



BIBLIOTECA CENTRAL
USO ÚNICAMENTE EN SALA

Universidad Popular Autónoma
del Estado de Puebla.



Maestría en Estructuras

COMPORTAMIENTO HISTERETICO DEL CONCRETO REFORZADO

Trabajo de Investigación

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRIA EN ESTRUCTURAS

PRESENTA:

ING. DANIEL GILDARDO ROMERO CERONIO

Puebla, Pue.

Octubre de 1999



UPAEP – Secretaría General

Dirección General de Apoyos Académicos

Dirección del Centro de Recursos para el Aprendizaje y la Investigación.

Biblioteca Central - **Karol Wojtyla**

Tesis Digitales Restricciones de uso:

DERECHOS RESERVADOS ©

PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de textos, imágenes, gráficas, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente de donde la obtuvo mencionando el autor o autores involucrados en el documento.

Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



20 de septiembre de 1999

Ing. Mario Jiménez Suárez
Director de la Facultad de Ingeniería Civil
UPAEP
Presente

Ing. Jiménez:

Por medio de la presente, me permito informarle a usted, que el Ing. Daniel Gildardo Romero Ceronio, con número de inscripción 70095 de la maestría en estructuras, ha concluido satisfactoriamente la elaboración del trabajo de investigación *Comportamiento histerético del concreto reforzado*, cubriendo los objetivos planteados al inicio del mismo.

Sin otro particular le agradezco la atención prestada a la presente. Quedo de usted como su atento y seguro servidor.

ATENTAMENTE

Mtro. Gerardo de Jesús López Arciga

INDICE

1. INTRODUCCION.

1.1 Antecedentes.	1
1.2 Propiedades mecánicas del medio continuo.	2
1.2.1 Deformaciones.	3
1.2.2 Fuerzas y esfuerzos.	3
1.2.3 Esfuerzos internos.	3
1.3 Ecuaciones constitutivas del medio continuo.	4
1.3.1 Relaciones entre esfuerzos y deformaciones	4
1.3.2 Modelo elástico.	5
1.3.3 Modelo Viscoso.	6
1.3.4 Modelos viscoelásticos sencillo.	7
1.3.4.1 Modelo de Kelvin.	7
1.3.4.2 Modelo de Maxwell.	8
1.3.4.3 Modelo de Burgers.	9
1.4 El problema elástico.	10
1.4.1 Introducción.	10
1.4.2 El cuerpo elástico.	10
1.4.3 Ley de Hooke generalizada.	11
1.4.4 El problema de la elasticidad.	13
1.5 Diseño elástico del concreto reforzado.	13
1.5.1 Introducción.	13
1.5.2 Elasticidad del concreto.	14
1.5.3 Límite elástico del concreto.	15
1.5.4 Esfuerzo en las vigas heterogéneas.	17
1.5.5 Teoría elástica de flexión de estructuras de concreto reforzado.	17
1.5.6 Diseño por esfuerzo de trabajo (teoría elástica).	18
2. PLASTICIDAD EN LAS ESTRUCTURAS DEBIDO A LA GEOMETRIA.	
2.1 Introducción.	19
2.2 Teoría del análisis plástico.	20
2.2.1 Introducción.	20

2.2.2 Hipótesis fundamentales.	21
2.3 Teoremas de análisis.	22
2.3.1 Introducción.	22
2.3.2 Momento plástico.	22
2.3.3 La articulación plástica.	23
2.3.4 Mecanismo de falla.	24
2.3.5 Redistribución de momentos.	26
2.3.6 Características del diagrama de momentos flexionantes correspondientes al colapso de una estructura.	26
2.3.7 Teorema del límite inferior.	27
2.3.8 Teorema del límite superior.	27
2.3.9 Teorema unicidad.	28
2.4 Métodos generales de análisis plástico.	28
2.4.1 Introducción.	28
2.4.2 Método estático.	29
2.4.2.1 Método estático semigráfico.	30
2.4.2.2 Método estático analítico (Distribución plástica de momentos).	30
2.4.3 Método de los mecanismos.	31
2.4.3.1 Número y características de mecanismos independientes.	31
2.4.3.2 Determinación de la carga de colapso por el método de los mecanismos.	32
3. COMPORTAMIENTO NO LINEAL DEL CONCRETO REFORZADO.	
3.1 INTRODUCCIÓN.	34
3.2 CARACTERISTICAS DE LOS MATERIALES.	36
3.2.1 Introducción.	36
3.2.2 Concreto simple.	36
3.2.2.1 Curva esfuerzo–deformación del concreto.	37
3.2.2.2 Resistencia del concreto a la tensión.	38
3.2.2.3 Comportamiento del concreto confinado.	39
3.2.3 Acero de refuerzo.	41
3.2.3.1 Comportamiento monotónico de esfuerzos.	41

3.2.3.2 Comportamiento bajo esfuerzos alternados.	42
3.3 AGRIETAMIENTO Y COMPORTAMIENTO NO LINEAL DEL CONCRETO REFORZADO.	43
3.3.1 Introducción.	43
3.3.2 Microagrietamiento.	44
3.3.3 Agrietamiento debido a flexión.	45
3.3.3.1 Mecanismo de agrietamiento por flexión.	45
3.4 DUCTILIDAD DE LAS SECCIONES DE CONCRETO REFORZADO.	50
3.4.1 Introducción.	50
3.4.2 Comportamiento momento–curvatura.	51
3.4.3 Definición de ductilidad.	52
3.4.4 Relaciones de ductilidad.	53
3.4.4.1 Ductilidad de la deformación longitudinal.	53
3.4.4.2 Ductilidad de la curvatura.	54
3.4.4.3 Ductilidad de desplazamiento.	55
3.4.5 Factores que afectan la ductilidad.	56
4. MODELOS MATEMATICOS DE COMPORTAMIENTO SISMICO INELASTICOS DE CONCRETO REFORZADO.	
4.1 Introducción.	58
4.2 Respuesta sísmica inelástica en estructuras.	59
4.2.1 Introducción.	59
4.2.2 Comportamiento de las estructuras durante el sismo.	59
4.2.3 Rigidez y deformaciones.	61
4.2.4 Daño y absorción de energía.	62
4.3 Comportamiento histerético del concreto reforzado.	63
4.4 Modelos matemáticos de comportamiento sísmico inelástico.	64
4.4.1 Introducción.	64
4.4.2 Conceptos básicos.	64
4.4.3 Modelos bilineales.	65
4.4.3.1 Modelo histerético bilineal.	65
4.4.3.2 Modelo de degradación de rigidez de Clough.	67

4.4.4 Modelos trilineales.	69
4.4.4.1 Modelo histerético trilineal.	69
4.4.4.2 Modelo histerético de Takeda.	70
4.4.4.3 Modelo de tres parámetros.	74
4.4.5 Modelo de comportamiento histerético y daño de vigas de concreto reforzado.	80
5. ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO HISTERETICO PARA EL CONCRETO REFORZADO.	
5.1 Introducción.	84
5.2 Concepción de la estructura.	85
5.2.1 Estructura y geometría.	85
5.2.2 Análisis elástico de la estructura.	86
5.2.3 Diseño de los elementos estructurales.	86
5.3 Respuesta inelástica.	87
5.4 Modelo histerético.	88
5.5 Respuesta histerética.	89
6. CONCLUSIONES.	93
7. REFERENCIAS.	96
APENDICE A.	99

1. INTRODUCCION.

1.1 ANTECEDENTES.

En toda obra de ingeniería es necesario determinar las dimensiones físicas de las partes que componen el sistema estructural. Dichas partes deben tener las dimensiones adecuadas para que resistan las fuerzas reales o probables que se le aplicarán. Así, las paredes de un recipiente de presión deben tener la resistencia apropiada para soportar la presión interna; los pisos de un edificio deben de ser lo suficientemente resistentes para que cumplan su cometido.

De manera análoga, las partes de una estructura compleja deben ser lo bastante rígidas para que no se flexionen en exceso por acción de las cargas que se les imponga. El piso de un edificio puede tener la suficiente resistencia y, sin embargo, sufrir una deflexión excesiva, que algunos casos podría provocar el desalineamiento de equipo o maquinaria instalada en él; o bien, en otros casos, el agrietamiento del plafón de yeso fijado en su parte inferior.

El conocimiento profundo del comportamiento mecánico es fundamental para el diseño confiable de cualquier estructura, como edificios y puentes; por lo que, la mecánica del

medio continuo constituye un tema básico en muchos campos de la ingeniería. En la mecánica del medio continuo se consideran los esfuerzos y deformaciones que presentan los cuerpos reales cuando se les aplican cargas.

El análisis teórico y los resultados experimentales tienen funciones igualmente importantes en el estudio de la mecánica del medio continuo. A veces se realizan deducciones lógicas para establecer fórmulas y ecuaciones que predicen el comportamiento mecánico, pero se debe reconocer que tales fórmulas no pueden emplearse en forma realista a menos que se conozcan ciertas propiedades de los materiales. Estas propiedades son accesibles sólo mediante la realización de experimentos adecuados en el laboratorio. Así mismo, debido a que muchos problemas prácticos de gran importancia en ingeniería no pueden resolverse eficazmente mediante procedimientos teóricos, se requieren necesariamente las mediciones experimentales.

El desarrollo histórico de la mecánica del medio continuo constituye una combinación de teoría y experimentación; los experimentos, en ciertos casos, señalan el camino hacia resultados valiosos, mientras que la teoría lo hace en otros.

El ingeniero suele enfrentarse a muchos problemas mecánicos cuya solución no puede obtenerse por medio de la mecánica de los cuerpos rígidos. Ejemplos de tales problemas son los que surgen al analizar las flexiones o torsiones de trabes y columnas. Todos estos casos se relacionan con medios deformables caracterizados por el hecho de que sus átomos o moléculas están tan próximos unos a otros que el material puede considerarse, microscópicamente, como una masa homogénea, cuyas deformaciones deben preverse sin necesidad de considerar el movimiento de cada una de las partículas que lo componen.

1.2 PROPIEDADES MECANICAS DEL MEDIO CONTINUO.

En esta sección se explicarán brevemente las principales propiedades mecánicas que caracterizan los medios continuos.

1.2.1 Deformaciones.

Para la mecánica de los cuerpos rígidos, el único resultado que interesa de la aplicación de una fuerza es el eventual desplazamiento del cuerpo que la recibe, por lo contrario, la mecánica de medio continuo, enfoca su atención principalmente en las deformaciones que el cuerpo puede sufrir. Pueden ser deformaciones momentáneas, que duran sólo el tiempo que dura la causa que la ocasiona, o bien, pueden ser permanentes, es decir, que se mantiene aunque la causa desaparezca. Pueden ser deformaciones que alcanzan, más o menos rápidamente su conformación definitivamente, o bien pueden ser de esas que, una vez empezadas, siguen indefinidamente, a menos que alguna nueva fuerza los contrarreste.

Las deformaciones implican, por lo general, alteraciones sumamente complicadas; para someterlas a medición, es necesaria una simplificación que consiste en descomponerlas idealmente en deformaciones longitudinales y deformaciones angulares. Otra clasificación importante de las deformaciones es que las subdivide en isotrópicas y distorsionales. Se dice que la deformación sufrida por un medio en la proximidad de cierto punto es isotrópica siempre que sea la misma en todas las direcciones trazadas por el punto.

1.2.2 Fuerzas y esfuerzos.

Las fuerzas que actúan en un medio continuo se clasifican en fuerzas de cuerpo (o de masa) y fuerzas de superficie. Las primeras están distribuidas de manera continua en todo el medio, las segundas solamente sobre cierta superficie del medio continuo. El concepto de esfuerzo, definido como sigue, la intensidad de la fuerza por unidad de área.

1.2.3 Esfuerzos internos.

Las fuerzas que actúan sobre el contorno de un cuerpo sólido o fluido se transmiten por acción molecular al interior del medio. Su influencia debe manifestarse en esfuerzos locales en cada uno de los puntos internos, aunque tales esfuerzos se pueden apreciar sólo de manera indirecta, a través de las deformaciones producidas.

1.3 ECUACIONES CONSTITUTIVAS DEL MEDIO CONTINUO.

1.3.1 Relaciones entre esfuerzos y deformaciones.

El comportamiento de los materiales es tan variado, no sólo comparando un material con otro, sino en un mismo material, al cambiar el orden de magnitud de los esfuerzos, que no hay esperanza de encontrar una solución única al problema.

Se llaman ecuaciones constitutivas de un medio continuo aquéllas que expresan las propiedades físicas. El nombre se debe a que el comportamiento que describen es el resultado de la constitución interna del material.

Las ecuaciones de estado son ecuaciones constitutivas, que permiten relacionar los cambios de densidad de los materiales con variaciones de temperatura y de presión. Otra categoría de ecuaciones constitutivas, es la que relacionan entre sí los esfuerzos y deformaciones a temperatura constante, lo que nos llevan directamente al problema fundamental de la mecánica de los medios deformables: la predicción de las deformaciones que resultarán en el medio, cuando éste se sujete a un estado de esfuerzos determinado, o bien de los esfuerzos que aparecerán, a consecuencia de cierto estado de deformaciones.

Se puede establecer una marcada diferencia entre el comportamiento de un material sólido y de un fluido, cuando ambos se sujetan a esfuerzos distorsionales de pequeña intensidad. El sólido empieza deformándose con relativa rapidez, hasta alcanzar una deformación total, pero hasta allí, mientras el esfuerzo no aumente, la deformación no pasará de ese límite. Por el contrario, en el caso de un fluido, un esfuerzo distorsional mínimo es suficiente para ponerlo en movimiento, es decir, para provocar una deformación angular que crece y crece sin límite, mientras el esfuerzo permanezca. Estos dos efectos están íntimamente relacionados con las propiedades que se llaman elasticidad y viscosidad y con el hecho que los sólidos, predomina la primera, y en los fluidos, la segunda.

El comportamiento viscoso caracteriza bastante bien a la mayoría de los fluidos en condiciones normales, pero el comportamiento elástico de los sólidos es real sólo para bajas cargas. Los sólidos y los fluidos viscosos difieren ampliamente en sus características de deformación. Los cuerpos deformados elásticamente vuelven a su estado natural una vez

que se retiran las cargas aplicadas. Los fluidos viscosos, no presentan en absoluto ninguna tendencia a una recuperación de su deformación. Además, las tensiones elásticas están directamente relacionadas con las deformaciones, mientras que, un fluido viscoso, las tensiones están relacionadas con la velocidad de deformación.

El comportamiento de un material que se presenta una combinación de ambas características, elásticas y viscoelástico. A continuación, se repasarán las características de los modelos elástico, viscoso y viscoelásticos.

1.3.2 Modelo Elástico.

Se dice que un material se comporta elásticamente cuando sus deformaciones son proporcionales a los esfuerzos locales. No existe ningún material que reaccione elásticamente a cualquier sistema de esfuerzos. Por otro lado, se puede decir que prácticamente todos los materiales, sean sólidos o fluidos, empleados en la práctica, reaccionan elásticamente siempre que las fuerzas aplicadas sean bastante pequeñas.

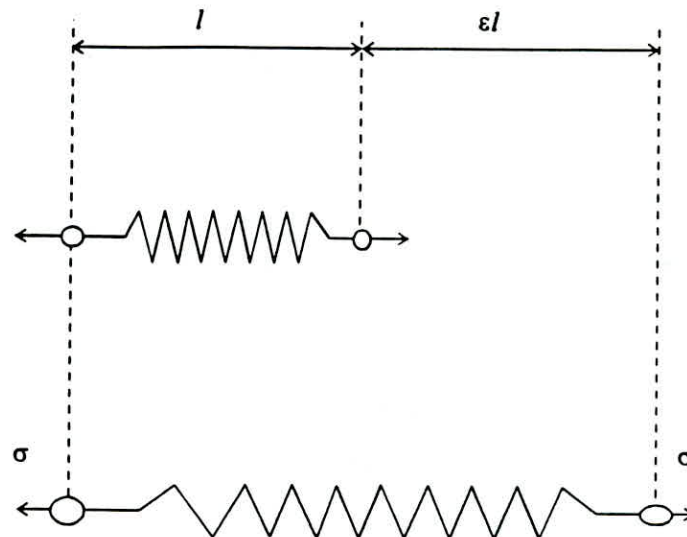


Figura 1.1 Resorte helicoidal, como modelo analógico del cuerpo elástico.

Para representar un cuerpo elástico se toma como modelo analógico al resorte helicoidal (figura 1.1), cuyo alargamiento ϵl es proporcional al esfuerzo σ que se aplica, y que, por tanto, si se suelta después de haberlo tensado, recupera su longitud primitiva.

El factor de proporcionalidad que correlaciona esfuerzos y deformaciones, factor que suele llamarse módulo de elástico (E), no sólo depende del material, de la temperatura y de la presión, sino también difiere según se trate de efectos isotrópicos, o bien de efectos distorsionales.

La curva esfuerzo-deformación del cuerpo elástico está constituida por una recta OA , que sale del origen O de las coordenadas ϵ, σ (figura 1.2).

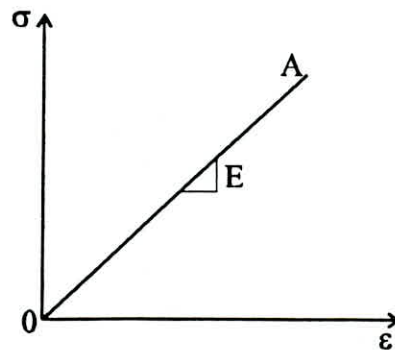


Figura 1.2 Curva esfuerzo-deformación del cuerpo elástico.

1.3.3 Modelo Viscoso.

Un medio viscoso sometido a un esfuerzo distorsional, por pequeño que éste sea, empieza fluyendo, y no deja fluir mientras el esfuerzo se mantenga. Al desaparecer el esfuerzo el medio no retrocede, como haría el cuerpo elástico, sino que permanece en la posición alcanzada durante el movimiento.

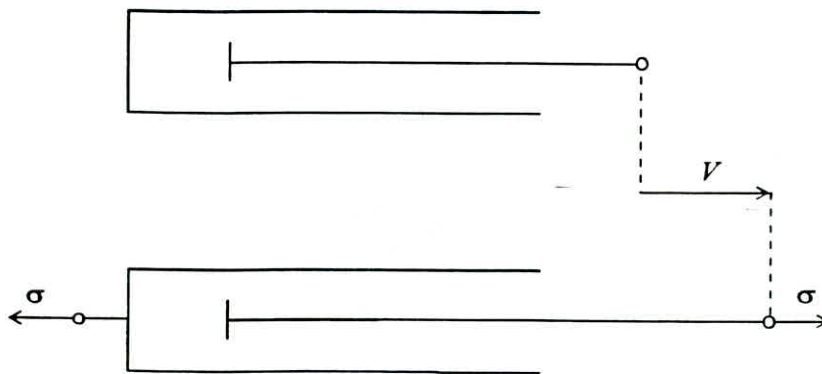


Figura 1.3 Amortiguador, como modelo análogo del cuerpo viscoso.

Como modelo analógico del medio viscoso se suele tomar al amortiguador, un amortiguador móvil dentro de un cilindro lleno de aceite, sin inercia y sin que haya compresión del fluido (figura 1.3). Para que esta última característica se realice, se supone que el pistón está perforado. La distancia recorrida por el pistón en un segundo representa la velocidad de deformación.

La curva esfuerzo–deformación del cuerpo viscoso es una semirrecta paralela al eje ϵ (figura 1.4), en cuanto a que un esfuerzo σ determinado puede provocar cualquier deformación, con tal que sea aplicado durante un tiempo suficientemente prolongado. Para una información más completa acerca de las deformaciones, es necesario hacer que el variable tiempo intervenga.

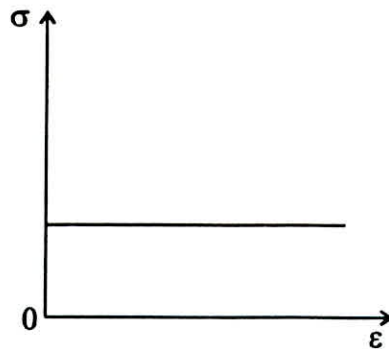


Figura 1.4 Curva esfuerzo–deformación del cuerpo viscoso.

1.3.4 Modelos viscoelásticos sencillos.

Los elementos mecánicos de los modelos viscoelásticos unidimensionales, son un resorte helicoidal sin masa con una constante elástica de respuesta E (figura 1.1), y un amortiguador viscoso cuya fricción simula una viscosidad constante μ (figura 1.3).

1.3.4.1 Modelo de Kelvin.

Este modelo, también llamado modelo de Kelvin-Voigt, intenta representar materiales simultáneamente elásticos y viscosos. Su modelo analógico consiste en un resorte y un amortiguador dispuesto en paralelo, de tal forma que al aplicarse un esfuerzo sobre el sistema, una parte lo tomará el resorte y la restante será tomada por el amortiguador (Figura 1.5).

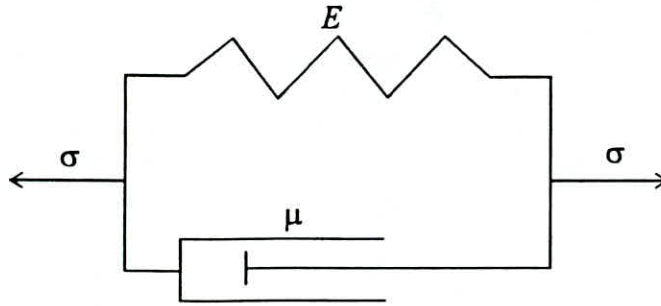


Figura 1.5 Modelo analógico del cuerpo Kelvin.

De lo anterior, se obtiene la ecuación constitutiva que permite determinar la deformación del sistema, una vez conocida la ley de variación de los esfuerzos.

$$\sigma = 2E\epsilon + 2\mu\dot{\epsilon} \quad (1.1)$$

Una característica de este modelo, es que debido a la posición que guarda el amortiguador en el sistema, impide al resorte una respuesta inmediata que éste daría si estuviera solo.

1.3.4.2 Modelo de Maxwell.

Este modelo representa un material, responde inmediatamente de manera elástica, pero posteriormente, si la carga se mantiene, tiende a comportarse de manera viscosa. El modelo analógico de Maxwell lo constituye un resorte y un amortiguador dispuestos en serie (Figura 1.6).

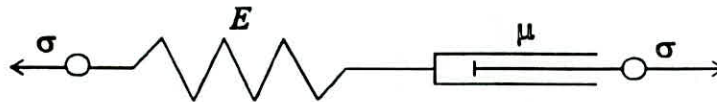


Figura 1.6 Modelo analógico del cuerpo Maxwell.

De lo anterior, se obtiene la ecuación constitutiva.

$$\frac{\sigma}{2E} + \frac{\sigma}{2\mu} = \dot{\epsilon} \quad (1.2)$$

Si el modelo de Maxwell es descargado de golpe, el resorte vuelve a su longitud inicial, pero el amortiguador conserva la longitud alcanzada en un instante. Luego existe una deformación elástica y una deformación permanente, y, por tanto, hay efecto de plastificación.

1.3.4.3 Modelo de Burgers.

Este modelo trata de representar el comportamiento de un material que tiene tres etapas fundamentalmente, la primera es la elástica, seguida por una etapa inelástica, la última etapa presenta un comportamiento plástico. El modelo analógico consiste en un modelo de Kelvin y un modelo Maxwell dispuesto en serie.

