system by channelling energy to the absorber itself. In classical vibration absorbers, this channelled energy is manifested as a deflection in the absorber's mass. While damping is essential for an isolator to reduce vibration levels at resonance, it defeats the purpose of an absorber. This is so because damping reduces the amount of energy transferred to the absorber.

At last, the problem of vibrating attenuation is addressed by a typical Spring-Lumped-Mass (SLM) mechanical system using a secondary linear active absorber SLM where the adaptive force control is applied by a Self-tuning Neural-PID. A comparison is presented with a traditional solution using Matlab© as simulating tool. A programmable device is proposed to develop the system on the practice.

2. Fundamental theory

A typical passive absorber of vibration is a device coupled on a mechanical system to reduce the effects of oscillation around the harmonic frequency of operation, without external force of influence [2,3]. Given of fig. 1, two systems can be distinguished: system under perturbations (primary subsystem) and system for attenuation (secondary subsystem).

Here, m_1 , k_1 y c_1 are the mass, linear stiffness and viscous damping for the primary structure, m_2 , k_2 y c_2 are the mass, linear stiffness and the viscous damping for the second one. X_1 and X_2 represent the relative positions for m_1 y m_2 respectively. $f(t)$ is the perturbation force.

Considering the initial assumptions, the mathematic model for the 2-DOF system, two coupled linear ordinary

differential equations are obtained to describe the behaviour of the structure.

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 + (c_1 + c_2)\dot{x}_1 - k_2x_2 + c_2\dot{x}_2 &= f(t) \\ m_2 \ddot{x}_2 - k_2x_1 - c_2\dot{x}_1 + k_2x_2 + c_2\dot{x}_2 &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

where $f(t) = F_0 \sin(\omega t)$.

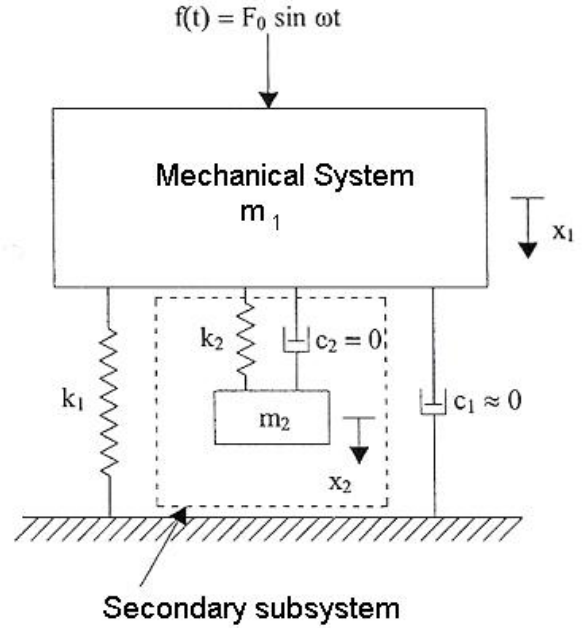


Fig. 1 Schematic Diagram for the mechanical system under study.

If the typical linear and harmonic solution is solved, then classic state variables can be proposed to find the next solution.

$$\begin{aligned} x_{1ss}(t) &= X_1 \sin(\omega t + \phi_1) \\ x_{2ss}(t) &= X_2 \sin(\omega t + \phi_2) \end{aligned} \quad (2)$$

where:

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{|\Delta_1(j\omega)|}{|\Delta(j\omega)|} F_0 \\ X_2 &= \frac{|\Delta_2(j\omega)|}{|\Delta(j\omega)|} F_0 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
\Delta_1(j\omega) &= (k_2 - m_2\omega^2) + j(c_2\omega) \\
\Delta_2(j\omega) &= k_2 + j(c_2\omega) \\
\Delta(j\omega) &= [(k_2 - m_2\omega^2) - m_2k_2\omega^2 - c_1c_2\omega^2] + \\
&\quad j[c_2\omega(k_1 - m_1\omega^2 - m_2\omega^2) + c_1\omega(k_2 - m_2\omega^2)] \\
\phi_1 &= \langle \frac{\Delta_1(j\omega)}{\Delta(j\omega)}, \phi_2 = \langle \frac{\Delta_2(j\omega)}{\Delta(j\omega)}
\end{aligned}$$