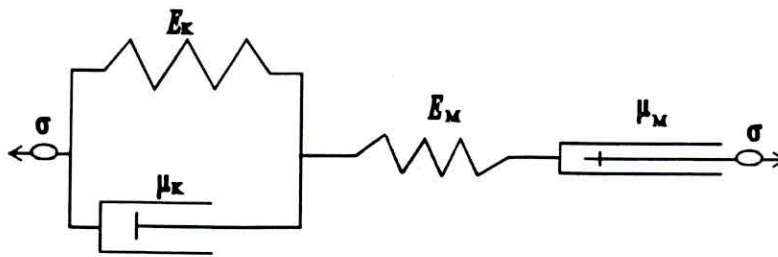


Figura 1.7 Modelo analógico del cuerpo de Burgers.

La ecuación constitutiva de este material es diferencial lineal, del segundo orden, en las variables σ y ϵ , consideradas funciones del tiempo.

1.4 EL PROBLEMA ELASTICO.

1.4.1 Introducción.

El ingeniero durante el proceso del diseño estructural, tiene la necesidad de conocer la respuesta de la estructura, por lo que tiene que analizar la estructura mediante un modelo matemático, el cual consiste en la agrupación de los siguientes modelos:

- *Modelo geométrico.* Este es un esquema que representa las principales características geométricas de la estructura.

- *Modelo de las condiciones de continuidad en las fronteras.* Debe establecerse la forma en que cada elemento está conectado a sus adyacentes y cuáles son las condiciones de apoyo de la estructura.
- *Modelo de las acciones impuestas.* Las acciones que afectan la estructura para una condición dada de funcionamiento.
- *Modelo de comportamiento de los materiales.* Debe de suponerse una relación acción-respuesta del material que compone la estructura.

Durante mucho tiempo el ingeniero ha basado el análisis estructural en la hipótesis de que el comportamiento de la misma sea lineal y se adoptan en el modelo propiedades elásticas representativas del comportamiento de la estructura.

Con el fin de comprender cuáles son las propiedades que se consideran a una estructura con un comportamiento elástico lineal, se estudiará a continuación de forma muy sencilla el modelo elástico y sus limitaciones.

1.4.2 El cuerpo elástico.

En la sección anterior se definió como elástico al estado en el cual las deformaciones son proporcionales a los esfuerzos. Esta relación lineal entre el esfuerzo y la deformación para una barra sometida a una tensión o una compresión simple puede expresarse mediante la ecuación:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (1.3)$$

Donde E es una constante de proporcionalidad conocida como el módulo de elasticidad del material. La ecuación anterior se conoce comúnmente como la *ley de Hooke*, designada así en honor al célebre científico inglés Robert Hooke (1635-1703). Hooke fue el primero que investigó las propiedades elásticas de los materiales y realizó pruebas de materiales. Determinó la relación lineal entre la carga aplicada y el alargamiento resultante. Se llama cuerpo de Hooke al material ideal de comportamiento perfectamente elástico.

El cuerpo es perfectamente elástico si recobra su forma original de un modo completo al descargarlo, y que es parcialmente elástico si la deformación por las fuerzas exteriores no desaparece por completo al descargarlo.

En el caso de un cuerpo elástico, el trabajo realizado por las fuerzas exteriores durante la deformación se transforma completamente en energía potencial de deformación.

En el caso de un cuerpo parcialmente elástico, parte de aquel trabajo se transforma en calor desarrollado en el cuerpo durante la deformación no elástica. Experimentalmente, se ha visto que los materiales tales como el acero, la madera y el concreto se pueden considerar como perfectamente elásticos por debajo de cierto límite que depende de las propiedades del mismo.

Suponiendo que las fuerzas externas que actúan sobre una estructura son conocidas, el problema fundamental para el proyectista es el dimensionar las partes de la estructura para que estén en condiciones elásticas en todos los casos de cargas posibles. Solamente en tales condiciones la estructura tendrá una vida larga y segura y no presentará deformaciones permanentes en sus elementos.

1.4.3 Ley de Hooke Generalizada.

La ecuación (1.3) se aplica únicamente a tensión y compresión simple; para estados de esfuerzo más complicados, se requiere una generalización de la ley de Hooke.

Para que se pueda establecer la generalización de la ley de Hooke, se considerará un material continuo, además de homogéneo e isótropo. Mediante estas condiciones, se puede obtener fácilmente las relaciones entre los esfuerzos y las deformaciones en el cuerpo.

Refiriéndose a una barra de sección transversal rectangular, las leyes de Hooke pueden enunciarse así:

1. - Toda tensión normal actuando en dos caras opuestas de una barra produce un alargamiento longitudinal proporcional a la tensión y del mismo signo.

2. - Dicha tensión normal ocasiona al mismo tiempo un acortamiento transversal del signo opuesto al de la tensión, y cuya magnitud es una fracción del alargamiento longitudinal.
3. - Si en dos caras contiguas de una barra y en sus opuestas actúan tensiones tangenciales en equilibrio, se produce una deformación angular proporcional al esfuerzo tangencial actuante.

Si se consideran diversos estados simples de tensión, según las tres direcciones coordenadas, las dos primeras relaciones de esfuerzo-deformación, pueden expresarse por las siguientes fórmulas:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) \quad (1.4)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_z) \quad (1.5)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) \quad (1.6)$$

Además existen esfuerzos tangenciales:

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \quad (1.7)$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} \quad (1.8)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad (1.9)$$

De donde ν es la relación de Poisson, G es el módulo de cortante y se define de la siguiente forma:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (1.10)$$

1.4.4 El problema de la elasticidad.

El problema de la elasticidad o problema elástico, puede plantearse de la siguiente manera:

Se pretende determinar el desalojamiento, el esfuerzo y la deformación en todos y cada uno de los puntos de un cuerpo formado por un material homogéneo, elástico e isótropo, este cuerpo puede tener, cualquier forma geométrica definida y está cargado también de cualquier manera, pudiendo estar en estado de equilibrio o en estado de movimiento.

El problema puede ser resuelto al considerar que el material rige su comportamiento por la ley de Hooke. Esta consideración es aceptable y conveniente en prácticamente todos los casos, sin embargo es conveniente entender claramente en que grado difiere el comportamiento real elástico lineal, en qué criterio se debe basar la determinación de las propiedades elásticas equivalentes y cual es la magnitud de los errores que se pueden cometer en estas consideraciones.

Aunque la mayoría de los materiales y elementos estructurales tienen un comportamiento que no se despega mucho del lineal en un intervalo de esfuerzos bastante amplio, existen diversas fuentes de no-linealidad

En estructuras muy particulares se tiene no-linealidad debido a cambios significativos de geometría bajo el efecto de las cargas. Sin embargo, la fuente más importante de no-linealidad es la que proviene del propio material y depende de las características del mismo.

1.5 DISEÑO ELASTICO DEL CONCRETO REFORZADO.

1.5.1 Introducción.

El objetivo del diseño consiste en determinar las dimensiones y características de los elementos de una estructura para que ésta cumpla cierta función con un grado de seguridad razonable, comportándose además satisfactoriamente una vez en condiciones de servicio. Debido a estos requisitos es preciso que se conozcan las características acción–respuesta de la estructura.

Las acciones en una estructura son las solicitaciones a que puede estar sometida. Entre éstas se encuentran, por ejemplo, el peso propio, las cargas vivas, las presiones por viento, las aceleraciones por sismo y los asentamientos, por citar algunos.

La respuesta de una estructura, o de un elemento, es su comportamiento bajo una acción determinada, puede expresarse como deformación, agrietamiento, durabilidad y vibración. Desde luego, la respuesta es función de las características de la estructura, o del elemento estructural considerado.

El diseño es un proceso creativo mediante el cual se definen las características de un sistema de manera que se cumpla en forma óptima con sus objetivos. El objetivo de un sistema estructural es resistir las fuerzas a las que va estar sometido, sin colapso o mal comportamiento.

1.5.2 Elasticidad del concreto.

El concreto no es un material perfectamente elástico por producirse una ligera disminución en el cociente esfuerzo–deformación al aumentar el esfuerzo. El concreto adquiere también una deformación permanente bajo las mínimas solicitaciones, pero, dentro de los límites en que se emplea en la práctica, puede admitirse una constancia satisfactoria en la relación entre sus esfuerzos que puede ser considerada como módulo de elasticidad del concreto.

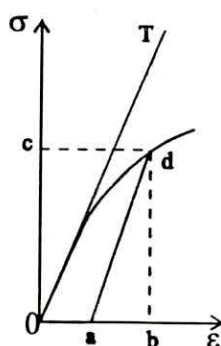


Fig. 1.8 Curva esfuerzo–deformación del concreto

La figura 1.8 es un diagrama esfuerzo–deformación típico del concreto, en la cual la curvatura se ha exagerado, para poder explicar el procedimiento para calcular el módulo de elasticidad. Se aplica y retira la carga que da lugar al esfuerzo $0c$ un número de veces

suficientes hasta que la deformación remanente $0a$ no experimente ningún incremento posterior apreciable, observándose que todos los puntos de la línea esfuerzo-deformación ad se disponen, aproximadamente, según una línea recta. La deformación medida a partir del estado inicial correspondiente al esfuerzo $0c$, es $0b$, denominándose "módulo secante" a la pendiente de la línea $0d$. Se llama "módulo de elasticidad inicial", o, "módulo tangente inicial", a la pendiente de la tangente de la curva, representada por $0T$.

En los cálculos referentes al concreto reforzado, se aplica principalmente el módulo de elasticidad para determinar los valores de los esfuerzos relativos soportados por el acero de refuerzo y por el concreto en el supuesto de que exista una adherencia perfecta entre los materiales.

Para dicho cálculo, la deformación se medirá a partir del estado inicial de la pieza y será preciso emplear el módulo secante. Cuando se trate de una viga en la cual los esfuerzos en el concreto varíen de acuerdo con la hipótesis de una "ley lineal", el módulo secante, aun cuando no representa las condiciones exactas del fenómeno de deformación, se acercará más a dichas condiciones que el módulo de elasticidad inicial.

La relación entre módulo secante y el módulo de elasticidad inicial no es constante y en todos los casos, a excepción de cuando se trate de cargas muy pequeñas, el primero será el menor de los dos.

1.5.3 Límite elástico del concreto.

Por las razones dadas en la sección anterior, no se puede decir que exista un *Límite elástico* en el sentido exacto. No obstante, parece que existe un esfuerzo por debajo del cual se produce una deformación prácticamente elástica, mientras que por encima de dicho esfuerzo la aplicación de una carga aumenta la deformación indefinidamente, produciéndose el agotamiento bajo una sollicitación bastante inferior a la carga normal de rotura. El esfuerzo a que nos acabamos de referir puede ser considerada el *límite elástico*.

1.5.4 Esfuerzos en las vigas heterogéneas.

Las vigas de concreto reforzado son heterogéneas por estar compuestas de dos materiales completamente diferentes. Por esta razón, los métodos para el estudio elástico de las vigas de concreto reforzado son diferentes de los empleados para el dimensionamiento o estudio de las vigas construidas únicamente con acero, madera, o con cualquier otro material.

Los principios fundamentales a partir de los cuales se obtiene las fórmulas correspondientes a las piezas de concreto reforzado son esencialmente los mismos que los empleados para las vigas homogéneas, aun cuando habrá que introducir algunas modificaciones para poder llegar a las fórmulas prácticas de aplicación. En esencia, dichos principios fundamentales son los siguientes:

- En una sección transversal cualquiera existen unos esfuerzos internos que pueden desdoblarse en componentes normales y tangenciales a la sección. Las componentes normales son las tensiones y las compresiones, su misión es resistir el momento flector en la sección. Las componentes tangenciales se designan tensiones cortantes y contrarrestan a los esfuerzos transversales.
- La fibra neutra pasa a través del centro de gravedad de la sección transversal.
- La magnitud del esfuerzo normal a la sección aumenta en proporción directa con su distancia a la línea neutra, siendo máxima en el borde de la sección. El esfuerzo en un punto cualquiera de la sección transversal viene dada por la fórmula (1.11).

$$\sigma = \frac{My}{I} \quad (1.11)$$

De donde σ es el esfuerzo en la fibra situada a una distancia y de la línea neutra, M es el momento flector en la sección debido a las solicitaciones y I es el momento de inercia de la sección transversal con relación a su línea neutra.

- El esfuerzo cortante (el longitudinal es igual al transversal) τ en un punto cualquiera de la sección transversal queda determinada por la fórmula (1.12).

$$\tau = \frac{VQ}{Ib} \quad (1.12)$$

En la que τ es el esfuerzo cortante total en la sección, Q es el momento estático, con relación a la línea neutra, de la parte de la sección transversal, situada entre un eje trazado paralelamente a la línea neutra por el punto considerado y la cara más próxima (superior o inferior) de la viga y b ancho de la viga en el punto considerada.

- En una viga de sección constante, los valores máximos de σ y τ corresponderán a los puntos en los que M y V , respectivamente, sean máximos.
- La magnitud del esfuerzo cortante que actúa en cada uno de los puntos del canto de la sección transversal de una viga de sección rectangular varía según una ley parabólica, siendo su valor cero en el borde superior y en el borde inferior de la viga, y máximo en su línea neutra.
- La presencia de los esfuerzos cortantes (horizontales y verticales) y de los esfuerzos normales de flexión da lugar a que en un punto cualquiera de la viga existan tensiones y compresiones indicadas con relación a su eje horizontal, siendo igual a 90° el ángulo que forma entre sí las direcciones de los esfuerzos máximos.
- Como en la fibra neutra los esfuerzos cortantes horizontales y verticales son iguales entre sí y el esfuerzo normal debida a la flexión es cero, las tensiones y compresiones en un punto cualquiera de dicha fibra formarán un ángulo de 45° con la horizontal, siendo los valores de cualquiera de ellas iguales al esfuerzo cortante en el punto considerado.

1.5.5 Teoría elástica de flexión de estructuras de concreto reforzado.

Para poder analizar secciones de concreto reforzado vamos a tener que aceptar una serie de hipótesis simplificadoras. Aunque las hipótesis aceptadas en esta teoría no son rigurosamente ciertas, han servido para elaborar una teoría cuyos resultados han sido satisfactorios. En la teoría de la flexión se admite lo siguiente:

- Una sección plana de la viga antes de la deformación, permanece plana después de ella.
- Los esfuerzos son proporcionales a la deformación.

La discrepancia existente entre hipótesis y realidad se traduce en que en el concreto reforzado los valores de esfuerzos calculados en el supuesto de que el material se comporte como un sólido elástico perfecto tendrán una aproximación satisfactoria únicamente cuando resulten esfuerzos más bien pequeños. Dichas hipótesis proporcionan poca información acerca del estado real de esfuerzos en la viga para cargas próximas a la solicitud de agotamiento de ésta.

1.5.6 Diseño por esfuerzo de trabajo (teoría elástica).

El procedimiento de diseño basado en esfuerzos de trabajo, consiste en determinar los esfuerzos correspondientes a acciones interiores obtenidas de un análisis elástico de la estructura, bajo sus supuestas acciones de servicio. Los esfuerzos permisibles se consideran como fracciones fijas de las resistencias máxima o de la resistencia de cedencia de los materiales. Por ejemplo, para la compresión por flexión se puede suponer 45% de la resistencia de cilindro del concreto. Se supone que así se logra a la par, un comportamiento satisfactorio en condiciones de servicio y un margen razonable de seguridad.

El factor de seguridad de los elementos de una estructura dimensionados por el método de esfuerzos de trabajo no es uniforme, ya que no puede medirse en todos los casos el factor de seguridad por la relación entre las resistencias de los materiales y los esfuerzos permisibles.

2. PLASTICIDAD EN LAS ESTRUCTURAS DEBIDO A LA GEOMETRIA.

2.1 INTRODUCCION.

Los métodos convencionales de análisis y diseño que se han empleado durante mucho tiempo en la ingeniería civil, se basan en el concepto de esfuerzo permisible de trabajo cuyo valor está por debajo del límite elástico. Los resultados obtenidos han sido satisfactorios, pero desde el punto de vista práctico las estructuras diseñadas elásticamente requieren un margen de seguridad para asegurar por completo que la respuesta sea elástica (McCormac, 1972).

La capacidad de carga de una estructura construida con un material dúctil no se puede ser determinar por un análisis elástico. Para poder conocer el comportamiento de una estructura de este tipo es necesario tomar en cuenta las características mecánicas de los materiales con que será construida, por lo que aquéllos deberán considerarse estas características en el análisis, para que se pueda representar el comportamiento de la estructura lo más real posible.

El diseño plástico ofrece una solución parcial a las objeciones impuestas al diseño elástico. Al considerar la capacidad de los materiales de resistir esfuerzos mayores que el de fluencia, se

acepta una redistribución de los esfuerzos en la estructura al momento de presentarse una articulación plástica.

Desde hace algún tiempo, los ingenieros están concientes de que los materiales dúctiles no fallan sino hasta después de sobrepasar el esfuerzo del punto de fluencia, al presentarse deformaciones no proporcionales al esfuerzo en razón directa y lineal.

En la teoría plástica, en lugar de basarse el diseño en el método de esfuerzo permisible el problema se aborda considerando la máxima carga que puede soportar una estructura actuando como una unidad. Los diseños obtenidos son sumamente interesantes para el ingeniero de estructuras, ya que ofrece varias ventajas sobre el diseño elástico, por ejemplo:

- El diseño plástico permite al calculista realizar una estimación más exacta de la carga máxima que puede soportar la estructura, lo que le permite tener una mejor idea del factor de seguridad real de la estructura. El método elástico es adecuado para el cálculo de esfuerzos y deformaciones por cargas dentro de la zona elástica, pero da una estimación muy deficiente de la resistencia real de la estructura antes de que falle.
- Para muchas estructuras complicadas, el análisis plástico es más fácil de efectuar, que el análisis elástico. (McCormac, 1972).
- Las estructuras están sujetas frecuentemente a grandes esfuerzos difíciles de predecir, tales como asentamientos, sismos, etc. El diseño plástico previene tales variaciones de esfuerzos, permitiendo deformaciones plásticas para poder soportar estas variaciones.

2.2 TEORIA DEL ANALISIS PLASTICO.

2.2.1 Introducción.

La teoría básica del diseño plástico ha permitido explicar mejor la posibilidad de distribución de los esfuerzos, una vez que dichos esfuerzos han alcanzado el valor correspondiente al punto de fluencia, en ciertos puntos de la estructura. La teoría básica de este método de análisis, es considerar que las partes de la estructura donde se ha alcanzado el valor del esfuerzo de fluencia no pueden resistir esfuerzos adicionales. En lugar de esto, esas partes fluirán lo

necesario para permitir que la carga o los esfuerzos sean satisfactorios a otras partes de la estructura, en donde los esfuerzos originales se encuentran bajo el de fluencia y, por lo tanto, en la zona elástica, siendo capaces de resistir esfuerzos adicionales. Puede decirse que la plasticidad sirve al propósito de igualar esfuerzos en casos de sobrecarga.

2.2.2 Hipótesis fundamentales.

Para el estudio de la teoría plástica simple, se aceptan las hipótesis siguientes:

- El material deberá seguir la ley de Hooke hasta que el esfuerzo llega al límite de fluencia; a partir de este punto de deformaciones pueden crecer indefinidamente mientras el esfuerzo se mantiene mientras el esfuerzo se mantienen constante.
- El material tiene las mismas propiedades en compresión que en tensión, con los mismos valores del modulo de rigidez y límite de fluencia en las dos sollicitaciones.
- El material se considerara homogéneo e isótropo en las dos zonas de interés, elástica y plástica.
- Cada fibra longitudinal de una pieza sometida a flexión se comporta como si estuviese trabajando a tensión y compresión simple; es decir, se supone que cada una de las fibras está en libertad de alargarse longitudinalmente y contraerse transversalmente, o viceversa, bajo la acción de las fuerzas externas, como si estuviera separada de las demás.
- Todas las secciones transversales de la viga tienen un eje de simetría, alojado en el plano de la flexión.
- Las secciones transversales planas antes de la deformación permanecen planas después de ésta y se conservan normales al eje longitudinal deformado. (Esta hipótesis se cumple rigurosamente en vigas sujetas a flexión pura; en los demás casos su acepción equivale a desprejiciar el efecto de las fuerzas cortantes sobre las deformaciones, los errores que provienen de aceptarla son muy pequeños, tanto en el intervalo elástico como en el plástico).

- Las fuerzas normales interiores existentes en las secciones transversales de las vigas son mecánicamente equivalentes a un par; se excluye por ahora la posibilidad de que obren sobre la pieza fuerzas normales exteriores de tensión o compresión.

2.3 TEOREMAS DE ANALISIS PLASTICO.

2.3.1 Introducción.

La problemática a la que se enfrenta un ingeniero al realizar un análisis plástico es encontrar el factor por el que multiplicaría la carga aplicada sobre la estructura de forma que sea la carga de colapso de la misma. Para poder entender los diferentes procedimientos que permitan conocer este factor, se definirán algunos conceptos fundamentales.

2.3.2 Momento plástico.

El momento de fluencia M_y puede definirse como el producto del esfuerzo de fluencia (σ_y) por el módulo de sección.

$$M_y = S * \sigma_y \quad (2.1)$$

El módulo de sección es igual al momento de inercia entre la distancia del eje neutro a la fibra más alejada.

$$S = \frac{I}{c} \quad (2.2)$$

El momento plástico es el que producirá plasticidad total en la sección transversal de un miembro, y crea una articulación plástica. El momento de plástico es igual al producto del esfuerzo de fluencia, por el módulo plástico de sección.

$$M_p = Z * \sigma_y \quad 2.3$$

El módulo de sección plástica es una propiedad que depende exclusivamente de la geometría de la sección considerada. Se le da este nombre por la semejanza que tiene con el módulo de sección elástico. Este modulo de sección plástica no es más que el momento estático de la

sección con respecto a un eje perpendicular al de simetría, que la divide en dos proporciones de áreas iguales.

La relación del momento plástico (M_p) con respecto al momento de fluencia (M_y), se llama factor de forma. Este factor depende exclusivamente de las características geométricas de la sección y representa una reserva de capacidad para resistir flexión más allá del intervalo elástico, pues éste termina cuando el momento alcanza el valor M_y y la sección puede admitir incrementos adicionales, hasta llegar a M_p .

$$f = \frac{M_p}{M_y} = \frac{Z}{S} \quad (2.4)$$

Para secciones rectangulares el factor de forma tiene un valor de 1.5; para otras secciones tiene valores diferentes, grandes cuando la mayor parte del material cerca del eje de flexión y pequeños cuando está lejos.

2.3.3 La articulación plástica.

Considere una viga de sección rectangular simplemente apoyada, sometida a un momento flexionante, en una sección particular de la viga. A medida que este momento flexionante aumenta, existe una variación lineal de esfuerzo hasta alcanzar el esfuerzo de fluencia en las fibras más alejadas. En la parte (b) de la figura 1, se muestra la variación del esfuerzo para una viga rectangular en la zona elástica. El *momento de fluencia* de una sección transversal se define como el momento resistente para el cual se produce justamente el esfuerzo de fluencia en la fibra más alejada de la sección.

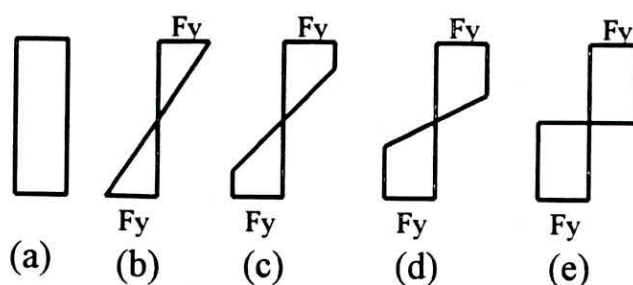


Figura 2.1 Distribución de esfuerzos en una sección rectangular plastificada.

Si el momento flexionante aumenta hasta sobrepasar el momento de fluencia, las fibras más alejadas, que han sido llevadas a su punto crítico, seguirán sometidas al mismo esfuerzo, pero fluirán, y el momento resistente adicional necesario, recaerá en las fibras más cercanas al eje neutro. Este proceso continuará en las siguientes fibras de la sección transversal de la viga llevada al punto de fluencia, como se muestra en los diagramas de esfuerzos, en las partes (c) y (d) de la misma figura, hasta alcanzar una distribución totalmente plástica, como se muestra en la parte (e). Cuando la distribución de esfuerzos ha alcanzado este punto, la sección se encuentra totalmente plastificada y puede admitir rotaciones ilimitadas bajo el momento constante, ya que el material que la constituye se alarga o corta libremente. Esto no implica que la curvatura sea de manera necesaria infinitamente grande, pues lo mismo que en articulaciones reales las rotaciones pueden estar restringidas por el resto de la estructura, que permanece en estado elástico.

El comportamiento de una sección completamente plastificada es análogo al de una articulación real con la diferencia de que mientras en ésta el momento es nulo, en aquella se mantiene igual al momento de fluencia. Por consiguiente, cuando el momento flexionante en una sección alcanza un valor igual a su momento plástico resistente se forma una articulación plástica y se caracteriza porque es capaz de admitir rotaciones ilimitadas bajo momento constante.

2.3.4 Mecanismo de falla.

Si una estructura en la que actúan cargas crecientes responde de manera dúctil hasta el colapso, es decir, si no se presenta ningún fenómeno que ocasione una falla prematura, su resistencia se agota cuando se forma un número de articulaciones plásticas suficientes para que la estructura en su conjunto, o una parte de ella, se convierta en un mecanismo. A la carga correspondiente se le da el nombre de carga de colapso o carga última.

Para ejemplificar este hecho se considera una viga estáticamente determinada, de sección transversal constante, con una carga concentrada a la mitad del claro, como se muestra en la figura 2, la cual fallará si se desarrolla en ella una articulación plástica. Si se incrementa la carga hasta producir una articulación plástica en el punto de momento máximo (en este caso

debajo de la carga), se daría lugar a una estructura inestable. Cualquier incremento adicional de la carga, causaría la falla.

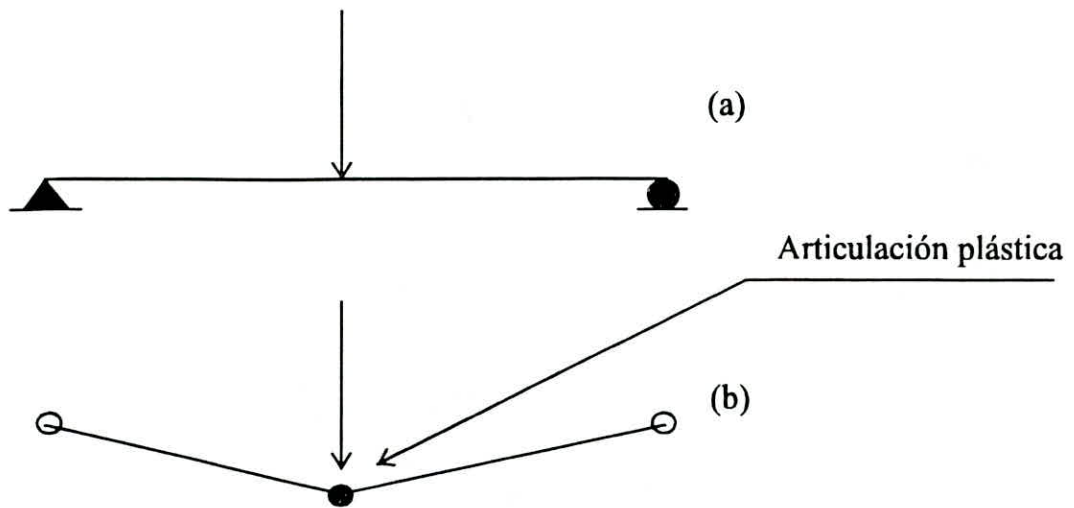


Figura 2.2 Mecanismo de falla de una viga simplemente apoyada.

La teoría plástica es poco ventajosa al aplicarse a vigas y marcos estáticamente determinados, pero puede ser una auténtica ventaja para resolver casos de vigas y marcos estáticamente indeterminados. Para que una estructura estáticamente indeterminada falle, es necesario que se forme más de una articulación plástica.

Se ha demostrado que el número de articulaciones plásticas necesarias para que fallen las estructuras estáticamente indeterminadas, varía de estructura a estructura, pero nunca pueden ser menos de dos. Aún cuando una estructura estáticamente indeterminada se haya formando una articulación plástica la carga puede incrementarse sin que ocurra la falla, siempre que la geometría de la estructura lo permita. La articulación plástica actuará como una articulación real, por lo que respecta al incremento de la carga. A medida que la carga se incrementa, hay una redistribución de momentos, pues la articulación plástica no puede soportar mayor momento. Al ir apareciendo en la estructura otras articulaciones plásticas, se va acercando el momento en que habrá el número de suficiente de ellas, para causar la falla de la estructura. En realidad, puede proporcionarse cierta carga adicional después del momento indicado, y antes de que la falla ocurra.

De lo anterior se define que el mecanismo de falla de una estructura es la disposición de articulaciones plásticas y quizás de articulaciones reales que permiten la falla de la estructura.

2.3.5 Redistribución de momentos.

Previo a presentarse el mecanismo de colapso en una estructura, los momentos flexionantes, sufren una redistribución debido a las rotaciones bajo momento constante en las articulaciones plásticas. Esta redistribución de momentos es característica del comportamiento previo al colapso de las estructuras dúctiles hiperestáticas y hace que su resistencia sea en general mayor que la predicha por la teoría elástica, pues gracia a ellas las secciones menos solicitadas de las estructuras acuden, antes del colapso, en ayuda de aquéllas en las que los elementos mecánicos son máximos. En la zona en que se forma cada articulación plástica hay, una sola sección transversal en que el momento flexionante alcanza el valor M_p , y todas las secciones en que $M \geq M_p$, ambos lados de ella, se encuentran parcialmente plastificadas.

La redistribución de momentos exige que las articulaciones plásticas que intervienen en el mecanismo de colapso tengan una capacidad de rotación adecuada, es decir, que las secciones en las que aparecen puedan admitir rotaciones importantes bajo momento constante igual a M_p ; de no ser así, la estructura falla cuando la intensidad de las cargas es menor que la teórica de colapso.

2.3.6 Características del diagrama de momentos flexionantes correspondiente al colapso de una estructura.

Los momentos flexionantes correspondientes a la falla por la formación de un mecanismo en una estructura cualquiera debe satisfacer, simultáneamente, las tres condiciones siguientes:

1. Condición de equilibrio. El conjunto de momento flexionantes debe corresponder a un estado de equilibrio entre la estructura y las cargas que actúan sobre ella.
2. Condición de mecanismo. El momento flexionante debe ser igual al momento plástico resistente en un número de secciones transversales suficiente para que la estructura completa, o una parte de ella, se convierta en un mecanismo con articulaciones plásticas.
3. Condición de plasticidad. El momento flexionante que existe en una sección no puede ser nunca mayor que el momento plástico resistente de la estructura en esa sección.

Una vez definidos estos conceptos se pueden describir los teoremas fundamentales del análisis plástico. Todo los métodos de análisis plástico se basan en los tres teoremas que se enuncian a continuación:

2.3.7 Teorema del límite inferior.

“La carga correspondiente a un diagrama de momentos que satisfaga la condición de equilibrio, trazado dándole valores arbitrarios a las incógnitas hiperestáticas, es menor que la de colapso de la estructura o, a lo sumo, igual a ella, siempre que el momento flexionante no sea, en ninguna sección, mayor que el momento plástico resistente correspondiente”.

En una estructura hiperestática cualquiera hay un número infinito de diagramas de momentos que satisfacen todas las condiciones de equilibrio estático con un conjunto especificado de fuerzas exteriores, ya que pueden suponerse los valores de las incógnitas hiperestáticas y deducir los de las cantidades desconocidas restantes en función de las cargas del sistema exterior, utilizando para ello las ecuaciones de equilibrio, y si además, se escogen las dimensiones de los miembros de la estructura de manera que se satisfaga al mismo tiempo la condición de plasticidad, se obtiene un diagrama de momentos que cumple dos de las condiciones necesarias para ser el de colapso pero que en general, no cumple la tercera, por consiguiente, la estructura no se convierte en un mecanismo lo que indica que su capacidad de carga no se ha agotado todavía.

2.3.8 Teorema del límite superior.

“La carga correspondiente a un mecanismo supuesto es mayor que la de colapso de la estructura o, a lo sumo, igual a ella.”

Si se conoce el mecanismo real de colapso de una estructura sometida a un sistema determinado de fuerzas exteriores, puede obtenerse el valor de la carga de colapso igualando el trabajo realizado por las fuerzas exteriores, durante un pequeño movimiento del mecanismo, con el absorbido en las articulaciones plásticas. Si no se conoce el mecanismo real de falla es posible escribir una ecuación de igualdad de trabajos, es decir, es posible aplicar el principio del trabajo virtual a cualquier mecanismo supuesto, con lo que se obtiene la carga correspondiente a ese mecanismo. Se llega así a una solución, en donde, la carga de colapso

que se obtiene es mayor que la real de colapso puesto que produce, en una o más secciones, un momento mayor que el que realmente puede soportar la estructura.

Los teoremas del límite inferior y del límite superior conducen al teorema de unicidad.

2.3.9 Teorema de unicidad.

“Si para una estructura dada, sometida a un sistema de cargas de características y magnitudes definidas, es posible encontrar cuando menos un diagrama de momentos que satisfaga simultáneamente las condiciones de equilibrio, mecanismo y plasticidad, las cargas consideradas son, necesariamente, las de colapso”.

El interés de este teorema proviene de que permite determinar si un mecanismo obtenido por los teoremas anteriores es o no el mecanismo de colapso de una estructura. Una vez aceptados los teoremas del límite inferior y del superior, el de unicidad es obvio, pues las cargas de un sistema que satisfaga simultáneamente las tres condiciones de equilibrio, mecanismo y plasticidad son, de acuerdo con el teorema del límite superior, mayor o iguales que las de colapso y, al mismo tiempo, según el del límite inferior, menores o iguales que ellas y esas dos condiciones no pueden cumplirse al mismo tiempo más que si son precisamente las de colapso.

2.4 METODOS GENERALES DE ANALISIS PLASTICO.

2.4.1 Introducción.

El objetivo fundamental del análisis plástico, como ya se mencionó anteriormente es el de determinar la carga que producirá el colapso de las estructuras para conocer su coeficiente de seguridad real en condiciones normales de trabajo y se alcanza, de acuerdo con el teorema de unicidad, cuando se encuentra un diagrama de momentos que satisface las tres condiciones de equilibrio, mecanismo y plasticidad. Se determina, entonces, el valor correspondiente de las cargas.

El problema puede resolverse de dos maneras diferentes cada una de ellas basadas en uno de los dos primeros teoremas fundamentales. Constituyen los métodos generales de análisis plástico.

El primer método de análisis, se conoce con el nombre de método estático. Se parte de un conjunto de momentos estáticamente admisible, obtenido inventando los valores de las ingónitas hiperestáticas y determinando todas las demás cantidades desconocidas de manera que se satisfagan las condiciones de equilibrio y plasticidad. Ese conjunto de momentos, que de acuerdo con el teorema del límite inferior corresponde a una carga menor o igual que la de colapso, se modifica posteriormente hasta lograr que se cumpla también la condición de mecanismo. Sin violar las dos condiciones satisfechas desde un principio, se obtiene el diagrama de momentos correspondiente a las cargas de colapso, que se utiliza para calcular su intensidad.

El segundo procedimiento, el método cinemático o método de los mecanismos, consiste en el estudio de todos los posibles mecanismos de colapso de la estructura y la determinación de carga correspondiente a cada uno de ellos; la menor de todas es, de acuerdo con el teorema del límite superior, la real de colapso.

Los dos métodos llevan a la obtención del único valor de la carga para el que se satisfacen simultáneamente las tres condiciones que caracterizan el estado de colapso de la estructura; utilizando el método estático se llega encontrando el valor máximo de todas las soluciones de acuerdo con el límite superior, y empleando el método cinemático se llega encontrando la menor de las soluciones de acuerdo con el límite superior.

2.4.2 Método estático.

Puede aplicarse en forma semigráfica o analítica. En la primera es muy apropiado para el análisis y diseño de vigas continuas y de marcos de bajo grado de hiperestaticidad, pero en estructuras más complicadas su aplicación, aunque teóricamente posible, se vuelve extremadamente laboriosa; en cambio, en ellas es muy útil la forma analítica.

2.4.2.1 Método estático semigráfico.

Al utilizar el método estático semigráfico se emplea el procedimiento siguiente:

1. Se escogen las incógnitas hiperestáticas.
2. Se traza el diagrama de momentos de la estructura isostática obtenida al eliminar las restricciones correspondientes a los elementos hiperestáticos escogidos en el paso uno.
3. Se traza el diagrama correctivo, correspondiente a los elementos hiperestáticos.
4. Se obtiene el diagrama de momentos flexionantes completo superponiendo el correctivo sobre el isostático, y se regula el valor de las incógnitas hiperestáticas de manera que se tenga $M = M_p$ en un número de secciones suficiente para que se forme un mecanismo.
5. Se hace un croquis y se comprueba que los momentos en las secciones en que se forma articulaciones plásticas tienen los mismos sentidos que las rotaciones en las articulaciones.
6. Se calcula la carga de colapso resolviendo una ecuación de equilibrio.
7. Se comprueba que $M \leq M_p$ en todas las secciones de la estructura.

2.4.2.2 Método estático analítico (distribución plástica de momentos).

El método estático puede aplicarse en forma analítica, constituyendo el procedimiento conocido con el nombre de distribución plástica de momentos; esta designación proviene de que tiene una cierta semejanza en forma con el método de Cross de distribución elástica de momentos.

Al analizar una estructura por distribución plástica de momentos se parte de una condición en que cada una de las barras que la constituyen, considerada aislada, se encuentra en equilibrio. Se modifican los momentos en sus extremos de tal manera que se logren satisfacer también en las condiciones de equilibrio en los nudos de la estructura, conservando las correspondientes a las barras aisladas; posteriormente vuelven a modificarse los momentos, a través de una serie de ciclos, hasta lograr satisfacer la condición de mecanismo sin violar el equilibrio establecido

desde un principio, y se escogen los momentos plásticos resistentes de las barras de la estructura de manera que se cumpla, simultáneamente, la condición de plasticidad; todas estas operaciones se efectúan analíticamente sin dibujar el diagrama de momentos flexionantes de la estructura.

2.4.3 Método de los mecanismos.

Si se trazan todos los mecanismos de falla posible en una estructura y se calcula, aplicando el principio del trabajo virtual, la carga de colapso correspondiente a cada uno de ellos, la menor de todas es, de acuerdo con el teorema del límite superior, la carga real de colapso. De esta manera se pueden encontrar la condición y la carga de colapso de una estructura cualquiera.

El problema se concentra en la determinación de todos los mecanismos posibles y el cálculo de las cargas correspondientes, siendo esta tarea demasiado laboriosa, aun para estructuras no muy complejas, por lo que es necesario utilizar algún procedimiento que permita localizar el mecanismo real de falla sin tener que estudiar, uno por uno, todos los posibles. Sin embargo se ha demostrado que todos los mecanismos posibles de una estructura provienen de la combinación de un número relativamente reducido de mecanismos independientes que se determinan fácilmente en cualquier caso particular y que, además, no es necesario estudiar todos los mecanismos combinados que pueden presentarse para obtener el real, ya que como se busca el mecanismo al que corresponde la carga menor intensidad las combinaciones se hacen de manera que las fuerzas exteriores realicen el trabajo máximo posible mientras que el absorbido en las articulaciones plásticas se reduce a un mínimo.

De esta manera es relativamente fácil encontrar el mecanismo real de colapso aunque, para tener la seguridad que se ha alcanzado el fin buscado, debe comprobarse que en el mecanismo de falla que cree se cumple la condición de plasticidad, pues de ser así efectivamente lo es de acuerdo con el teorema de unicidad.

2.4.3.1 Número y características de mecanismos independientes.

El número de mecanismos independientes que se presentan en cualquier estructura está definido en función del grado de hiperestaticidad y del número posible de articulaciones plásticas que se presenten en ella, de esta forma:

$$m = p - G \quad (2.5)$$

Donde m es el número de mecanismos independientes, G representa el grado de hiperestaticidad de la estructura. El número de posibles articulaciones plásticas se denota por p .

Para poder calcular el número posible de articulaciones plásticas que se pueden presentar en una estructura, se supondrá que podrán actuar articulaciones plásticas en los empotramientos de los extremos, en los puntos de aplicación de fuerzas concentradas que actúen entre nudos, en las secciones de cortante nulo (y, por consiguiente, de momento máximo), en barras con carga uniforme, en los nudos formados por dos miembros y en los extremos de todas las piezas que llegan a nudos donde concurren tres o más barras.

Debido a la ocurrencia de los mecanismos los clasificaremos como:

- Mecanismo tipo de viga. Llamado así porque corresponde a la falla generada por formaciones de articulaciones en sus extremos y en la zona de cortante nulo.
- Mecanismo que corresponde a los tres grados de libertad.
- Mecanismo de tipo nudo. Se forma en los nudos en que concurren tres o más barras. (El mecanismo de este tipo no puede presentarse aislado, a menos que haya pares concentrados aplicados en los nudos, pero deben tenerse en cuenta al combinar mecanismos independientes para encontrar el de colapso).

2.4.3.2 Determinación de la carga de colapso por el método de los mecanismos.

El cálculo de la carga máxima que resiste una estructura se hace en la forma siguiente:

1. Se localizan todas las articulaciones plásticas posibles y el número y características de los mecanismos independientes.
2. Se obtiene la carga correspondiente a cada uno de los mecanismos independientes, planteando una ecuación de igualdad de los trabajos externo e interno efectuados al darle

al mecanismo un desplazamiento virtual. (Es decir, aplicando el principio del trabajo virtual).

3. Se buscan mecanismo combinados por los que las cargas de colapso sean menores que las de los independientes. Para ello debe hacerse que el trabajo exterior aumente y el interior disminuya, lo que se consigue haciendo trabajar el mayor número de fuerzas exteriores y disminuyendo el número de articulaciones plásticas. Por este motivo, los mecanismos combinados que se estudien deben ser siempre de tal naturaleza que haya en ellos menos articulaciones plásticas que las que se obtiene al sumar las de los mecanismos independientes que los originan.
4. Una vez que se ha obtenido un mecanismo que se piensa que es el de colapso se comprueba $M \leq M_p$ en todas las secciones, con lo que queda demostrado que efectivamente lo es.
5. Si no se cumple la condición anterior, o sea que se viole la condición de plasticidad, indicará que el mecanismo ensayado no es el de colapso, por lo que debe modificarse hasta obtener uno en el que si se satisfaga esa condición.

3. COMPORTAMIENTO NO LINEAL DEL CONCRETO REFORZADO.

3.1 INTRODUCCION.

Una de las mayores calamidades que flagela constantemente a la humanidad es la de los sismos. Este fenómeno natural, que ha existido desde hace cientos o miles de millones de años, quizá desde los albores de la formación del planeta, mucho antes de que existiera vida en la misma.

Este fenómeno, que muchas veces actúa con severidad es capaz de derrumbar las construcciones y causar pérdidas cuantiosas de vidas humanas, provocar desolación y terror en los centros habitados, además de las pérdidas económicas y la interrupción de las actividades normales de la población.

La República Mexicana se encuentra situada en una de las zonas de mayor actividad sísmica del mundo por lo tenemos que afrontar la realidad de que continuarán ocurriendo en nuestro país, tanto pequeños, como severos, con ciertos intervalos de tiempo aún no predecibles.

En diversas regiones del territorio del país existe una notable actividad sísmica, la cual da lugar a una liberación de aproximadamente el 3% de la energía sísmica en el mundo. En promedio, en la República Mexicana ocurre un sismo de magnitud de Richter mayor a 7.0 cada dos años (Bravo, *et. al.*, 1988). En general, la actividad sísmica de México tiene su origen en los fenómenos neotectónicos, producidos por la integración de cuatro grandes placas: la de Norteamérica, la del Pacífico, la de Cocos y la del Caribe. También debe tomarse en cuenta la pequeña Placa de Rivera, situada frente al estado de Jalisco.

En general, se presentan dos grandes tipo de actividad sísmica:

- Zonas de desplazamientos horizontal de placas, que comprende las Placas de Norteamérica y la del Pacífico.
- Zona de convergencia de Placas, Placas de Rivera y de Norteamérica; Placas de cocos y Norteamérica; Placa de Cocos y del Caribe (Bravo, *et, al*, 1998).

No existen dos sismos iguales entre sí, cada movimiento el terreno es diferente al que ocurrió antes o al que vendrá después. Es por ellos, que evaluar el efecto que tiene un temblor intenso en una estructura es una tarea sumamente compleja. Por lo que, cada vez que se presenta un sismo destructivo en alguna parte del planeta, se reúnen en ese sitio un amplio grupo de especialistas para estudiar los efectos del fenómeno: Determinar los efectos que el sismo tuvo en las construcciones que fallaron, porque muchas otras sufrieron daños ligeros, la razón por la que otras no sufrieron daño alguno, y en forma principal, investigar en aquellas estructuras que tuvieron fallas severas o el colapso parcial o total, cuáles fueron las características constructivas o de diseño que dieron lugar a dichas fallas.

A la ingeniería sísmica le interesa conocer el comportamiento ante los sismos, de las estructuras de concreto, de acero, de mampostería, de madera o de algún otro material, que se emplean en todas aquellas construcciones que son vitales para la subsistencia y supervivencia del ser humano.

Los reglamentos de construcción ponen especial énfasis en el diseño y la construcción de las edificaciones donde es común la concentración de personas y en aquellos sitios que deben permanecer en servicio después de un fenómeno sísmico. Sin embargo, debido a la

naturaleza de la ocurrencia de sismos, las fuerzas de diseño especificadas en los reglamentos pueden subestimar los efectos que producen en las estructuras, durante sismos de gran magnitud, como fue el caso del sismo de 1985 en México.

El comportamiento de las estructuras de concreto reforzado durante la ocurrencia de este tipo de sismos, sugiere que las estructuras tienen una sobrerresistencia la cual no es considerada en los reglamentos de construcción.

El comportamiento sísmico de las estructuras no puede ser definido únicamente en términos de resistencia, si no también debe tomarse en cuenta adicionalmente parámetros relacionados con el comportamiento inelástico, como ductilidad y la capacidad de disipación de energía.

3.2 CARACTERISTICAS DE LOS MATERIALES.

3.2.1 Introducción.

La determinación real de la respuesta de las estructuras de concreto reforzado requiere un conocimiento del comportamiento de los materiales que lo componen (concreto y acero), y la habilidad de incorporar dichas características en un análisis racional. A continuación se presenta una breve descripción de las más importantes propiedades de éstos.