Then, the energy on stable state for the primary subsystem is:

$$H_1(t) = \frac{1}{2}k_1X_1^2\sin^2(\omega t + \phi_1) + \frac{1}{2}m_1X_1^2\omega^2\cos^2(\omega t + \phi_1) \quad (4)$$

Hence, the maximum transference of energy on stable state is:

$$\begin{aligned}
H_1 &= P_{1max} = T_{1max} \\
H_1 &= \frac{1}{2}kX_1^2 = \frac{1}{2}mX_1^2\omega^2 \quad (5)
\end{aligned}$$

Where: P_1 and T_1 are potential and kinetic energies respectively for primary structure. Applying the next non-dimensional variables:

$\mu = m_2 / m_1$: mass relation.
 $\delta_{st} = F_0 / k_1$: deflection of the subsystem under F_0 influence.
 $\omega_1 = \sqrt{k_1/m_1}$: natural non-coupled frequency non-damping for primary subsystem.
 $\omega_2 = \sqrt{k_2/m_2}$: natural frequency non-coupled non-damping for the absorber.
 $\lambda = \omega_2 / \omega_1$: relation between natural frequencies non-coupled
 $g = \omega / \omega_1$: relation of forced frequency
 $c_{c1} = 2m_1\omega_1$: constant of critical damping for primary subsystem.
 $\zeta_1 = c_1 / c_{c1}$: relation of damping for the primary subsystem.
 $c_{c2} = 2m_2\omega_2$: constant of critical damping for secondary subsystem.
 $\zeta_2 = c_2 / c_{c2}$: relation of damping for the secondary subsystem.

Then, the values of normalised gains are obtained for stable state for primary and secondary subsystems:

$$\begin{aligned}
\left| \frac{X_1}{\delta_{st}} \right| &= \sqrt{\frac{A_1}{B}} \\
\left| \frac{X_2}{\delta_{st}} \right| &= \sqrt{\frac{A_2}{B}} \quad (6)
\end{aligned}$$

where:

$$\begin{aligned}
A_1 &= (\lambda^2 - g^2)^2 + (2\zeta_2g)^2 \\
A_2 &= \lambda^4 + (2\zeta_2g)^2 \\
B &= [(1 - g^2)(\lambda^2 - g^2) - \mu\lambda^2g^2 - 4\zeta_1\zeta_2g^2]^2 + \\
&\quad + [(2\zeta_2g)(1 - g^2 - \mu g^2) + (2\zeta_1g)(\lambda^2 - g^2)]^2
\end{aligned}$$

Fig. 2 is shoed the $|X_1/\delta_{st}|$ parameter to establish the decreasing behaviour on the primary structure when the secondary scheme oscillate. To design an efficient redactor/absorber of harmonic oscillations, it can be considered that $\zeta_1 = 0$, without loss of information of the system. Therefore, equations on (6) are reduced to:

$$\begin{aligned}
\left| \frac{X_1}{\delta_{st}} \right| &= \left\{ \frac{(\lambda^2 - g^2)^2 + (2\zeta_2g)^2}{[(1 - g^2)(\lambda^2 - g^2) - \mu\lambda^2g^2]^2 + [(2\zeta_2g)(1 - g^2 - \mu g^2)]^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \\
\left| \frac{X_2}{\delta_{st}} \right| &= \left\{ \frac{\lambda^4 + (2\zeta_2g)^2}{[(1 - g^2)(\lambda^2 - g^2) - \mu\lambda^2g^2]^2 + [(2\zeta_2g)(1 - g^2 - \mu g^2)]^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (7)
\end{aligned}$$

which can be considered as functions of g, λ, μ y ζ_2 :

$$\begin{aligned}
\left| \frac{X_1}{\delta_{st}} \right| &= \psi_1(g, \lambda, \mu, \zeta_2) \\
\left| \frac{X_2}{\delta_{st}} \right| &= \psi_2(g, \lambda, \mu, \zeta_2) \quad (8)
\end{aligned}$$