3.2.2 Concreto simple.

Dentro de las características mecánicas que poseen en el concreto, la de mayor importancia es la de la resistencia a la compresión. Ésta y su capacidad de deformación varían de acuerdo a los esfuerzos de confinamiento a las que se sujeta el material.

Algunos factores que influyen en la resistencia del concreto:

- Relación agua cemento, que determina la relación de vacíos, por tanto la resistencia de la pasta envolvente.
- Desarrollo de la resistencia con el tiempo.

- Velocidad de aplicación de carga, siendo mayores la resistencia y módulo de elasticidad a mayor velocidad de aplicación.
- Temperatura de curado, siendo entre 20 y 30 °C las temperaturas adecuadas de curado para alcanzar el 100% de la resistencia a compresión a los 28 días en concretos normales.

3.2.2.1 Curva esfuerzo–deformación del concreto.

La relación de esfuerzo–deformación para concreto sin confinar, se obtienen a partir de cilindros de concreto de peso normal cargados en compresión mono axial en un ensaye conducido durante varios minutos, la curva que se obtiene se muestra en la figura 3.1.

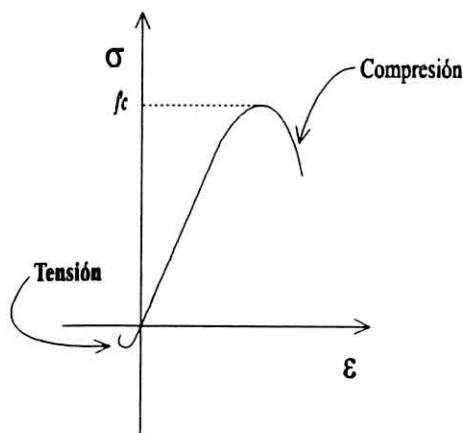


Figura 3.1 Curva esfuerzo–deformación típica del concreto simple.

De la curva de esfuerzo–deformación del concreto se asume que para niveles de esfuerzo del 30% de la resistencia del concreto se presenta un microagrietamiento alrededor del agregado; sin embargo se puede considerar un comportamiento lineal aproximadamente un 50 % de la resistencia. Para valores de esfuerzo del 70% de la resistencia el microagrietamiento se extiende a la pasta cementante, iniciándose un proceso inestable de propagación del agrietamiento; la deformación lateral se incrementa notablemente y la variación volumétrica se inestabiliza.

La curva esfuerzo–deformación típica presenta una deformación unitaria (ϵ_0) al esfuerzo de resistencia máxima (f'_c) aproximadamente igual al 0.2%. La deformación unitaria ultima de

utilidad (ϵ_u) se presenta aproximadamente 0.3%. A deformaciones más elevadas, después de alcanzarse el esfuerzo máximo, todavía pueden transmitirse esfuerzos aunque se hacen visibles en el concreto grietas paralelas a la dirección de la carga.

Por lo anterior se definen los dos siguientes límites:

- *Límite de discontinuidad.* El esfuerzo igual al 50% de la resistencia máxima del concreto.
- *Límite crítico.* El esfuerzo igual al 70% de la resistencia máxima del concreto.

Las cargas repetidas de compresión con gran intensidad producen un efecto pronunciado de histéresis en la curva de esfuerzo-deformación, como se ilustra en la figura 3.2. Las pruebas indican que la curva envolvente es casi idéntica a la que se obtiene en una sola aplicación de la carga.

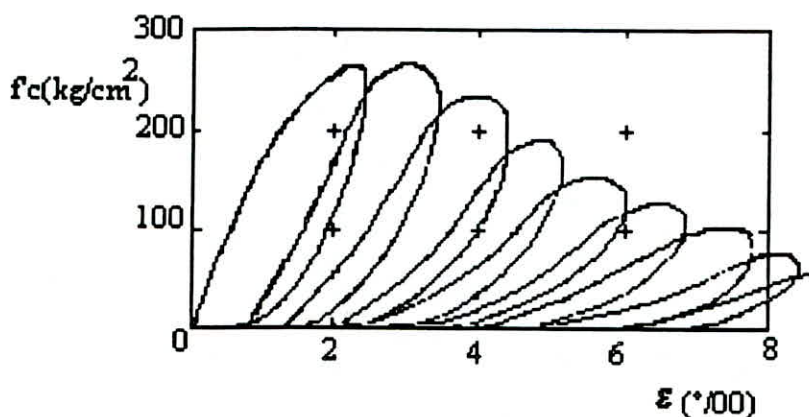


Figura 3.2 Degradación del concreto ante cargas repetidas con alto nivel de esfuerzos.

3.2.2.2 Resistencia del concreto a la tensión.

La resistencia a la tensión del concreto es relativamente baja. Una buena aproximación para la resistencia a la tensión (f_{ct}) es de 10 a 20% de f_c . Es más difícil medir la resistencia a la tensión que la resistencia a compresión debido a los problemas de agarre con las máquinas

de prueba. Para el diseño de miembros sujetos a flexión, se utiliza el valor del módulo de rotura en lugar de la resistencia de rotura.

3.2.2.3 Comportamiento del concreto confinado.

En la práctica, se puede confinar al concreto mediante refuerzo transversal, el cual proporciona un confinamiento pasivo al mismo, este proporcionara mayor resistencia y ductilidad al concreto.

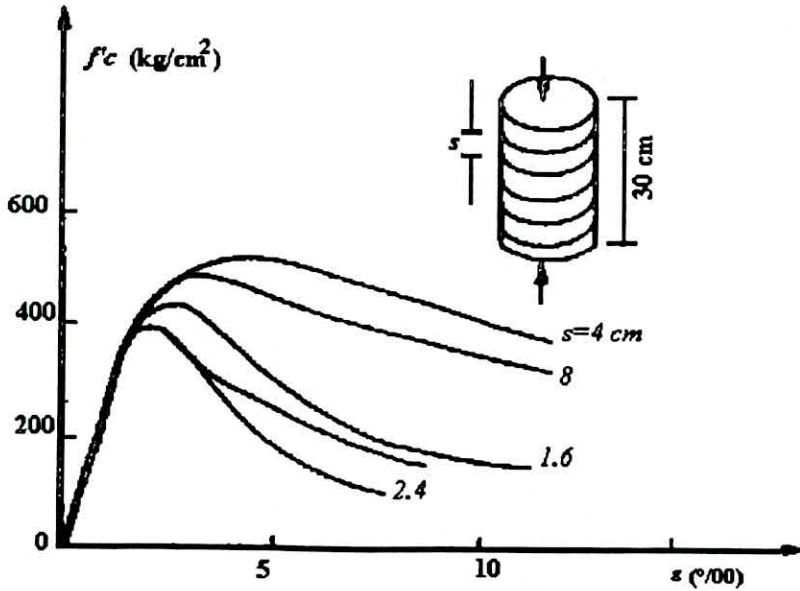
Es muy apreciable el aumento de la resistencia y ductilidad con la cuantía del acero de confinamiento. El efecto de la distinta cuantía de acero transversal en la ductilidad es bastante apreciable, aunque el efecto en la resistencia es mucho menor.

El confinamiento por refuerzo transversal tiene poco efecto en la curva esfuerzo–deformación antes de que alcance la resistencia uniaxial del concreto. El perfil de la curva de esfuerzo–deformación a deformaciones elevadas es una función de muchas variables, en que las principales son las siguientes:

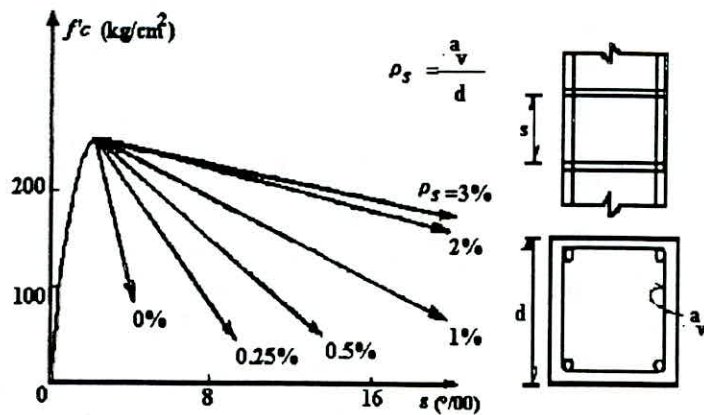
- La relación del volumen del acero transversal al volumen del núcleo del concreto.
- La resistencia a la cedencia del acero transversal.
- La relación del espaciamiento del acero transversal a las dimensiones del núcleo concreto.
- La relación del diámetro de la varilla transversal a la longitudinal no soportada de las varillas transversales en caso de estribos o aros rectangulares.
- La cuantía y tamaño del refuerzo longitudinal.

Cuando el concreto se comprime hasta alcanzar esfuerzos que se aproxime a la resistencia de compresión monoaxial, las deformaciones unitarias transversales alcanzan valores muy altos, a causa del agrietamiento interno. El confinamiento que proporciona el refuerzo transversal, mejora considerablemente las características esfuerzo–deformación del concreto a altas deformaciones. La figura 3.3 muestra las curvas esfuerzo deformación para

el concreto confinado mediante espirales y estribos cuadrados. Las espirales confinan al concreto en forma más efectiva, ya que su configuración circular les permite proporcione una presión continua de confinamiento alrededor de toda la circunferencia. Un estribo cuadrado sólo aplica una presión de confinamiento cerca de las esquinas, ya que la presión del concreto tiende arquear hacia fuera los lados del estribo.



a) Confinamiento con refuerzo helicoidal.



b) Confinamiento con estribos.

Figura 3.3 Efecto del confinamiento por refuerzo transversal en la curva esfuerzo-deformación del concreto.

3.2.3 Acero de refuerzo.

La principal fuente de ductilidad en el concreto reforzado, es el acero de refuerzo, que permite a la sección grandes deformaciones ante cargas cíclicas repetidas.

3.2.3.1 Comportamiento monotónico de esfuerzos.

La figura 3.4 muestra las curvas características de esfuerzo deformación de las varillas de acero que se usan en las construcciones de concreto reforzado cargadas monotónicamente en tensión.

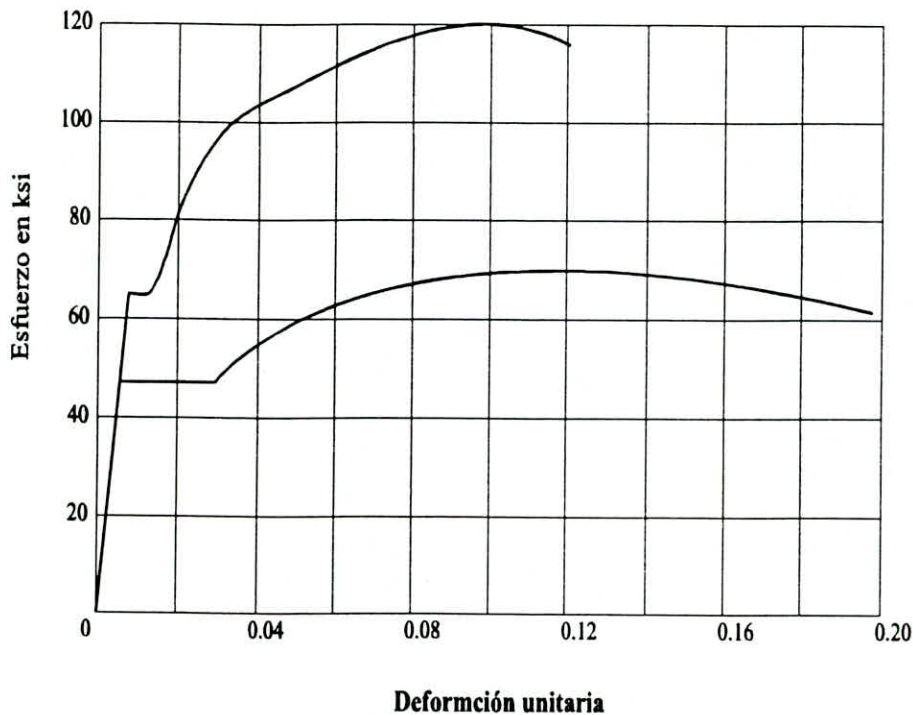


Figura 3.4 Curvas típicas esfuerzo–deformación para el refuerzo de acero

Las curvas exhiben una porción inicial elástica lineal, una plataforma de cedencia (es decir una zona más allá de la cual la deformación aumenta con poco o ningún aumento del esfuerzo), una región de endurecimiento por deformación en la que el esfuerzo nuevamente aumente con la deformación, y finalmente una región en la que el esfuerzo se cae hasta que ocurre la fractura.

El módulo de elasticidad del acero está dado por la pendiente de la porción elástica lineal de la curva. Una propiedad muy importante del refuerzo de acero es el esfuerzo en el punto de cedencia, conocido como la resistencia de cedencia. Para los aceros que no tienen una plataforma bien definida de cedencia, generalmente se considera la resistencia a la cedencia como el esfuerzo que corresponde a una deformación específica.

La longitud de la plataforma de cedencia es función de la resistencia del acero. Los aceros de alta resistencia con alto contenido de carbono tienen una plataforma más corta de cedencia que los aceros de menor resistencia y menor contenido de carbono. En forma semejante, el trabajado en frío del acero puede producir un acortamiento por deformación que comienza inmediatamente después de principiar la cedencia. Los aceros de alta resistencia también tienen una elongación previa a la fractura más pequeña que los aceros de baja resistencia.

La resistencia especificada de cedencia normalmente se refiere a un mínimo garantizado, la resistencia de cedencia real de las varillas es algo mayor que este valor especificado. En algunos casos es indeseable tener una resistencia de cedencia mucho mayor que la considerada en el diseño.

Se supone que las curvas esfuerzo–deformación para el acero a tensión y de compresión son idénticas. Las pruebas han demostrado que ésta es una suposición razonable.

3.2.3.2 Comportamiento bajo esfuerzos alternados.

Si se aplica carga axial alternada a una muestra de acero en el rango de cedencia, se obtiene una curva esfuerzo–deformación del tipo presentado en la figura 3.5 (a). La curva esfuerzo deformación bajo cargas alternadas deja de ser lineal a un esfuerzo mucho más bajo que la resistencia inicial de cedencia. Este comportamiento del acero está fuertemente influido por la historia previa de deformación; el tiempo y la temperatura también lo afectan. El camino de la descarga sigue la pendiente elástica. La idealización frecuentemente usada de un comportamiento elásto–plástico para las cargas alternadas es solamente una aproximación, figura 3.5 (b). Las curvas de cargas alternadas son importantes al tener en cuenta los efectos de las cargas sísmicas de alta intensidad en los miembros.

La idealización de la curva esfuerzo–deformación para cargas alternadas puede hacerse partir de las curvas monotónicas para la tensión y compresión. El diagrama de las cargas alternadas está dividido en curvas que corresponden a las cargas que actúan por primera vez, en ramas de descarga y en curvas correspondientes a cargas de ciclos anteriores.

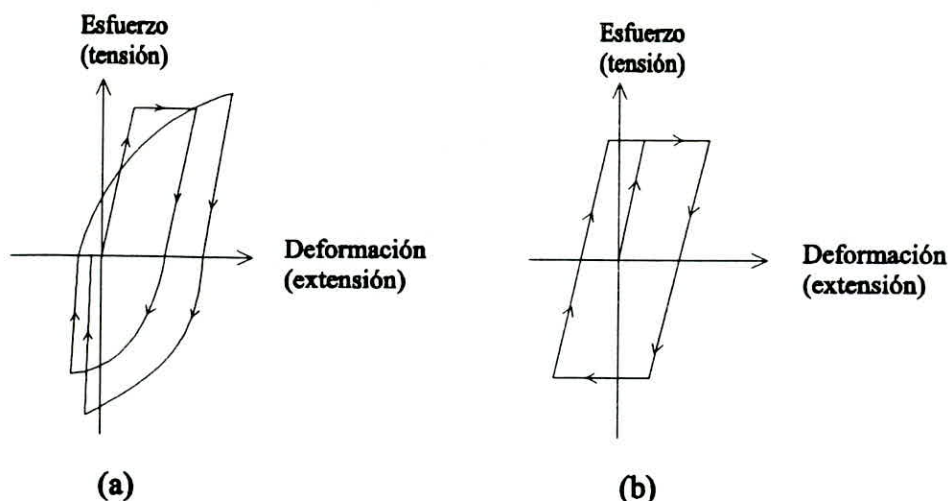


Figura 3.5 (a) Efecto Para el acero bajo cargas alternadas. (b) Idealización elástica–perfectamente plástica para el acero bajo cargas alternadas.

3.3 AGRIETAMIENTO Y COMPORTAMIENTO NO LINEAL DEL CONCRETO REFORZADO.

3.3.1 Introducción.

Los efectos del comportamiento inelástico fueron estudiados en un principio para las estructuras de acero, subsecuentemente fue utilizado en los análisis y diseño de las mismas. La naturaleza de las deformaciones de los metales dúctiles hace bastante razonables estos procedimientos.

En las estructuras de concreto reforzado, cuando se presenta un comportamiento inelástico de los miembros es causado principalmente por la plastificación del acero de refuerzo. Estas deformaciones causadas principalmente por el flujo plástico el acero de refuerzo, se presentan cuando el porcentaje de refuerzo es mucho menor que el porcentaje de acero para la falla balanceada.

En la actualidad, la tendencia para la mejor utilización de la resistencia del concreto, es el tomar en cuenta el comportamiento no lineal del concreto y de su refuerzo. El desarrollo del comportamiento no lineal del concreto es asociado con su agrietamiento temprano. La mayor parte del agrietamiento del concreto es resultado de las siguientes acciones a las que puede estar sujeto:

- Cambios volumétricos.
- Esfuerzos debidos a la aplicación de cargas externas.
- Esfuerzos de flexión debidos a deflexiones.

Mientras el resultado de todas las acciones es la formación de grietas, el mecanismo de cómo se desarrollan no puede considerarse igual. Los cambios volumétricos generan microagrietamiento internos, los cuales pueden desarrollarse para dar lugar grietas, en cambio los esfuerzo pueden provocar un microagrietamiento interno o externo, el cual se desarrolla para formar grietas.

3.3.2 Microagrietamiento.

El microagrietamiento que se presenta en el concreto puede ser clasificado en dos categorías:

- Agrietamiento entre el mortero y el agregado.
- Agrietamiento del mortero.

El agrietamiento entre el mortero y el agregado es acusado por esfuerzos cortantes y de tensión que se presentan en esta zona, debido a cambios volumétricos, sin la presencia de cargas externas. Los cambios volumétricos son causados por contracciones y hidrataciones que pueden causar esfuerzos de tensión y esfuerzos de adherencia de suficiente magnitud para causar fallas entre el agregado el mortero que se encuentra a su alrededor. Sin embargo, como las cargas externas son aplicadas, se desarrollan grietas en el mortero debidas al incremento de esfuerzos de compresión, las cuales se propongan por todo el mortero de la sección de concreto conduciendo a la eventual falla de la misma. La figura

3.6 muestra el desarrollo del microagrietamiento en el concreto en función del incremento de esfuerzos.

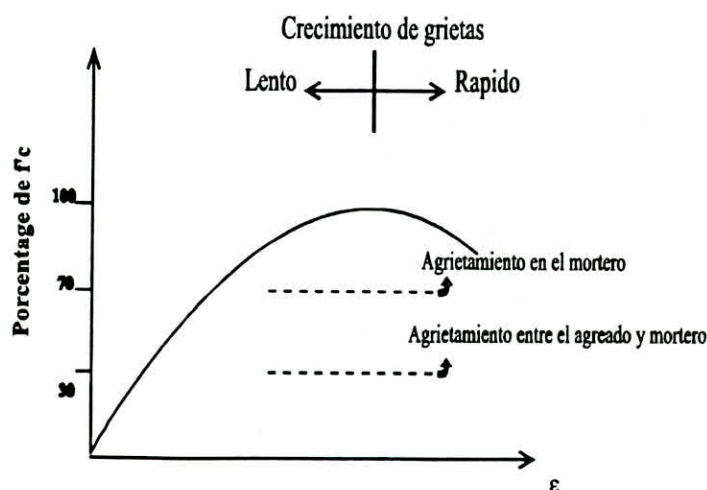


Figura 3.6 Diagrama del desarrollo del microagrietamiento del concreto.

3.3.3 Agrietamiento debido a flexión.

El resultado de la aplicación directa de cargas externas o esfuerzos, que de alguna forma produzcan tensión en elementos de concreto reforzado, será la deformación del elemento y el agrietamiento.

Las grietas se pueden formar perpendiculares al eje del miembro, como en el caso de tensión axial y flexión sin fuerza cortante significativa; o cuando la fuerza cortante es significativa, se pueden formar inclinadas con respecto al eje del miembro. Esas grietas inclinadas se conocen como grietas por tensión diagonal.

3.3.3.1 Mecanismo de agrietamiento por flexión.

Muchas variables influyen en el anchos y espaciados de las grietas en los miembros de concreto reforzado. Debido a la complejidad del problema, ahora se tiene una diversidad de enfoques aproximados, semiteóricos y empíricos para determinar el ancho de las grietas, y cada enfoque contiene una selección de las variables. A continuación se hará mención de algunos de los métodos:

Teoría clásica. En el mecanismo de agrietamiento de miembros de concreto reforzado cargados axialmente, se creía que el control de las grietas dependía principalmente de la calidad de la adherencia entre el concreto y del acero.

Considérese el miembro a tensión cargado axialmente de la figura 3.7. Las grietas de tensión inicial se forman cuando se excede la resistencia a tensión del concreto en las secciones débiles que están distribuidas al azar. En éstas, el concreto está libre de esfuerzo y refuerzo sólo transmite la carga externa. Sin embargo, hay esfuerzo de tensión en el concreto entre las grietas, debido a que la tensión se transfiere del acero de refuerzo al concreto por adherencia. La magnitud y distribución de esfuerzos de tensión en el concreto y el acero entre las grietas, se pueden formar otras grietas entre las iniciales, con mayores cargas, cuando se excede la resistencia a tensión del concreto.

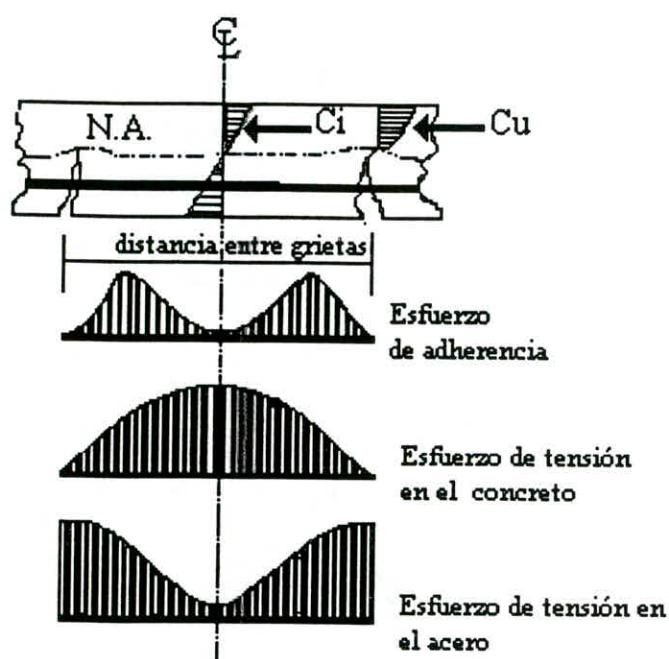


Figura 3.7 Agrietamiento de un miembro con tensión axial.

De lo anterior se desprende que para un miembro de concreto reforzado cargado en tensión axial, se forman grietas a tensión inicial axial en un espacio irregular cuando la resistencia a tensión del concreto se excede en las secciones débiles. Entre las grietas iniciales, a

cargas mayores se forman grietas adicionales, pero el espacio sólo puede reducirse a un espaciado determinado mínimo (a_{min}). La fuerza necesaria para agrietar el concreto es $A_e f_{ct}$, donde A_e es el área efectiva del concreto a tensión y f_{ct} es la resistencia a tensión del concreto. La tensión transferida del concreto es $a_{min} u \Sigma_o$, donde u es el esfuerzo promedio de adherencia y Σ_o la suma de los perímetros de las varillas. Igualando los dos valores de la tensión se tiene:

$$a_{min} = \frac{A_e f_{ct}}{u \Sigma_o} \quad (3.1)$$

Para varillas del mismo diámetro,

$$\Sigma_o = \frac{4A_s}{d_b} \quad (3.2)$$

$$\rho_s = \frac{A_s}{A_e} \quad (3.3)$$

Donde A_s es el área del acero y d_b es el diámetro de las varillas. Sustituyendo se tiene:

$$a_{max} = 2a_{min} = \frac{f_{ct} d_b}{2u \rho_s} \quad (3.4)$$

La elongación del acero entre dos grietas, menos la elongación del concreto, proporciona el ancho de la grieta. Ignorando la elongación del concreto por pequeña,

$$\frac{a_{max} f_s}{E_s} \quad (3.5)$$

Da el máximo ancho de la grieta, en donde f_s es el esfuerzo en el acero de refuerzo y E_s es el módulo de elasticidad del acero. Sustituyendo a_{max} de la ecuación 3.4 se obtiene el ancho máximo de la grieta.

$$w_{max} = \frac{d_b f_s}{\rho_s K_1} \quad (3.6)$$

En que

$$K_1 = \frac{2uE_s}{f'_s} \quad (3.7)$$

Teoría del no-deslizamiento. La Asociación del Cemento y el Concreto en 1966, propusieron un enfoque fundamentalmente distinto en que supusieron que para un intervalo de anchos de grietas normalmente permitido en el concreto reforzado, no hay deslizamiento del acero con relación al concreto, se supone que la grieta tiene una anchura cero en la superficie de la varilla de refuerzo y que aumenta de ancho conforme se aproxima a la superficie del miembro. Los esfuerzos así calculados indican el perfil deformado de la superficie del concreto, y en consecuencia el ancho probable de agrietamiento adicional.

Las deformaciones indican el perfil deformado de la superficie del concreto, y en consecuencia el ancho probable del agrietamiento. Basándose en los resultados realizados por la Asociación del Cemento y el Concreto, propusieron la siguiente fórmula para predecir el máximo ancho de grieta en la superficie de las vigas de concreto reforzado mediante varillas corrugadas:

$$w_{\text{máx}} = 3.3c \frac{f_s}{E_s} \frac{h_2}{h_1} \quad (3.8)$$

Donde c es la distancia desde el punto en que se debe determinar el ancho de la grieta a la superficie de la varilla más próxima de refuerzo, h_2 es la distancia desde el punto en que se debe determinar el ancho de la grieta al eje neutro y h_1 es la distancia desde el centroide del acero a tensión al eje neutro.

Un enfoque estadístico. Los datos obtenidos por las investigaciones anteriores han sido sometidos a un análisis estadístico para determinar la importancia de las variables involucradas. Se probaron muchas combinaciones de variables y fue muy difícil obtener una ecuación que se ajustara a todos los conjuntos de datos en forma adecuada. Se encontró que las variables importantes son el área efectiva de concreto en tensión A_e , el número de varillas, el recubrimiento lateral o del fondo, el gradiente de deformación desde el nivel del

acero a la cara en tensión y el esfuerzo en el acero. De éstas, la más importante fue la última.

Se desarrollaron las siguientes ecuaciones para predecir los máximos anchos de grieta en la superficie de miembros reforzados mediante varillas corrugadas. En la fibra extrema a tensión se tiene

$$w_{\text{máx}} = 0.076 \sqrt{t_b A} \frac{h_2}{h_1} f_s \times 10^{-6} \quad (\text{plg}) \quad (3.9)$$

En el nivel del refuerzo se tiene

$$w_{\text{máx}} = \frac{0.076 \sqrt{t_b A}}{1 + \frac{2}{3} \frac{t_s}{h_1}} f_s \times 10^{-6} \quad (\text{plg}) \quad (3.10)$$

Donde t_b es la distancia desde la fibra extrema a tensión al centro de la varilla adyacente, t_s es la distancia desde el lado de la viga al centro de la varilla adyacente, A es el área efectiva promedio del concreto en tensión alrededor de cada varilla de refuerzo, h_2 es la distancia desde la fibra extrema del acero a tensión al eje neutro.

Enfoque más general. El breve estudio anterior muestra que no existe ninguna teoría satisfactoria que permita hacer una predicción exacta del agrietamiento de los miembros de concreto reforzado. Sin embargo, la Asociación del Cemento y Concreto han producido trabajos para la mejor comprensión del mecanismo de agrietamiento.

En uno de los trabajos, se midió los anchos y espaciados de grietas en distintos puntos a través del fondo de losas de concreto reforzado en un sentido. Se encontró que el espaciado y ancho de grietas aumentaba con la distancia de la varilla y que a cierta distancia de la varilla se aproximaba a valores constantes, que dependían de la altura de la grieta en vez de la distancia desde la varilla. De lo cual se concluyeron que el patrón de las grietas en cualquier punto era el resultado de la interacción entre dos patrones básicos de grietas:

- *Agrietamiento en un punto distante de una varilla de refuerzo.* La grieta penetra casi hasta el eje neutro y se puede calcular su altura mediante la teoría elástica, utilizando la cuantía de acero la razón modular.
- *Agrietamiento directamente sobre una varilla de refuerzo.* El deslizamiento o deformaciones en la superficie de la varilla, que ocurran antes de que se haya desarrollado completamente el patrón de las grietas, hace que éstas tengan cierta anchura en la superficie de la varilla, y que aumente la altura efectiva de la grieta, provocando mayores espaciados y anchos de las grietas, si no hubiera adherencia entre el concreto, la altura inicial h_0 de la grieta controlaría el patrón de las grietas. En consecuencia, el efecto del deslizamiento y las deformaciones internas es modificar el patrón de grietas controladas por la altura efectiva de la grieta sobre la varilla c_0 hacia el patrón de grietas controladas por h_0 . En caso general los anchos de las grietas serán función de c_0 para tomar en cuenta la forma de la cuña y de c_0/h_0 , para tomar en cuenta el deslizamiento y la fractura interna en la superficie de la varilla.

3.4 DUCTILIDAD DE LAS SECCIONES DE CONCRETO REFORZADO.

3.4.1 Introducción.

Para determinar las distribuciones posibles del momento flexionante, la fuerza cortante y la fuerza axial, es necesario considerar el comportamiento de las estructuras de concreto reforzado en la carga máxima y cerca de ella. Es posible utilizar una distribución de momentos y fuerza distinta a la dada por el análisis estructural elástico lineal, si las secciones críticas tienen suficiente ductilidad para permitir que ocurra la redistribución de las acciones conforme se acerca la carga máxima.

En países que sufren terremotos, la ductilidad de las estructuras cuando se le sujeta a cargas de tipo sísmico es uno de los aspectos más importantes del diseño, ya que los criterios actuales de diseño sísmico se basan en la disipación de la energía por deformaciones inelásticas en caso de sismos importantes.

La naturaleza no lineal del comportamiento del concreto reforzado, provocará cierto ajuste a los valores relativos de las fuerzas internas actuantes, si la estructura se carga más allá del intervalo de carga de servicio. La ductilidad es el parámetro que establece la capacidad de deformación en el rango inelástico de una estructura, permitiendo la redistribución de esa fuerza.

3.4.2 Comportamiento momento–curvatura.

Las características de carga–deflexión de las estructuras resistentes a sismos, dependen principalmente de las relaciones momento–curvatura de las secciones, ya que para los miembros de proporciones normales, la mayoría de las deformaciones son consecuencia de las deformaciones asociadas con la flexión, siempre que se eliminen otros tipos de falla y las deformaciones debidas a las fuerzas cortantes y axiales no sean importantes.

La figura 3.8 muestra las relaciones momento–curvatura obtenidas a partir de mediciones efectuadas en vigas en las secciones críticas de la estructura. La curvatura ϕ es la rotación por unidad de longitud del miembro.

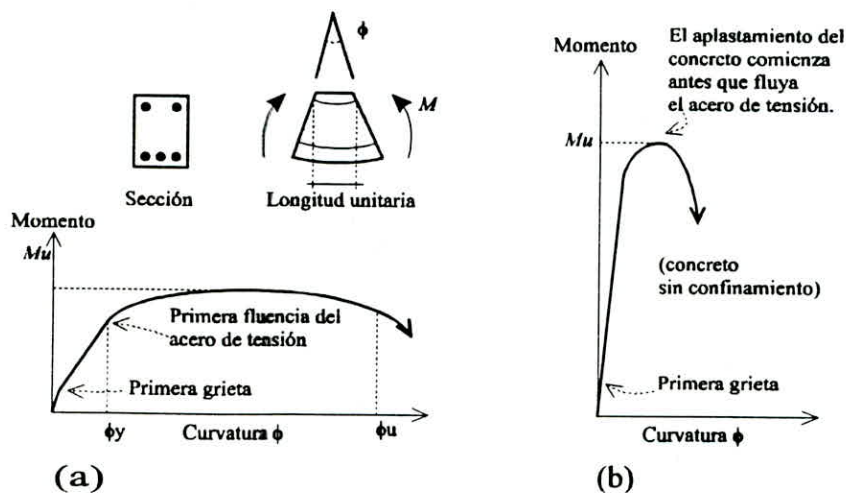


Figura 3.8 Relaciones de momento–curvatura para secciones en vigas de concreto reforzado. a) Falla por tensión, b) falla por compresión.

Si el contenido de acero de tensión es pequeño y el acero de compresión es alto, el acero de tensión alcanza la resistencia de fluencia, pudiendo ocurrir entonces un gran incremento en la curvatura mientras el momento flexionante se mantiene esencialmente constante. Este

tipo de falla se conoce como *falla de tensión*, aun cuando ocurra finalmente aplastamiento del concreto.

Por otra parte, si el contenido de acero de tensión es alto y el de compresión bajo, el acero de tensión no alcanzan a fluir y la falla será frágil si el concreto no se encuentra confinado. Lo anterior se conoce como *falla por compresión*.

Al diseñar, las vigas siempre se proporcionan de manera que puedan exhibir las características dúctiles de una falla de tensión. Los aspectos de interés del comportamiento de la sección son:

- La resistencia de la flexión.
- El factor de ductilidad de la curvatura.

3.4.3 Definición de ductilidad.

La ductilidad es considera como el factor que gobierna la capacidad de rotación en las zonas de flexión y la redistribución de los momentos en las estructuras y, la capacidad de absorción de energía de las estructuras sujetas a cargas dinámicas.

La ductilidad de una estructura proporciona mayor capacidad de resistir cargas imprevistas o accidentales, tales como sismos, explosiones y cualquier otro tipo de cargas dinámicas. Por esta razón es necesario modelar a las estructuras para que sean capaces de desarrollar una suficiente ductilidad, para prever las acciones de las cargas antes mencionadas.

La experiencia muestra que las estructuras desarrollan una ductilidad suficiente cuando la estructura esta sujeta a cargas transversales, con un moderado refuerzo por tensión, moderado a alto refuerzo por compresión y cortante, y una alta resistencia del concreto. También es necesario un correcto detalle de las uniones viga–columnas, y un estricto control de la ejecución del proceso de construcción.

De manera general, la ductilidad puede definirse como la capacidad de las estructuras o del miembro estructural de deformarse más alla del rango elástico sin presentar una significativa variación en la capacidad de resistencia.

Para una definición más exacta de ductilidad, depende al menos de los siguientes aspectos:

- *Nivel de estudio*: La definición de ductilidad se puede hacer al nivel del material, la sección o la estructura, en términos de la deformación, curvatura, y rotaciones o deflexiones respectivamente.
- *Tipo de esfuerzos*: La ductilidad bajo esfuerzos uniaxiales, flexión, cortante y torsión, deberá definirse en términos de deformaciones longitudinales, curvaturas, deformaciones angulares, y ángulos de giro, respectivamente.
- *Naturaleza del estudio*: La definición de ductilidad en términos de la deformación ultima y el límite elástico lineal ideal, el cual podrá ser la diferencia o la relación entre ellos. Otra definición de ductilidad es el área bajo los diagramas de carga-deformación entre la deformación ultima y el límite elástico lineal idealizado.
- *Naturaleza de las cargas*: Estáticas y dinámicas.

Pueden surgir algunas confusiones sobre la definición de ductilidad, por lo que es necesario establecerse cuales son las características donde se evaluará la ductilidad.

3.4.4 Relaciones de ductilidad.

La ductilidad es una propiedad esencial de las estructuras que responden de una forma inelástica, por eso es necesario establecer cuáles son las fuentes de ductilidad y las relaciones entre los diferentes tipos de ductilidades.

El término de ductilidad depende de muchas variables, así es que puede ser cuantificado de muchas formas, a continuación se presenta una breve descripción de ellas.

3.4.4.1 Ductilidad de la deformación longitudinal.

La principal fuente de ductilidad es la habilidad de los materiales de sostener deformaciones plásticas sin una reducción significativa de los esfuerzos.

De la figura 3.9, la ductilidad de la deformación longitudinal (μ_ϵ) es definida como:

$$\mu_\epsilon = \frac{\epsilon}{\epsilon_y} \quad (3.11)$$

Donde ϵ es la deformación total impuesta y ϵ_y es la deformación de fluencia. La deformación impuesta no debe de exceder la deformación ultima (ϵ_u).

Es evidente que un concreto sin confinar desarrolla una limitada ductilidad de deformación cuando se encuentra sujeto a compresión. Sin embargo, esta puede ser incrementada si el concreto es confinado apropiadamente.

Un elemento estructural puede lograr una significativa ductilidad, solo si las deformaciones inelásticas se pueden desarrollar sobre el elemento una razonable longitud. Si las deformaciones inelásticas se restringen a una longitud muy corta, pueden surgir grandes demandas de ductilidad, durante las respuestas inelásticas moderadas de la estructura.

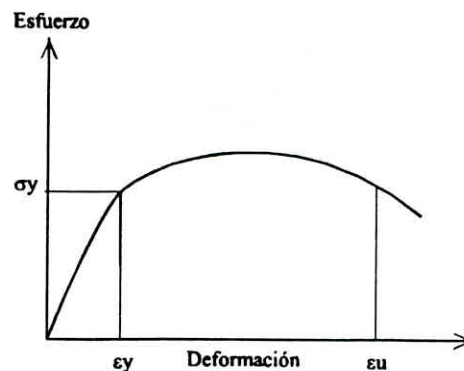


Figura 3.9 Relación carga–desplazamiento típica para el concreto reforzado.

3.4.4.2 Ductilidad de la curvatura.

Las fuentes más comunes y deseables de deformación inelástica son las rotaciones en posibles articulaciones plásticas. Por lo tanto, es necesario conocer la curvatura que produce el momento flexionante en las secciones de los miembros. La figura 3.10 presenta

la definición de la ductilidad de la curvatura. La máxima ductilidad de la curvatura (μ_ϕ), se define como:

$$\mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_y} \quad (3.12)$$

Donde ϕ_u es la curvatura ultima y ϕ_y es la curvatura de fluencia.

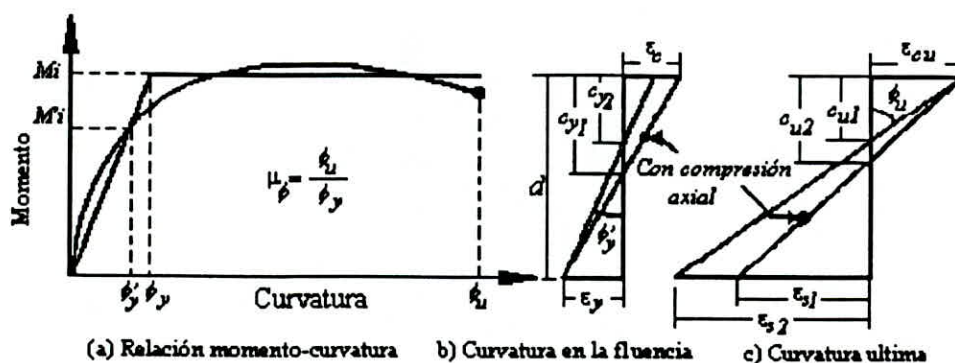


Figura 3.10 Definición de la ductilidad de curvatura.

3.4.4.3 Ductilidad de desplazamiento.

El factor más conveniente para evaluar la ductilidad que puede desarrollar durante un sismo o hasta antes del colapso de una estructura es el desplazamiento. Así para ejemplo de la figura 3.10, la ductilidad de desplazamiento (μ_Δ) es:

$$\mu_\Delta = \frac{\Delta}{\Delta_y} \quad (3.13)$$

Donde $\Delta = \Delta_y + \Delta_p$. El desplazamiento de cedencia y el desplazamiento de la plastificación son componentes del desplazamiento total (Δ) definido en la figura 3.11(e).

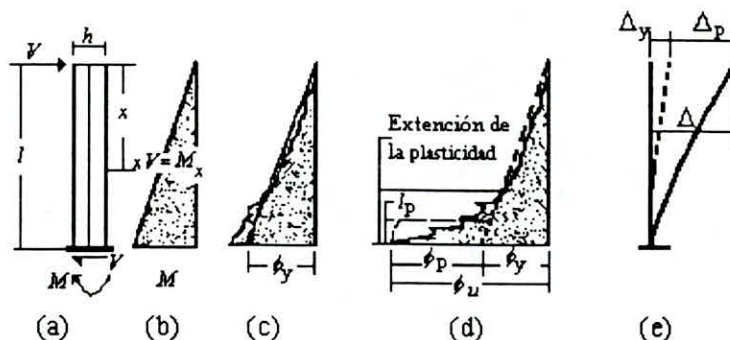


Figura 3.11 Relaciones típicas de un elemento de concreto reforzado en cantiliver, (b) Momentos, (c) curvatura de fluencia, (d) curvatura ultima y (e) desplazamientos.

3.4.5. Factores que afectan la ductilidad.

Los factores que afectan la ductilidad del concreto reforzado, pueden clasificarse de la siguiente manera:

– Material:

- (i) Calidad del concreto,
- (ii) Calidad del refuerzo a tensión y compresión,
- (iii) Calidad del refuerzo lateral,
- (iv) Resistencia del acero de refuerzo,
- (v) Adherencia,
- (vi) Resistencia a tensión del concreto,

– Geometría:

- (i) Forma y dimensiones de la sección,
- (ii) Cantidad de refuerzo a tensión,
- (iii) Cantidad de refuerzo a compresión,
- (iv) Cantidad y espaciamiento del refuerzo lateral,

(iv) Cantidad y espaciamiento del refuerzo lateral,

– Cargas:

(i) Duración de las cargas,

(ii) Carga axial,

(iii) Preesfuerzos,

(iv) Cargas cíclicas.

Los materiales son factores determinantes de la ductilidad que pueda desarrollar una sección. Por ejemplo se demuestra que el aumento de la resistencia del concreto aumenta la ductilidad, pero si aumenta la resistencia del acero de refuerzo a tensión disminuye aquella.

Además, un aumento de la cuantía de acero a tensión disminuye la ductilidad de la sección, en cambio el aumento de la cuantía de acero a compresión proporciona un aumento de ductilidad.

El confinamiento del concreto por refuerzo transversal mejora su comportamiento a grandes deformaciones lo que hace que las secciones desarrollen mayores cantidades de ductilidad. Sin embargo, las características geométricas de la sección no influyen en el desarrollo de la ductilidad.

La presencia de cargas axial incrementa la curvatura de fluencia y disminuye la curvatura ultima, por lo que directa la ductilidad disminuye. Las posibles combinaciones de estos factores, hace una tarea muy laboriosa la definición de la ductilidad de una sección específica.

4. MODELOS MATEMATICOS DE COMPORTAMIENTO SISMICO INELASTICOS DE CONCRETO REFORZADO.

4.1 INTRODUCCION.

La determinación de los esfuerzos y deformaciones causadas por efectos sísmicos, son necesarias para el diseño detallado de estructuras. Los problemas que surgen para representar adecuadamente el comportamiento sísmico mediante el análisis estructural, son numerosos, por lo que se tendrá que hacer muchas concesiones aún en análisis muy sofisticados.

El comportamiento real de las estructuras real es complejo, sobre todo cuando su trabajo es en el intervalo inelástico. Las estructuras suelen estar constituidas por una gran cantidad de elementos interconectados entre sí, esto hace que su modelado en general no sea sencillo. El intentar construir modelos de sistemas reales requiere de la observación de su comportamiento. Lo anterior permite proponer un conjunto de modelos candidatos a representar al sistema real.

Durante un sismo fuerte las estructurales pueden sufrir daños importantes. El daño estructural se presenta a partir de que las amplitudes de la respuesta del sistema alcanza cierta magnitud, y se puede incrementar en la medida que aumenta tanto las amplitudes mencionadas como el número de ciclos de carga y descarga.

4.2 RESPUESTA SISMICA INELASTICA EN ESTRUCTURAS.

4.2.1. Introducción.

Para una resistencia económica contra sismos fuertes, la mayoría de las estructuras deben comportarse inelásticamente. En contraste con el modelo simple de respuesta elástico lineal, el patrón de comportamiento esfuerzo-deformación inelástico no es una constante ya que varía con el tamaño y forma del miembro, los materiales usados y la naturaleza de la carga.

Las características del concreto reforzado que desempeñan un papel importante en la determinación de la respuesta de la estructura ante un sismo de gran magnitud, son la rigidez y la capacidad de disipación de energía, ambas asociadas con el máximo desplazamiento.

4.2.2. Comportamiento de las estructuras durante el sismo.

Al inicio del sismo, durante algunos segundos, los edificios presentan un comportamiento aproximadamente lineal, debido a que las respuestas no alcanzan valores importantes. Durante esta etapa, se puede considerar que las propiedades de la estructura permanecen prácticamente constantes.

Conforme aumenta la intensidad de las aceleraciones del terreno, algunos elementos de la estructura rebasan su resistencia elástica y fluyen. Las características del movimiento sísmico son tales que las partes que fluyen de los elementos son una pequeña parte de los mismos, ubicadas normalmente en sus extremos.

Lo anterior provoca un cambio en la rigidez global de la estructura. A medida que las aceleraciones se mantienen en un cierto nivel o aumentan, el número de elementos con

comportamiento inelástico puede aumentar, con un consecuente deterioro mayor en la rigidez del conjunto.

Se puede considerar que el comportamiento de la estructura durante la fase intensa es una sucesión de sistemas lineales en los cuales la rigidez de los mismos disminuye conforme la amplitud de la respuesta aumenta. En algunas estructuras, el comportamiento arriba descrito da lugar a ciclos de carga y descarga de forma más o menos constantes (figura 4.1(a)), es decir, no existe degradación importante de las propiedades. En la mayoría de los casos, a cada nuevo ciclo la estructura o el elemento presenta una rigidez menor; además no alcanza la misma resistencia del ciclo anterior, lo que implica deterioro tanto en rigidez como en resistencia (figura 4.1 (b)).