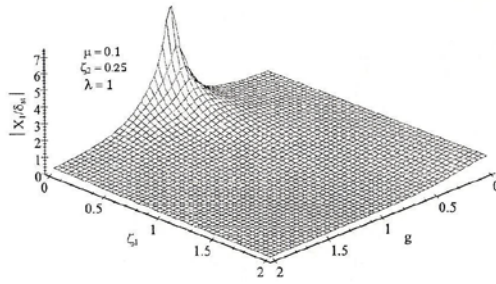


Fig. 2: Effect of ζ_1 in the response of the primary subsystem

In literature, several contributions are found in terms of analyse and propose as passive as active control strategies to increase the effect of harmonic reduction of oscillation on mechanical structures [3]. All of them are focused on increase the bandwidth of frequency of attenuation around of a fundamental frequency of vibration, determinate by the frequency of influence of the external force applied. In this particular situation, the value of the vibration can be considered minimal (Resonant Frequency).

However, actual mechatronic systems designed where an active control structure is coupled as absorber, add new range of frequencies where the values can become big or infinite theoretically. Fig. 3, where ω_1 y ω_2 are comparison range of frequency, expressed this problem. In both passive and active solutions it is possible to find harmonic and non-harmonic behaviour on the final design, producing unexpected solutions. Novel proposition are reported to consider this actual problem to demonstrate a trade-off between solutions and real results.

3. Active control proposed

It have been demonstrated, that active control schemes, can solve the problem described on last section. However, non-harmonic behaviour has not been solved in terms of practical application.

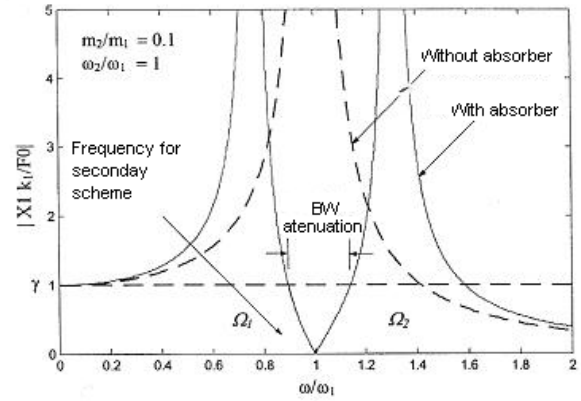


Fig. 3 Response on BW frequency for the complete system

PID, as a typical solution, is a good alternative when a simple model is considered, i.e. if the system is no perturbed by unexpected external forces [6].

$$u(t) = Kp \left[e(t) + \frac{Tc}{Ti} \sum_{i=1}^t e(i) + \frac{Td}{Tc} [e(t) - e(t-1)] \right] + u(0) \quad \dots (9)$$

Describing a typical PID (9) is possible to obtain a professional version for real applications, making the next considerations:

- a) Actuator range (0-100%):
 $Ru = u_{\max} - u_{\min}$
- b) Variable under measurement
 $Ry = y_{\max} - y_{\min}$
- c) Normalised Error $\rightarrow e_n(t)$
- d) Proportional Band $\rightarrow Bp$

With these constraints, a reduce version of PID is obtained in equation (10).

$$u(t) = \frac{Ru}{Bp} \left[e_n(t) - \frac{Td}{Tc} \frac{\Delta y(t)}{Ry} \right] + Int(t) \quad \dots (10)$$

$\Delta y(t)$ is the incremental output for the system under control. This strategy reduces the effect of

derivative impulse for digital schemes [6].

a) Neural control scheme proposed

The central idea showed on figure 4, applied the back-propagation of the error of the system to train a 2 slides Artificial Neural Network. (ANN).