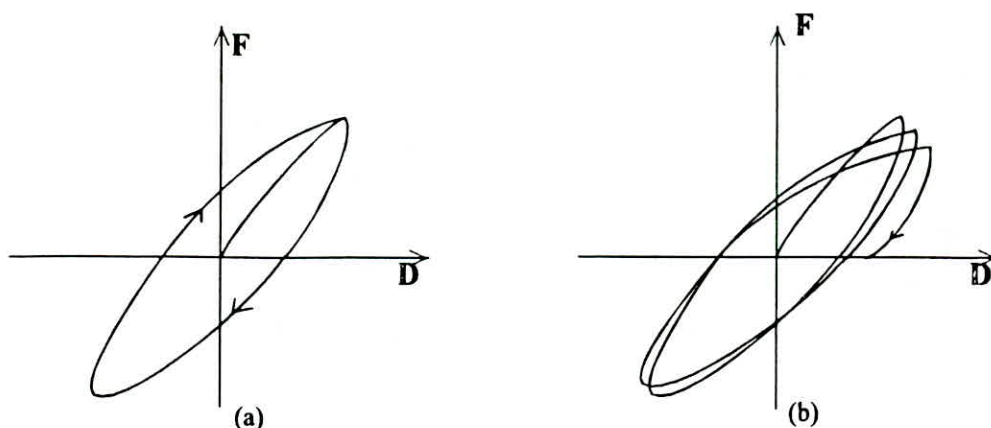


Figura 4.1 Comportamiento de las estructuras durante el sismo.

Un aspecto muy importante del comportamiento de los sistemas estructurales no lineales son las derivas o deformaciones permanentes (figura 4.2). Desde el inicio del comportamiento no lineal la deriva se hace presente y puede ser importante sobretodo en la fase de mayor intensidad.

Posterior a la fase intensa del sismo, se ha observado que existe una recuperación parcial de la rigidez de los elementos que presentaron fluencia, pero no se alcanza la rigidez inicial.

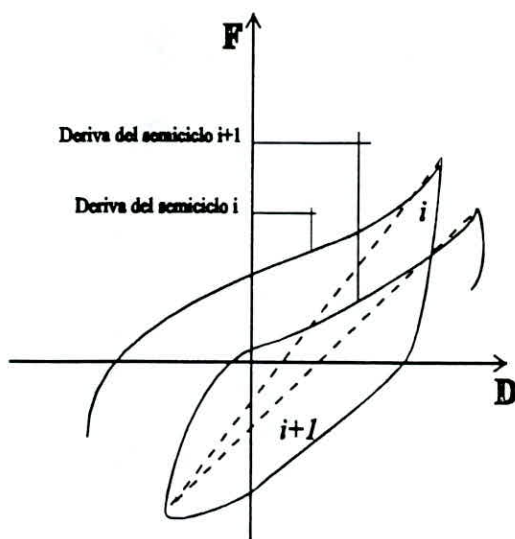


Figura 4.2 Deriva de los ciclos histéricos.

4.2.3 Rigidez y deformaciones.

La rigidez estructural regula el periodo natural y, por consiguiente, las fuerzas sísmicas; éstas últimas son menores para periodos más largos, o sea para rigideces pequeñas, pero entonces los desplazamientos y las deformaciones pueden resultar excesivos. Además de garantizar factores adecuados de seguridad contra el colapso, los criterios sísmicos deben tender a controlar las deformaciones, puesto que éstas son directamente responsables de los daños de los elementos no estructurales, del impacto con estructuras adyacentes, del pánico y de la incomodidad.

La rigidez es también la variable principal que la seguridad contra la inestabilidad. Los desplazamientos laterales y las fuerzas internas producidas por el movimiento del terreno se amplifican por la interacción entre las cargas de gravedad y los desplazamientos mencionados.

La función de amplificación no varía de manera lineal con respecto a la rigidez lateral, y alcanza valores muy altos cuando esta última variable se acerca a cierto valor crítico. En estructuras dúctiles contra una falla por inestabilidad es una función de la rigidez efectiva, o sea de las pendientes de la línea que une el origen de la gráfica fuerza–deflexión con el punto que presenta la deflexión máxima y la correspondiente fuerza lateral.

4.2.4 Daño y absorción de energía.

El movimiento sísmico del suelo se transmite a los edificios que se apoyan sobre éste, la base del edificio tiende a seguir el movimiento del suelo, mientras que, por inercia, la masa del edificio se opone a ser desplazada dinámicamente y a seguir el movimiento de su base. Se generan entonces las fuerzas de inercia que ponen en peligro la seguridad de la estructura.

La respuesta dúctil histerética proporciona una manera de transformar y disipar la energía cinética impartida a una estructura a través de su base. La energía se libera en forma de deformaciones inelásticas (daño) y otras formas tales como calor en las juntas debido al proceso de carga y descarga, fricciones internas, fricciones entre elementos estructurales y no estructurales, apertura y cierre de grietas, etc. Estos efectos hacen que los ciclos histeréticos cambien en forma y tamaño con respecto a los que se tienen en el intervalo lineal. En general se presenta un incremento puede representarse un adelgazamiento o estrangulamiento de éstos, provocando principalmente por la apertura y cierre de grietas en los elementos (figura 4.3).

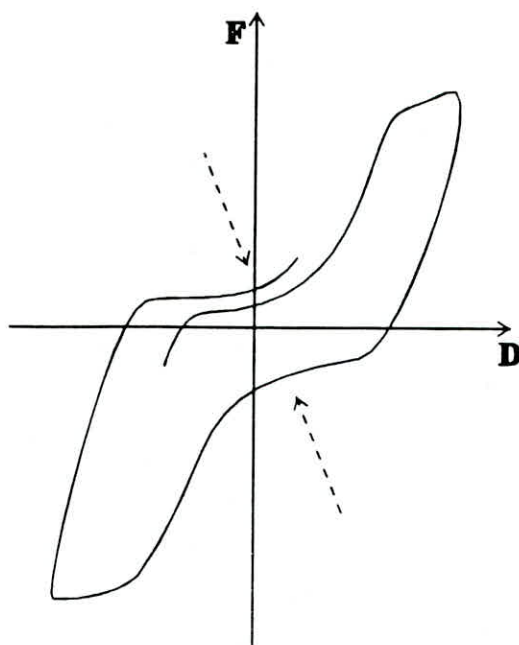


Figura 4.3 Adelgazamiento de ciclo histeréticos por efecto de daño acumulado.

4.3 COMPORTAMIENTO HISTERETICO DEL CONCRETO REFORZADO.

La figura 4.4 muestra la relación carga lateral–deflexión del concreto reforzado. Las características pueden ser resumidas de la siguiente manera:

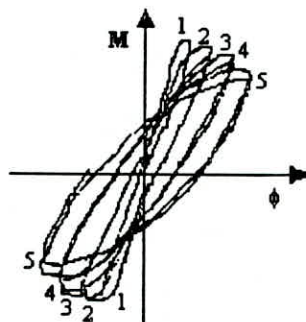


Figura 4.4 Relación carga lateral–deflexión de una columna de concreto reforzado.

- (a) La rigidez cambia debido al agrietamiento del concreto y la fluencia de acero de refuerzo longitudinal (ciclo 1).
- (b) Cuando la deflexión inversa alcanza su máxima amplitud, la rigidez del siguiente ciclo es considerablemente menor que en el ciclo anterior, aunque la resistencia es casi idéntica (ciclos 3 y 4). Esta reducción en la rigidez es atribuible a la formación de grietas en el ciclo 3, y también se reduce la rigidez en el acero de refuerzo longitudinal (ciclo 4).
- (c) En promedio la rigidez de cada ciclo decrece antes de alcanzar el máximo desplazamiento.
- (d) El comportamiento histerético del concreto reforzado depende de la historia de cargas a la cual se expone.

Las observaciones se han limitada al comportamiento en flexión del concreto reforzado. Sin embargo, el concreto reforzado puede estar sujeto otro tipo de acciones, los cuales producen algunas alteraciones en los ciclos histeréticos.

4.4 MODELOS MATEMATICOS DE COMPORTAMIENTO SISMICO INELASTICO.

4.4.1 Introducción.

Uno de los factores más importante para la realización de un análisis inelástico, es la adecuada selección de modelo matemático que representara el comportamiento histerético de los diferentes elementos que componen una estructura, durante la acción de un sismo de gran magnitud.

Para poder reproducir el comportamiento inelástico del concreto reforzado se han propuestos varios modelos matemáticos. Algunos modelos son muy elaborados y incluyen muchas reglas, otros por el contrario son muy sencillos y simples.

Los modelos más complejos permiten representar el comportamiento de varios elementos estructurales, los modelos simples son desarrollados para elementos específicos, lo que limita su utilización.

4.4.2 Conceptos básicos.

Las siguientes son términos que se utilizaran en las secciones siguientes para la descripción de los modelos matemáticos de comportamiento inelástico:

- *Curva de carga.* Es la parte de la curva donde la magnitud de la resistencia positiva o negativa se incrementa sin cambios de signo.
- *Curva de descarga.* Es la parte de la curva donde la magnitud de la resistencia positiva o negativa decrece sin cambios de signo.
- *Curva de recarga.* Es la parte de la curva donde la magnitud de la resistencia positiva o negativa cambia de signo.
- *Curva primario* Es la curva de resistencia bajo carga monotónica, esta curva proporciona los valores característicos iniciales que permiten predecir el comportamiento del elemento por medio de reglas histeréticas.

La curva primaria puede estar representada por curva bilineales o trilineales, con cambios de rigidez en donde se presenta el agrietamiento y la fluencia del material (Figura 4.5)

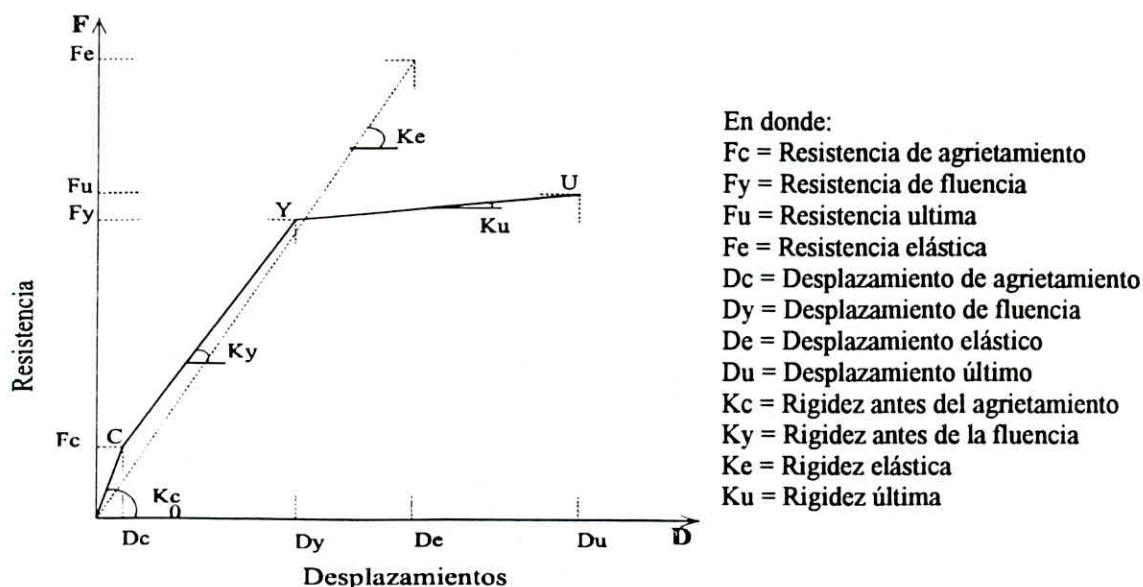


Figura 4.5 Diagrama de las curvas primarias.

- *Punto de descarga.* Punto de la de resistencia, donde fue iniciada la descarga.
- *Reglas de histéresis.* Son los paramentos que permiten a un modelo modificar la su forma para predecir el comportamiento de los elementos.

Diferentes modelos histeréticos que representa el comportamiento sísmico inelástico del concreto reforzado son descritos a continuación.

4.4.3 Modelos bilineales.

4.4.3.1 Modelo histerético bilineal.

El modelo bilineal o también conocido como elasto-plástico, fue fundamento para el desarrollo del análisis dinámico no lineal, el modelo es muy sencillo, como su nombre indica se compone de curva bilineal, la primera representa el comportamiento elástico y la segunda re presenta el comportamiento después de que se rebasa el límite elástico, ha esta ultima se le asigna una pendiente positiva, para tratar de simular o representar el endurecimiento por deformación, la cual es característica del acero de refuerzo.

El modelo no contemplaba una la degradación de la rigidez de descarga (K_r) que sufre el concreto bajo cargas cíclicas, por lo que se propuso un decremento de la rigidez de la siguiente manera:

$$K_r = K_e \left(\frac{D_m}{D_y} \right)^{-\alpha} \quad (4.1)$$

En donde,

α Es el parámetro de la rigidez de la descarga.

De esta forma queda definido el modelo *histerético de degradación bilineal*, el cual se esquematiza en la figura 4.6.

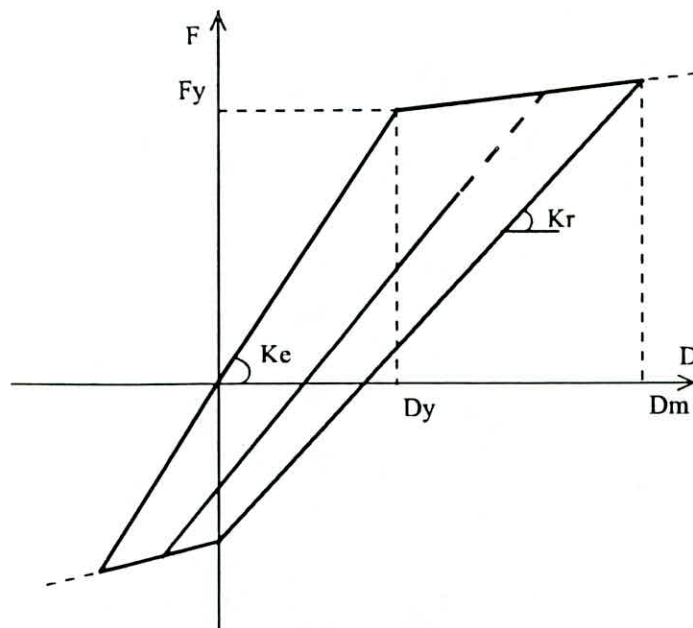


Figura 4.6 Modelo de degradación bilineal histerético.

En 1976 Mahin y Betero, proponen una modificación ha este modelo, para lograr una mayor versatilidad, incorporando una reducción de la rigidez de descarga de la siguiente manera:

$$Kr = Ke \left(\frac{Dm}{Dy} \right)^{-\alpha} \quad 4.2$$

En donde,

α Es el parámetro de la rigidez de la descarga.

Dm es el Desplazamiento máximo previsto en la dirección correspondiente.

Ha este modelo se le conoce como *modelo modificado de Clough*. En este modelo se establece también que la rigidez en las zonas de resistencia positiva o negativa no son iguales, debido a que la degradación de la rigidez de descarga es función del desplazamiento máximo previsto en la dirección correspondiente, como se muestra en la figura 4.8.

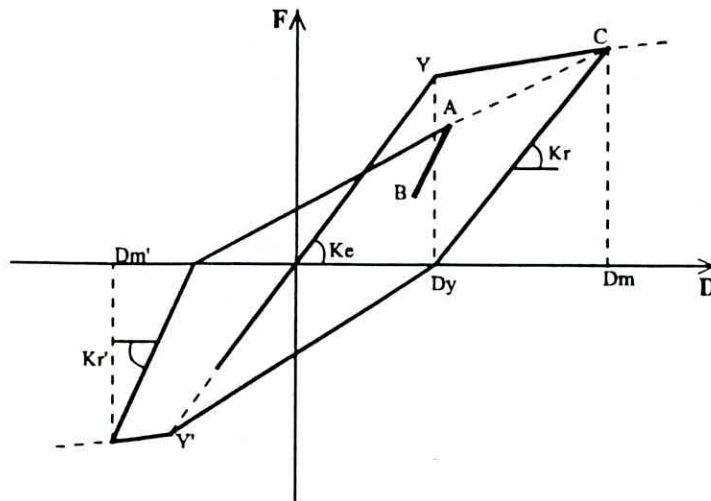


Figura 4.8 Modelo de degradación de rigidez de Clough Modificado.

La energía disipada de acuerdo ha este modelo queda definida por:

$$E_h = \frac{1}{\pi} \left\{ 1 - \frac{(1 - \beta + \mu\beta)\mu^\alpha}{\mu} \right\} \quad (4.3)$$

Un inconveniente de este modelo es que disipa grandes cantidades de energía a pesar de excitaciones muy pequeñas, después de la fluencia del elemento.

4.4.4. Modelos trilineales.

4.4.4.1 Modelo histerético trilineal.

El modelo trilineal es usado para simular el comportamiento de la rigidez a flexión del concreto reforzado, durante un sismo de gran magnitud.

La curva primaria de este modelo está compuesta por tres líneas, con dos cambios de rigidez, el primero después del agrietamiento del concreto y un segundo después de la fluencia del elemento. Antes de la fluencia el modelo se comporta de manera similar al modelo bilineal, como se muestra en la figura 4.9 (a), cuando la respuesta excede el límite de fluencia, la respuesta se comporta de diferente forma como se muestra en la figura 4.9(b).

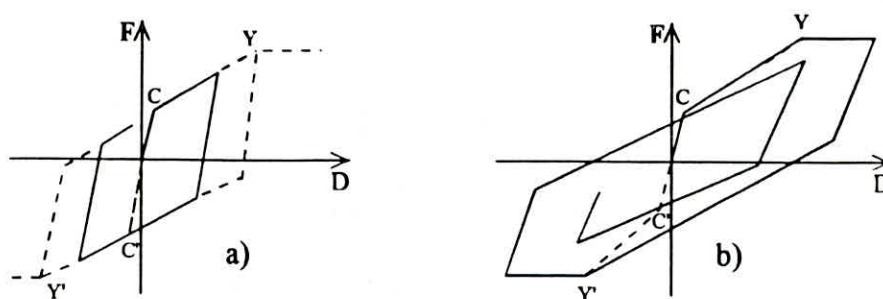


Figura 4.9 Modelo de degradación trilineal.

Este modelo tiene las siguientes características:

- La rigidez se degrada constantemente con los incrementos de los desplazamientos.
- La disipación de energía histerética es grande en primer ciclo después de la fluencia, y se convierte constante en los siguientes ciclos.
- La disipación de energía histerética es proporcional a la magnitud de los desplazamientos máximos de cada ciclo, y

– El indicador de disipación de energía es constante, independientemente de los desplazamientos y la rigidez después de la fluencia.

La disipación de energía del modelo esta expresada de la siguiente forma:

$$E_h = \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{K_y}{K_c} \right) \frac{F_c}{F_y} \quad (4.5)$$

4.4.4.2 Modelo histerético de Takeda.

Basado en experimentos sobre el comportamiento del concreto reforzado bajo la acción de sismos simulados, Takeda, Sozen y Nielsen en 1970 desarrollaron un modelo histerético conocido como el *modelo de Takeda*.

El modelo de Takeda se caracteriza por:

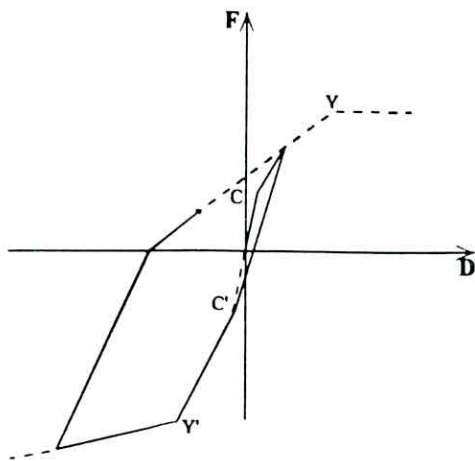
- Cambios de rigidez en los puntos de agrietamiento y fluencia del concreto reforzado.
- Reglas histeréticas para los ciclos histeréticos internos.
- Degradación de la rigidez de la curva de descarga por deformación.
- La respuesta del ciclo interno se mueve hacia el máximo del ciclo externo.
- La degradación rigidez de la curva de descarga está dada por:

$$Kr = \frac{F_c + F_y}{D_c + D_y} \left(\frac{D_m}{D_y} \right)^{-\alpha} \quad (4.6)$$

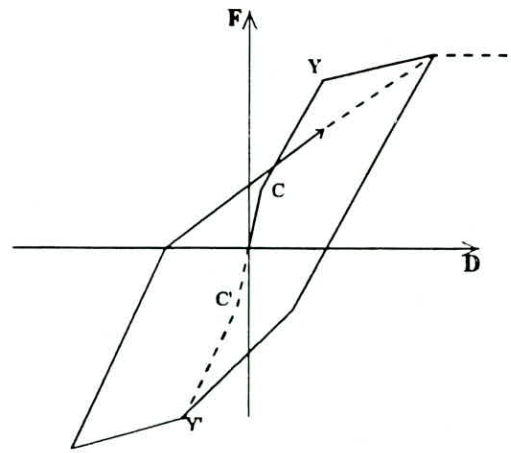
Las reglas histeréticas que definen al comportamiento de este modelo, se muestra en la figura 4.10. La energía disipada histerética por este modelo puede ser cuantificada por la siguiente expresión.

$$E_h = \frac{1}{\pi} \left\{ 1 - \frac{1 + \left(\frac{Dc}{Dy} \right) \mu^a (1 - \beta + \mu\beta)}{1 + \left(\frac{Fc}{Fy} \right) \mu} \right\} \quad (4.7)$$

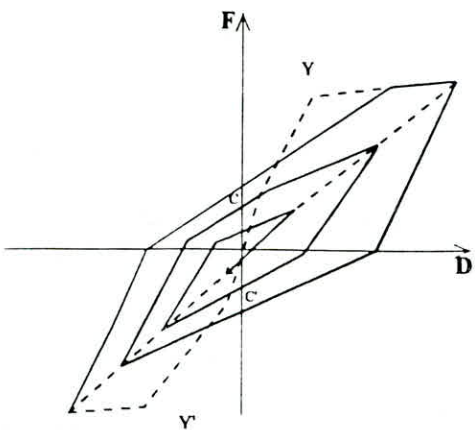
La curva primaria del modelo Takeda puede ser bilineal, si el punto de agrietamiento se coloca en el origen del plano histerético, esta modificación se le conoce como *modelo bilineal de Takeda*. Este es muy similar al modelo Clough, excepto que el modelo bilineal de Takeda tiene reglas histeréticas para ciclos histeréticos internos.



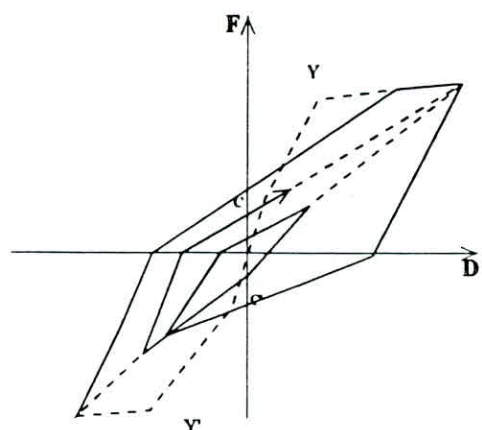
(a) Descarga antes del agrietamiento en una dirección.