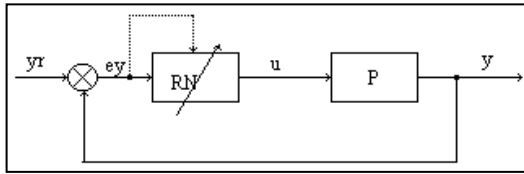


Fig. 4Regulator neuronal auto-adjustable

In this case, ANN realised the operation as a direct regulator, where the weight coefficients are adjusted by typical algorithm of recursive functions.

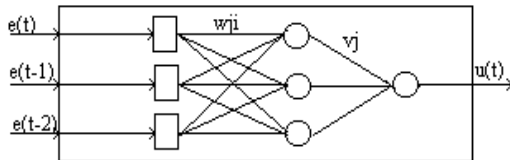


Figure 5. Two slides ANN proposed.

However, if the PID is defined as the principal regulator, then ANN structure can be used to obtain a self-tuning online scheme for the unexpected change in the variable under control [7].

ANN sub-part can be trained with the evolution of the behaviour for the oscillation of the primary subsystems

and the output of the regulator can reduce the variations of compared position between X1 and X2 in the mechanic system (see Figure 5).

If the output for a single neuron is expressed by equation (11), then, the proposed structure can reflect estimation in the variation of the error of position in the output of the system.

$$x(t) = [e_y(t)e_y(t-1) \cdots e_y(t-n)] \quad \dots(11)$$

Considering a typical ANN structure for process control, then a minimal gradient seeking algorithm can be applied for this system [8]. Equations (12), (13) AND (14) describe the calculus. η represents a learning factor.

$$\frac{\partial E(t)}{\partial w_{ji}} = \frac{\partial E(t)}{\partial e_y} \frac{\partial e_y}{\partial e_u} \frac{\partial e_u}{\partial u(t)} \frac{\partial u(t)}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial h_j} \frac{\partial h_j}{\partial S_j} \frac{\partial S_j}{\partial w_{ji}} \quad \dots(12)$$

$$v_j(t+1) = v_j(t) + (\eta \frac{\partial e_y}{\partial e_u}) \delta^1 h_j \quad \dots(13)$$

$$w_{ji}(t+1) = w_{ji}(t) + (\eta \frac{\partial e_y}{\partial e_u}) \delta^2_j x_i \quad \dots(14)$$

Then, figure 6 presents the complete definition for the system proposed.

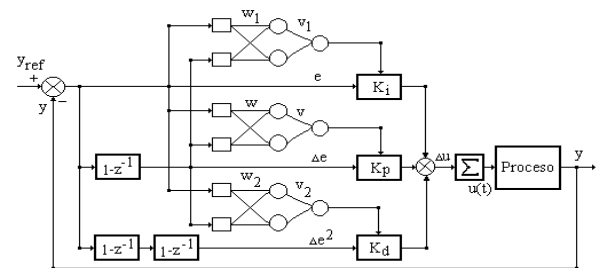


Figure 6. Neural-PID structure proposed.

4. Application and Results obtained.

Figure 7 and 8 show the output when the ANN-PID is applied at the mechanical system.

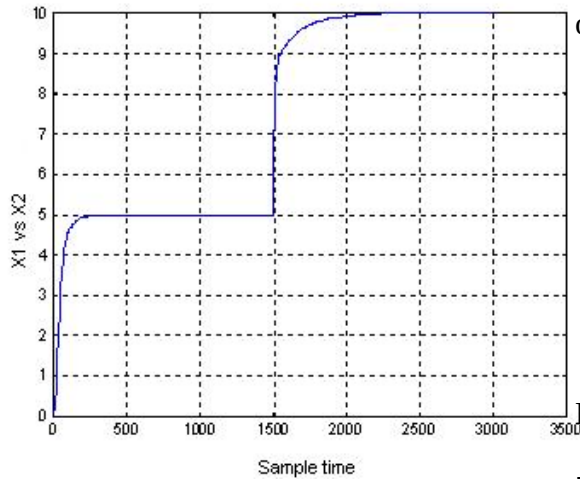


Figure 7. Attenuation behaviour using η high.