(b) Descarga antes de la fluencia en una dirección.



(c) Amplitud pequeñas ante cargas inversas.



(d) Amplitud pequeñas ante cargas inversas.

Figura 4.10 Modelo Histerético de Takeda.

El modelo de Takeda es uno de los modelos más empleados para representar el comportamiento de este tipo, por lo que ha sufrido ciertas adecuaciones dando lugar a un nuevo modelo, el cual lleva el nombre de *modelo modificado de Takeda* (Figura 4.11).

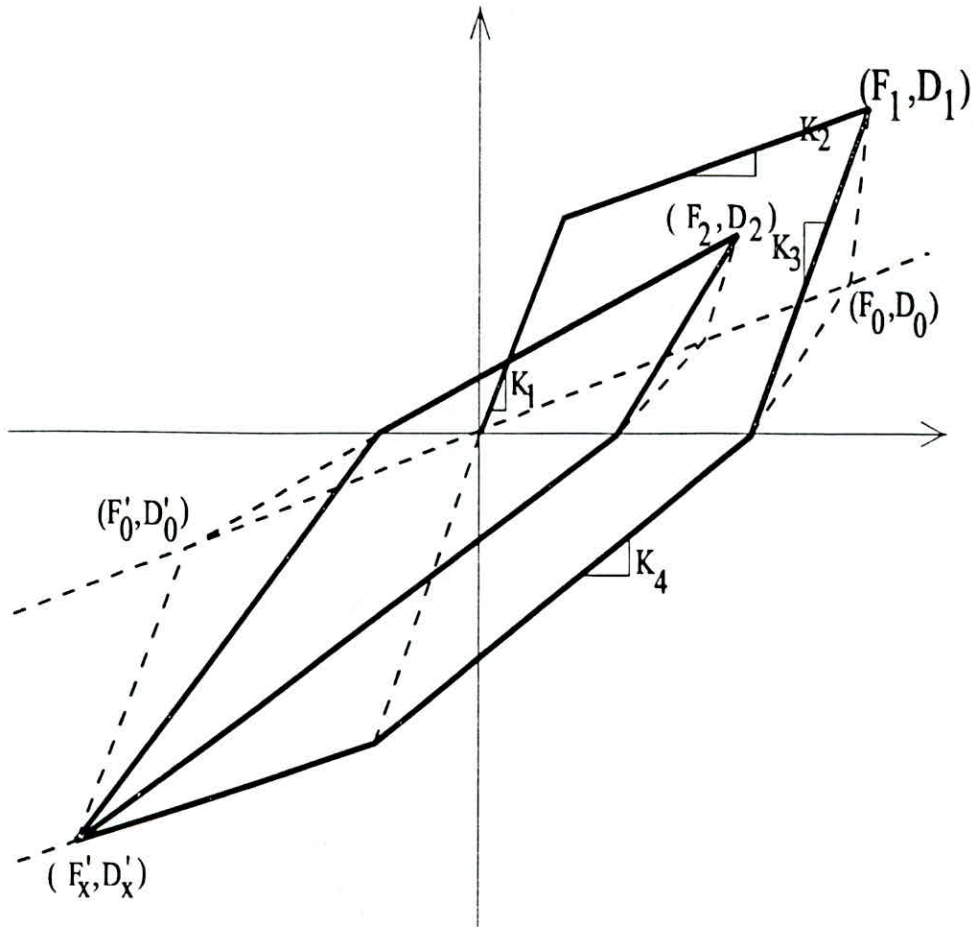


Figura 4.11 Modelo histerético de Takeda modificado.

El modelo se rige por cuatro reglas histeréticas que se describen a continuación:

- La rigidez de las curvas primarias de carga y de descarga elásticas son iguales a la rigidez inicial elástica.

- La rigidez (K_2) de curva de carga inelástica se degrada de la siguiente manera:

$$K_2 = \alpha K_e \quad (4.8)$$

- La rigidez de descarga inelástica se define como K_3 .

- La rigidez (K4) define la curva de recarga.

Las rigideces K3 y K4, se determinan como sigue. De la figura 4.11, se define:

$$F_o = \frac{P}{1-p} [D_1 (Ke) - F_1] \quad (4.9)$$

y

$$D_o = \frac{1}{1-p} \left[D_1 - \frac{F_1}{Ke} \right] \quad (4.10)$$

En donde

F_1 Es el momento máximo esperado en dirección positiva.

La rigidez de la curva de descarga inelástica y la curva de recarga se definen como:

$$K3 = \frac{F_1}{D_1 - D_r} \quad (4.11)$$

y

$$K4 = \frac{F'_x + F_o}{D'_x - D_o} \quad (4.12)$$

En donde

$$D_r = D_o - \frac{F_o}{K4} \quad (4.13)$$

D_r = Es el desplazamiento residual después de la excursión del momento positivo.

D'_x y M'_x = Son las coordenadas del momento máximo esperado, en la dirección negativa.

4.4.4.3 Modelo de tres parámetros.

Este modelo se ilustra en la figura 4.11, este se desarrolló en 1987 por Park, Reinhorn y Kunnath, para ser usado en el programa de análisis *Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete frame– shear-wall structures IDARC* (Park, et al, 1987).

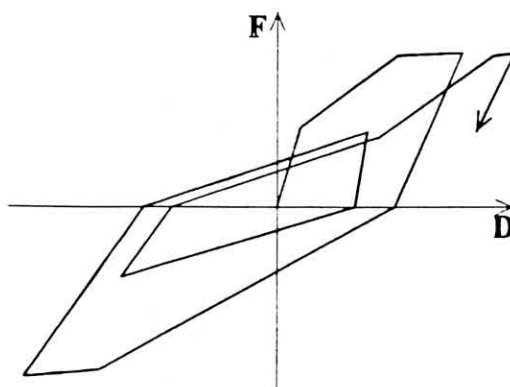


Figura 4.12 Modelo histerético de tres parámetros.

El modelo histerético de tres parámetros propuesto resulta ser muy versátil, por poderse representar una gran variedad de propiedades histeréticas, a través de la combinación de sus tres parámetros α , β , γ y una curva trilineal no simétrica.

Los valores de estos tres parámetros, rigen las propiedades histeréticas de la siguiente forma:

- El parámetro α Especifica el grado de la degradación de la rigidez y el área encerrada por los ciclos histeréticos (Figura 4.13(a)).
- La introducción del parámetro γ , permite tomar en cuenta el comportamiento de apertura y cierre de grietas en el concreto, este reduce las áreas encerradas dentro de los ciclos histeréticos, lo que significa una modificación en la capacidad de disipación de energía (Figura 4.13(b)).
- El parámetro β especifica la degradación de la resistencia como se ilustra en la figura 4.12 (c). El parámetro β se relaciona también con el índice de daño estructural por

sismo (D), el cual se define como la combinación lineal de la deformación máxima (δm) y la energía histerética absorbida $\int dE$ como sigue:

$$D = \frac{\delta m}{\delta u} + \frac{\beta}{\delta u F_y} \int dE \quad (4.14)$$

Donde:

D Es el índice de daño estructural ($0.0 \leq D \leq 1.0$).

δu es la deformación ultima bajo carga monotónica.

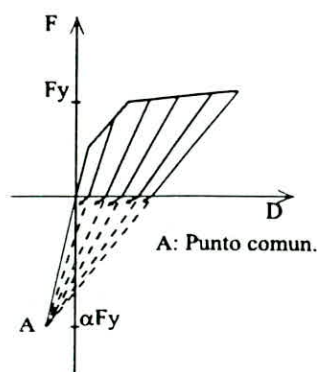
El parámetro β es relación del daño incremental, $d\delta m / \delta u$, causado por el incremento de la máxima respuesta, y la energía histerética incremental normalizada, $dE / (\delta u F_y)$, como sigue:

$$\beta = \frac{d\delta_m}{dE / P_y} \quad (4.15)$$

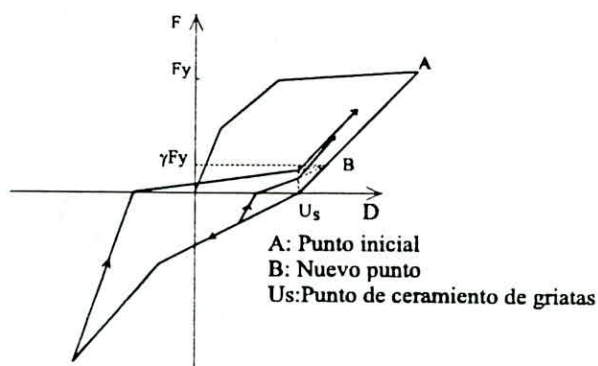
Como se muestra en la figura 4.13(c), el incremento de la deformación máxima debido a la disipación de energía histerética es expresada como:

$$d\delta m = \beta dE / F_y \quad (4.16)$$

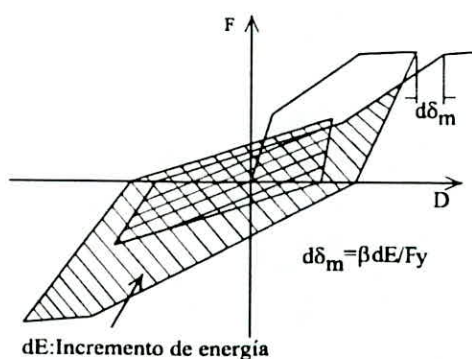
El valor de β puede ser determinado como función de varios parámetros. Los valores de α y γ se definen por medio de pruebas experimentales.



(a) Degradación de la Rigidez.



(b) Comportamiento de apertura y cierre de grietas.



(c) Deterioro de la resistencia.

Figura 4.13 Efectos de los tres parámetros en los ciclos histeréticos.

El modelo de tres parámetros, contempla ciertas reglas histeréticas, que se describen a continuación:

Para poder determinar la envolvente de la curva trilineal no simétrica, se necesitan nueve constantes, que se definen en la figura 4.14.

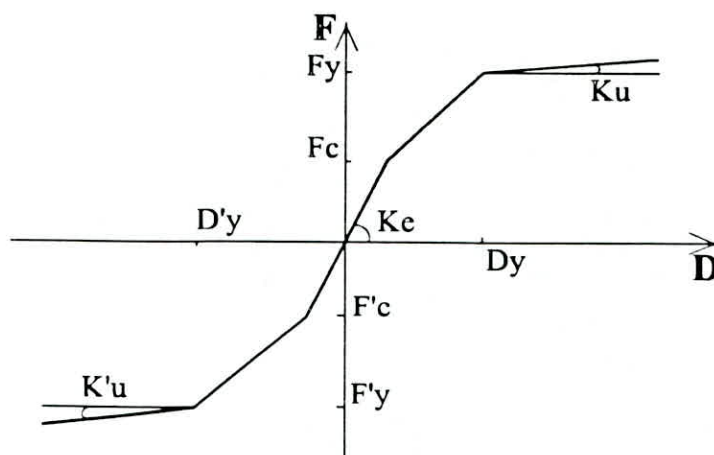


Figura 4.14 Diagrama de la curva trilineal no simétrica.

– La rigidez de la primera curva de descarga positiva y negativa se definen como (Figura 4.15):

$$K1 = \frac{Fm + \alpha Fy}{Dm + \alpha \frac{Fy}{Ke}} \quad (4.16)$$

$$K'1 = \frac{F'm + \alpha F'y}{D'm + \alpha \frac{F'y}{Ke}} \quad (4.17)$$

Para los segundos ciclos de las rigideces de las curvas de descarga son:

$$K2 = \frac{Fm}{Dm - D'c} \quad \text{Sí } Fm > Fc \quad (4.18)$$

$$K2 = \frac{Fc}{\frac{Fc}{Ke} - D'c} \quad \text{Sí } Fm < Fc \quad (4.19)$$

$$K'2 = \frac{F'm}{D'm - Dc} \quad \text{Sí } F'm < F'c \quad (4.20)$$

$$K'2 = \frac{F'c}{\frac{F'c}{Ke} - Dc} \quad \text{Sí } F'm > F'c \quad (4.21)$$

La figura 4.16 ilustra los nueve puntos característicos de curva del modelo. Los primeros 5 definen la envolvente de la curva de cargas y los restantes definen la curva de descarga en ambas regiones.

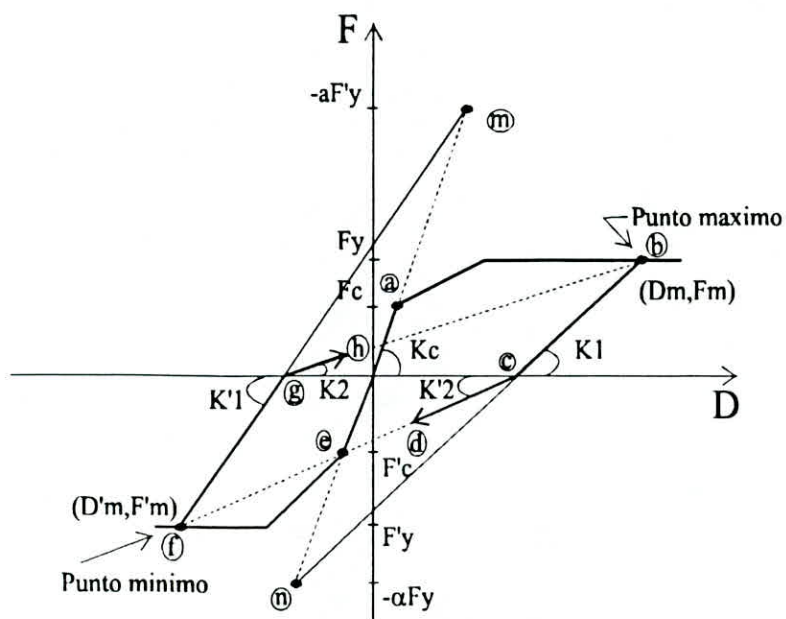


Figura 4.15 Rigidez de descarga.

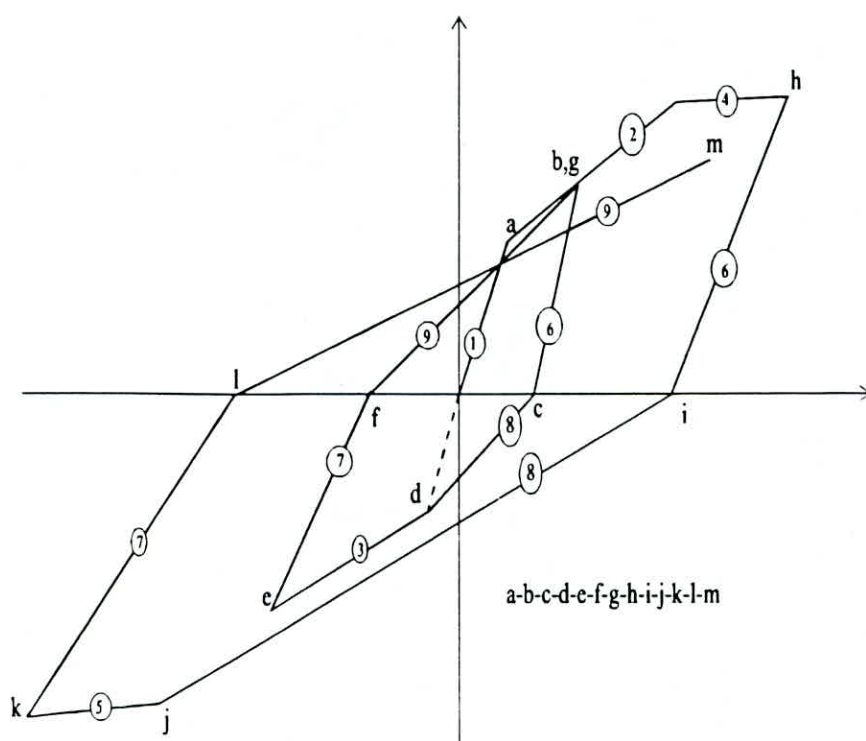


Figura 4.16 Curva característica del modelo de tres parámetros.

– Cuando se tome en cuenta el comportamiento de cierre y apertura de grietas, es necesario definir seis puntos de referencia adicionales, como se muestra en la figura 4.17.

Debido ha este comportamiento, la rigidez $K2$ de la segunda curva descarga y recarga son calculadas de la siguiente manera:

$$K2 = \frac{Fs}{\frac{Ps}{K1} + Ds - D's} \quad (4.22)$$

$$K'2 = \frac{F's}{\frac{Ps}{K'1} + D's - Ds} \quad (4.23)$$

Para las terceras curvas de descarga y recarga las rigideces se definen como:

$$K3 = \frac{Fm - K2(Ds - D's)}{(Dm - Ds)} \quad (4.24)$$

$$K'3 = \frac{F'm - K'2(D's - Ds)}{(D'm - D's)} \quad (4.25)$$

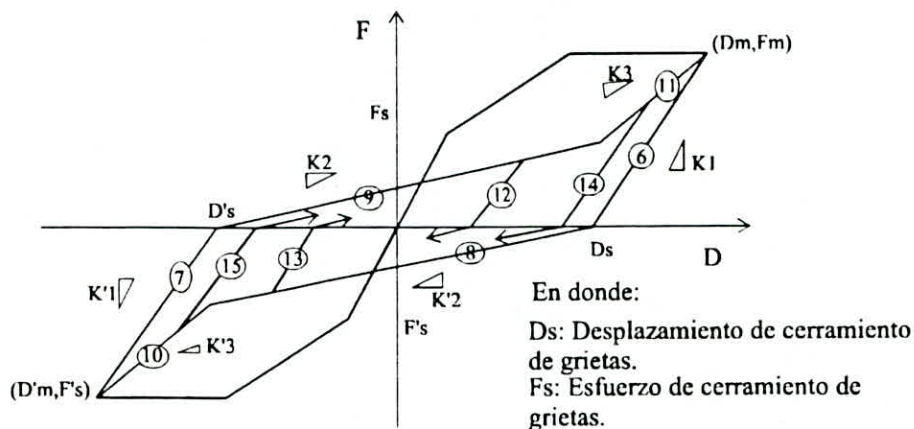


Figura 4.17 Comportamiento de apertura y cerramiento de grietas del concreto.

– La figura 4.18 muestra la determinación del incremento de la deformación máxima, (Dt, Ft) debido ala absorción de la energía. Estas coordenadas son calculadas de acuerdo a la ecuación (4.16)

El modelo de tres parámetros descrito ofrece un amplio rango de opciones para representar el comportamiento inelástico de los elementos estructurales de concreto reforzado.

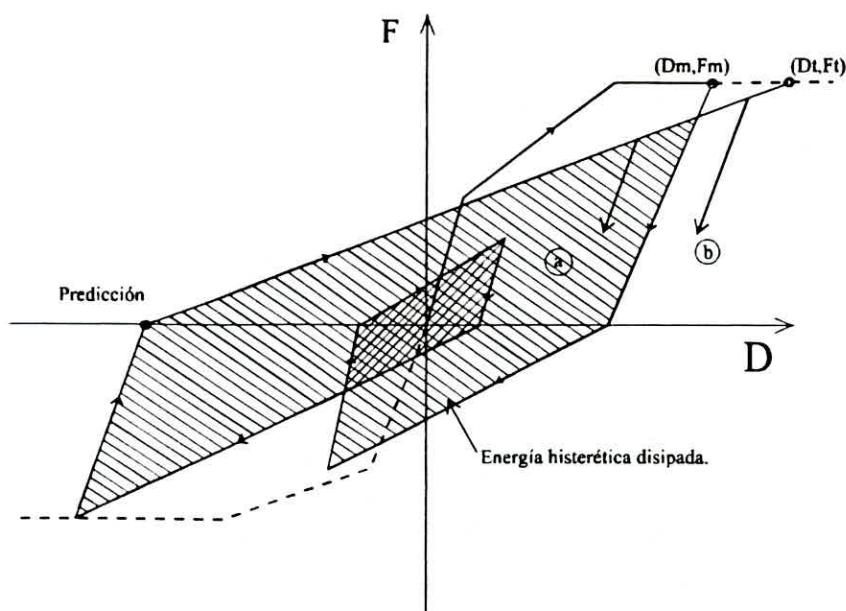


Figura 4.18 Regla de deterioro de la resistencia.

4.4.5 Modelo de comportamiento histerético y daño para vigas de concreto reforzado.

En 1997 durante el IX Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Campos-Arias y Esteva presentaron un nuevo modelo de comportamiento histerético y de daño para vigas de concreto reforzado y su empleo en la respuesta dinámica de una marco. En este modelo se considero que el deterioro se concentra en secciones de los extremos del elemento y que el máximo daño corresponde a la pérdida total de resistencia y rigidez de dicha sección, cuando se llega a forma una articulación completa.

La figura 4.19 muestra la curva envolvente tanto para el momento positivo como para el momento negativo. El deterioro de los elementos, debido a la acción de carga cíclica, se manifiesta como una disminución de la rigidez y la de capacidad resistente del elemento apreciándose una progresiva formación de articulación plástica en los extremos del elemento. La figura 4.20 se presenta el mecanismo del modelo.

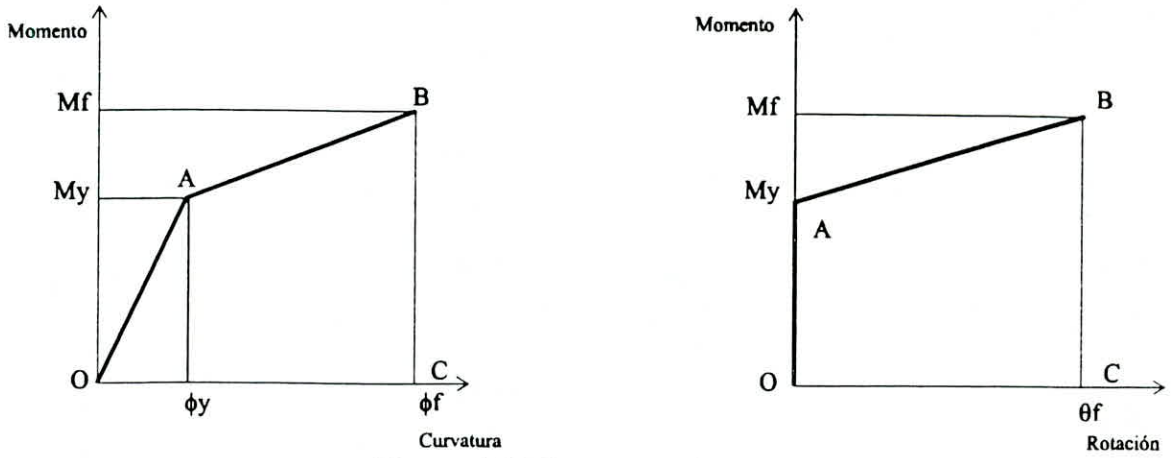


Figura 4.19 Curvas envolventes.

En la carga inicial de la curva pasa por los tramos Oa y ab , siendo el punto $b = (\theta_b, Mb)$ la máxima amplitud, para luego descargarse y cargarse en sentido contrario. En la primera recarga positiva, la curva va desde f hacia g , pasado por el punto $f' = (\theta_f', Mf')$ donde se manifiesta el deterioro y se observan las siguientes relaciones:

$$\theta_f' = \theta_b \quad (4.26)$$

$$Mf' = (1 - \varepsilon)Mb \quad (4.27)$$

Donde ε representa el daño causado en la sección debido a la amplitud que alcanzada anteriormente.