Figure 7, shows the behaviour of attenuation effect on the oscillation of the system, when η is high [9,10]. For values of learning index low, the relation $X1$ vs $X2$, provokes a minimal variation as expressed in figure 8.

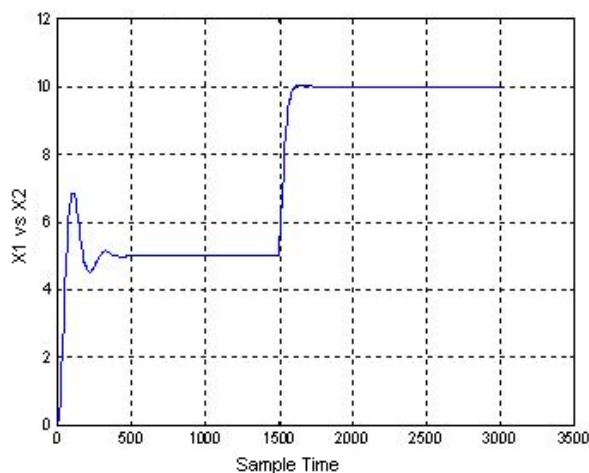


Figure 8. Attenuation behaviour using η low.

For practical implementation, a Spartan II XSA-50 prototyping board (Figure 9) was used to program the algorithm simulated on Matlab®. A good performance in real behaviour was obtained. However, typical application is difficult to test this type of solution due the complexity in to stop the work of industrial processes[11,12].

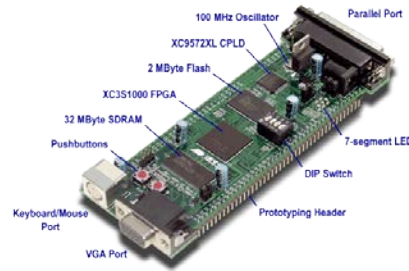


Figure 9. Prototyping board.

5. Conclusions and future work.

The problem of attenuation of vibration was addressed in this article. The typical solution for a SML under external force of influence was presented. A novel alternative scheme to reduce the effects of non-harmonic was developed through the addition of a 2 slides ANN to estimate the values of the parameters of a typical Digital PID.

For next version of this problem, it will be considered, the effects of friction between the structure of the absorber (secondary subsystem) and the primary structure. It can be addressed considering the inclusion of faults on the structural mechanism.

6. References

- [1] Balachandran, B.; Magrab, Edward. B., Vibrations, 1st Ed., Brooks/Cole, 2004.
- [2] Rao, S.S, 1995, Mechanical Vibrations, 3rd Ed., Addison-Wesley Publishing Company, USA.
- [3] Korenev, B. G., Reznikov, L. M., 1993, Dynamic Vibration Absorbers:

Theory and Technical Applications, 1st Ed., John Wiley, England.

[4] Roberson, R. E., 1952, Synthesis of a Nolinear Dynamic Vibration Absorber, Journal of the Franklin Institute, Vol. 254, pp. 205-220.

[5] Baturone A. O., Control por computadora, Editorial Marcombo, S. A. Barcelona, España, 1991.

[6] Modern Control Engineering, 3rd Edition, Prentice Hall, Inc. 1997.

[7] Control System Engineering, 3rd Edition, Norman, S. Nise, John Wiley & Sons, Inc. 2000.

[8] Aguado B. A., Temas de Identificación y Control Adaptable, Editorial de la ICIMAF, La Habana, Cuba, 2000.

[9] Fuller, C. R., Eliots, S. J., Nelson, P. A., 1997, Active Control of Vibration, Academia Press, San Diego, CA.

[10]Cichocki, A. and Unbehauen, R., 1992, Neural Networks for Optimization and Signal Processing, John Wiley & Sons Ltd.

[11]Lippmann, R. P., 1987, An introduction to computing with neural nets, IEEE

ASSP Mag., vol. 4, no. 2, pp. 4-22.

[12]Ojala, T., 1995, Neuro-Fuzzy Systems for Control, Diseertation for Master of Science, Tampere University of Technology, Finland.