Las amplitudes máximas de cada ciclo y el numero de ellos influyen en el deterioro de la resistencia y rigidez de las secciones críticas del elemento. Por esa razón se crea un Índice de Daño (ε) que está en función de un parámetro de daño acumulado (D) que toma en cuenta las amplitudes acumuladas y se definen así:

$$D = \sum \frac{\theta}{\theta_F} \quad (4.28)$$

$$\varepsilon = 1 - e^{-\alpha D} \quad (4.29)$$

Donde α es una constante de ajuste y $0 \leq \varepsilon \leq 1$.

- Tramo lm : Se debe pasar por $l'=(\theta',Ml')$ obtenida como f' . $\theta'=\theta_h$, $Ml'=[1-\varepsilon(Dh)]Mh$. Si m no alcanza la envolvente, no habrá cambio de pendiente.
- Tramo mn : Descarga similar a bc , $Dm = Dh + \frac{\theta m}{\theta_F}$.
- Tramo pq : Se define $p'=(\theta p',Mp')$, de forma similar a los puntos f' y l' , sobre el tramo mn de descarga. $\theta p'=\theta m$, $Mp'=[1-\varepsilon(Dm)]Mm^o$, donde Mm^o corresponde a la envolvente, q no superó p' .
- Tramo qs : Descarga similar a bc . $Dq = Dm + \frac{\theta q}{\theta_F}$.
- Tramo pr : En ciclo anterior no se superó la rotación θm , no se cruzó el tramo mn . la recarga pq podrá superar p' y alanzaría a la envolvente en r , tramo BC donde $\theta=\theta_F$, perdiéndose totalmente la capacidad de resistir momento positivo ($\varepsilon=1$), la curva descender, entonces, desde r hasta C .

Se considero que una deformación incrementa el daño solo si en la correspondiente descarga el momento cambia de signo. Como se observa debe considerarse dos índices de daño para cada articulación, una para el momento positivo y otro para el negativo.

5 ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO HISTERETICO DEL CONCRETO REFORZADO.

5.1 INTRODUCCION.

El análisis de la respuesta de una estructura de concreto reforzado, sujeta a grandes movimientos debidos a sismos de gran magnitud, requieren un modelo histerético que permita representar los cambios en las propiedades de la estructura durante aquellos. Gran cantidad de experimentos muestran que las deformaciones inelásticas que sufre el concreto reforzado durante los sismos, son asociadas con la degradación de rigidez y la reducción en la capacidad de absorción de energía de los elementos estructurales y sus conexiones.

El adecuado modelado de las propiedades histeréticas es un requisito esencial para realizar un análisis de la respuesta inelástica de las estructuras. El comportamiento histerético se encuentra relacionado con el concepto de daño estructural.

El análisis que se presenta en este trabajo, es el de respuesta inelástica de un edificio de tres niveles ante un sismo de mediana intensidad, para tres modelos diferentes con el fin de establecer la importancia de modelar adecuada las propiedades histeréticas de los elementos que forman las estructuras de concreto reforzado.

5.2 CONCEPCION DE LA ESTRUCTURA.

5.2.1 Estructura y geometría.

El edificio tiene una estructura de concreto reforzado a base de trabes y columnas. Consiste en un sistema de tres niveles, cuya cimentación se considera rígida y se omiten los efectos de interacción suelo—estructura. Está formado por 2 marco de 2 crujiás con claros libres de 9.0 metros en la dirección longitudinal y de 6.0 metros en la dirección transversal, la altura del primer entepiso es de 4.5 metros y la altura de los niveles subsecuentes es constante e igual a 3.0 metros. (Figura 5.1).

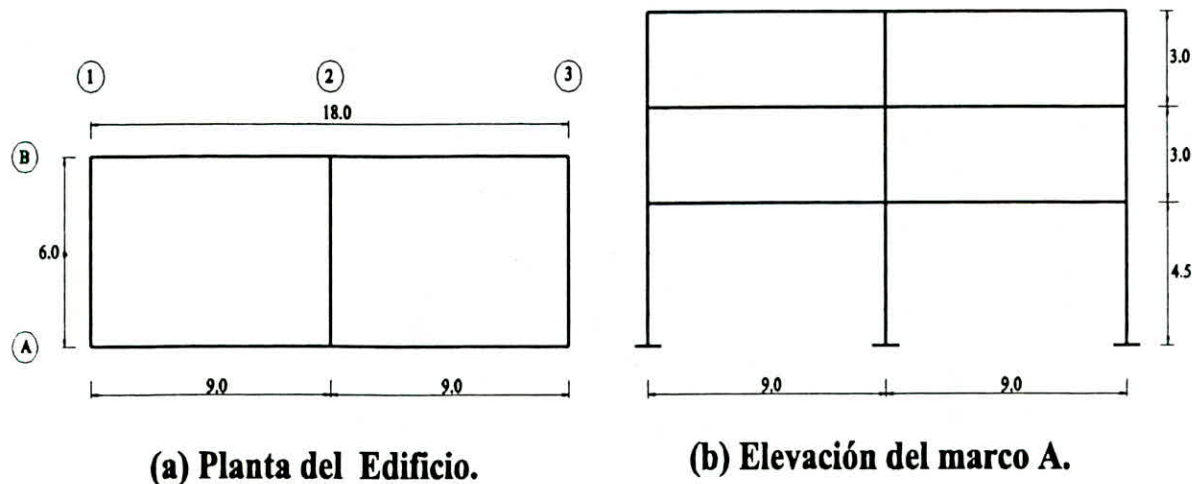


Figura 5.1 Geometría de la estructura.

5.2.2 Análisis elástico de la estructura.

El edificio está localizado en la zona de lago de la ciudad de México y se destina a oficinas. De acuerdo con el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF) corresponde a una estructura tipo B construida sobre la zona III.

El edificio se analizará con el método dinámico propuesto en la Normas Técnicas Complementarias para Sismo (NTCS) del mencionado reglamento, con un coeficiente sísmico de 0.4 y un factor de comportamiento sísmico Q igual a 4.

Para el cálculo de los elementos mecánicos de las trabes, el edificio se modeló en el programa ECOgc (Corona, 1996) como una estructura tridimensional empotrada en su base. Los tamaños propuestos de columnas y trabes fueron los necesarios para que las deformaciones laterales de entrepiso debidas a la fuerza cortante resultaran no mayores que 0.012 veces de la altura de entrepiso de acuerdo al artículo 209 del RCDF.

5.2.3 Diseño de los elementos estructurales.

Las resistencias a compresión del concreto y nominal a la fluencia del acero fueron de 250 kg/cm² y de 4200 kg/cm², respectivamente. Se procedió al diseño de las trabes apoyándose en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño de Estructuras de Concreto (NTCEC) del RCDF, en su parte de marcos dúctiles.

Las columnas se diseñaron a flexocompresión en ambas direcciones (100% del momento en una dirección y 30% en la dirección perpendicular) y con una carga axial de diseño igual a la gravitacional que le correspondía por área tributaria para cada una, más la suma del cortante sísmico de las trabes. La tabla 5.1 proporciona algunas características de las secciones transversales de dichos elementos.

Elemento	Sección (cm).	Armado.			Estribos. (sep. en cm)	Entrepiso.	Nivel
CC1	40 x 40	6#6			4# @ 15	1	
CC2	40 x 40	4#6			4# @ 15	1	
CC3	40 x 40	4#6 y 2#5			4# @ 15	2-3	
CC4	40 x 40	4#5			4# @ 15	2-3	
TT1	30 x 60	Ls	3#6	6#6	4# @ 12.5		1-3
		Li	2#6	5#6			

Tabla 5.1 Características generales de las secciones transversales de trabes y columnas.

5.3 RESPUESTA INELASTICA.

Para realizar el análisis inelástico, la estructura se modeló, sin considerar los efectos de la interacción suelo–estructura y se utilizó el programa de cómputo IDARC2 (Valles, *et al*, 1996). Uno de los resultados finales que proporciona el programa incluye la información del comportamiento histerético de cada elemento que forma la estructura.

Otro resultado final que proporciona el programa es una evaluación de la respuesta inelástica en el tiempo a través de un estudio de daño, tanto para los elementos estructurales individuales como a un nivel global de la estructura.

El criterio para evaluar el daño estructural en cada uno de los elementos que componen a la estructura se basa en el índice de daño de Park y Ang con algunas modificaciones al modelo original (Kunnath, *et al*, 1996), y cuyo valor se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$DI = \frac{\theta_m - \theta_r}{\theta_u - \theta_r} + \frac{\beta}{My\theta_u} E_h \quad (5.1)$$

Donde DI es el índice de Daño del elemento estructura, θ_m es la rotación máxima alcanzada durante la historia de cargas, θ_u es la capacidad última de rotación de la sección, θ_r es la rotación recuperable a la descarga, My es el momento de fluencia, E_h es la energía disipada en la sección y β es la constante del modelo que se interpreta como un parámetro que

controla el deterioro de resistencia como función de la energía disipada. Así mismo, el programa recurre a expresiones adicionales para el cálculo del daño global, DI_{global} , que sufre la estructura (Valles, *et al*, 1996). En la tabla 5.2 se proporciona información sobre la interpretación física del índice de daño global.

INDICE DE DAÑO	GRADO DE DAÑO	ESTADO DE DAÑO	CONDICION DE USO	APARIENCIA
0.00	Ninguno	Sin daño	Funcional	No hay deformaciones y sin agrietamiento
0.20-0.30	Ligero	Pocos daños		Agrietamiento moderados a severos
0.50-0.60	Menor Moderado Severo	Daños reparables Sin reparación	Temporalmente funcional	Expulsión del recubrimiento
>1.0	Colapso	Colapso	No funcional	Colapso parcial o total de la estructura

Tabla 5.2 Interpretación del índice de daño global (Park, *et al*, 1986).

Las siguientes condiciones se establecieron para el uso del programa IDARC2D:

- Se realiza el análisis un marco plano. El marco analizado es el exterior correspondiente al eje A de la figura 5.1.
- El diagrama momento–curvatura es calculado por el programa, tomando en cuenta las dimensiones y armados finales de los elementos estructurales.
- El porcentaje de amortiguamiento viscoso considerado fue del 5 por ciento.

5.4 MODELO HISTERETICO.

El modelo histerético incluido dentro de un programa de cómputo es parte fundamental para el desarrollo de cualquier análisis de una estructura. El programa IDARC2D incluye el modelo de Park de tres parámetros (Park, *et al*, 1987).

Se definió la variación de la respuesta inelástica al cambio de los parámetros que definen las propiedades del modelo, para ellos se propuso encontrar la respuesta suponiendo tres combinaciones de los tres parámetros como se describe en la Tabla 5.3.

NOMBRE	VALORES DE LOS TRES PÁRAMETRO	DESCRIPCIÓN
MH1	$\alpha=2.0$ $\beta=0.1$ $\gamma=0.5$	Este modelo representa los valores nominales de degradación de las propiedades, propuestos por el algoritmo del programa para el modelo de tres parámetros.
MH2	$\alpha=2.0$ $\beta=0.1$ $\gamma=1.0$	Este modelo es similar al modelo propuesto por Takeda.
MH2	$\alpha=2.0$ $\beta=0.0$ $\gamma=1.0$	Este modelo es muy similar al modelo trilineal de Fukada, donde solo considera una degradación en la rigidez.

Tabla 5.3 Descripción de los modelos histeréticos.

5.5 RESPUESTA HISTERETICA.

EL registro empleado para analizar el edificio es el sismo del 13 de Noviembre de 1989 en la estación UAPP en ciudad de México. A partir de ese acelerograma, se obtuvo la respuesta histerética de los elementos que forma la estructura. En el Apéndice A aparece el listado del resultado del análisis efectuado cuando se utilizó el modelo MH1. En las tablas se resumen la energía histerética disipada y índice daño de la estructura para cada modelo propuesto.

Elemento	MH1		MH2		MH3	
	Energía histerética	Indice de daño	Energía histerética	Indice de daño	Energía histerética	Indice de daño
Columna 1	0.409E+06	0.247	0.421E+06	0.209	0.494E+06	0.187
Columna 2	0.441E+06	0.480	0.368E+06	0.489	0.656E+06	0.405
Columna 3	0.411E+06	0.201	0.462E+06	0.204	0.522E+06	0.163
Columna 4	0.118E+06	0.117	0.174E+06	0.190	0.202E+06	0.147
Columna 5	0.102E+06	0.413	0.183E+06	0.527	0.245E+06	0.325
Columna 6	0.118E+06	0.187	0.122E+06	0.228	0.130E+06	0.336
Columna 7	0.610E+05	0.284	0.127E+06	0.165	0.221E+06	0.169
Columna 8	0.167E+06	0.364	0.626E+05	1.057	0.803E+05	0.810
Columna 9	0.186E+05	0.167	0.822E+05	0.284	0.103E+06	0.181
Viga 1	0.137E+06	0.462	0.140E+06	0.481	0.179E+06	0.391
Viga 2	0.140E+06	0.647	0.197E+06	0.735	0.207E+06	0.535
Viga 3	0.114E+06	0.465	0.926E+05	0.464	0.105E+06	0.447
Viga 4	0.737E+05	0.551	0.109E+06	1.165	0.137E+06	0.929
Viga 5	0.248E+05	0.110	0.106E+06	0.539	0.198E+06	0.462
Viga 6	0.734E+05	0.292	0.169E+06	0.714	0.225E+06	0.451

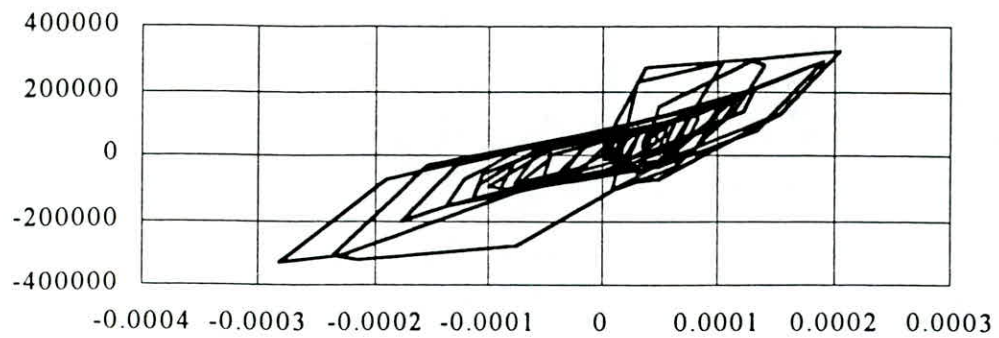
Tabla 5.4 Resumen de la energía histerética disipada y el índice de daño de cada elemento de la estructura.

MODELO HISTERETICO	INDICE DE DAÑO GLOBAL
MH1	0.343
MH2	0.422
MH3	0.342

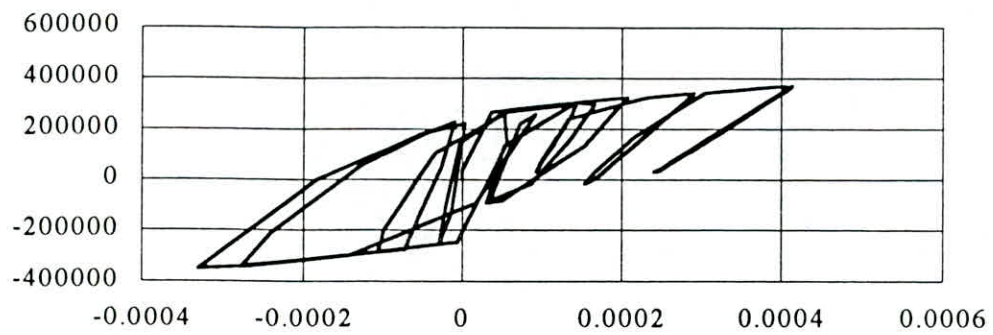
Tabla 5.5 Índice de daño global en la estructura para cada modelo propuesto.

Las figuras 5.3 y 5.4 muestra la respuesta histeréticas de los elementos que forman a la estructura para cada uno de los casos.

a) MH1



b) MH2



c) MH3

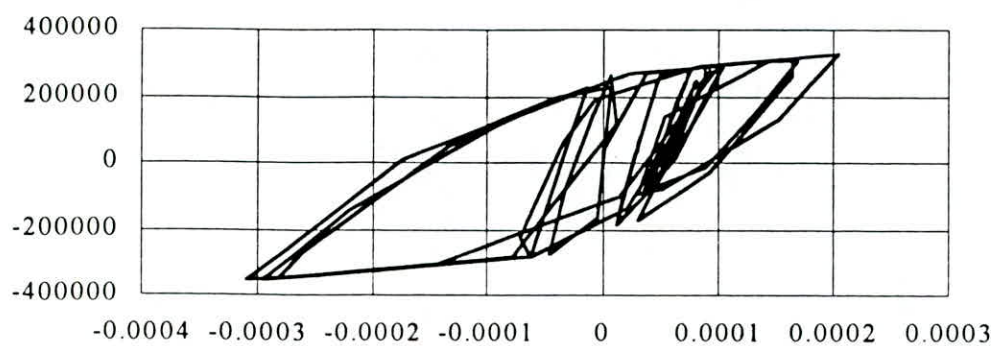
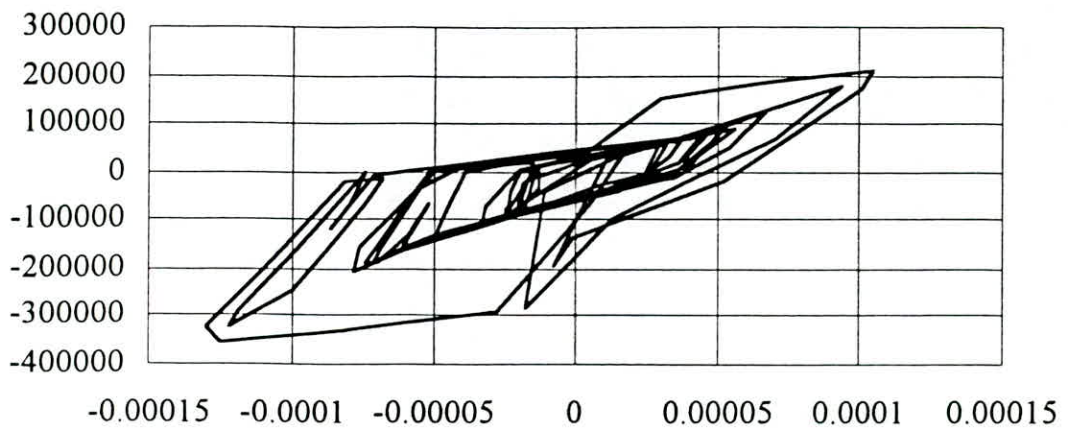
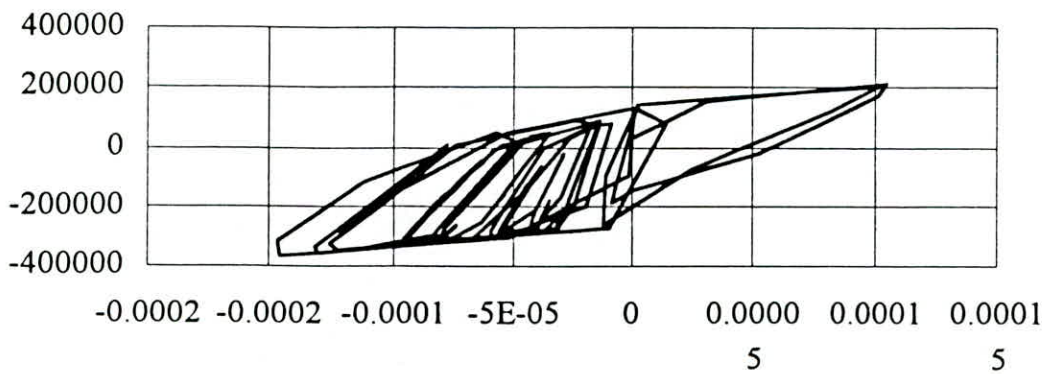


Figura 5.4 Respuesta histerética de la columna exterior del primer entrepiso (Momento-curvatura).

a) MH1



b) MH2



c) MH3

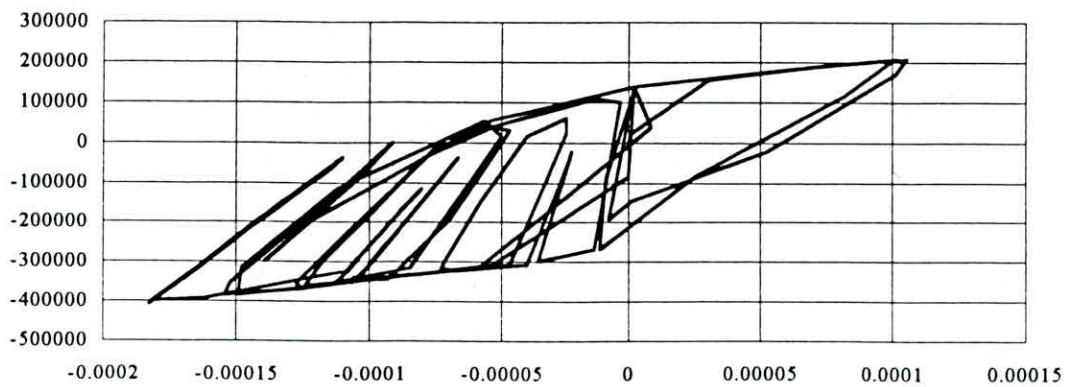


Figura 5.5 Respuesta histerética de una viga del primer entrepiso(Momento–curvatura).

6. CONCLUSIONES.

Las solicitaciones severas como los sismos le imponen a las estructuras deformaciones importantes. Surgen articulaciones plásticas que sólo pueden ser analizadas correctamente tomando en cuenta el comportamiento no lineal de los materiales constitutivos (concreto y acero) así como su interacción.

La necesidad de analizar estructuras de concreto reforzado, ha impulsado el desarrollo de modelos numéricos basados en leyes de comportamiento preestablecidas. Surgen así modelos de comportamiento cíclico que consideran ciertos fenómenos clave, entre ellos, la degradación de la rigidez a la carga y recarga y la reducción de la resistencia.

Un factor importante del análisis de respuesta inelástica es, sin duda, el modelo de comportamiento histerético. En la actualidad existe una gran variedad de ellos, algunos son muy sencillos y otros se rigen por un gran número de reglas.

En este trabajo se describieron algunos modelos histeréticos y algunas de las propiedades básicas para su definición.

Los modelos histeréticos toman en cuenta esencialmente, el deterioro de la resistencia y la degradación de la rigidez. Modelos más complejos abarcan otros tipos de comportamientos, tales como el comportamiento de apertura y cierre de grietas característica del concreto reforzado.

Las propiedades iniciales de los modelos histeréticos, se definen a partir de las propiedades de los materiales constitutivos obtenidas de las curvas de comportamiento bajo cargas monótonas. Una primera clasificación de los modelos histeréticos se puede hacer a partir del tipo de curva primaria que defina la envolvente del mismo. Las curvas pueden ser bilineales o trilineales.

En el capítulo 5 se realizó el análisis de respuesta inelástica de un edificio de tres niveles. La estructura en cuestión, fue diseñada para resistir un sismo de intensidad moderada. La aceleración máxima que se utilizó para realizar el análisis fue de 4.5g.

Con la ayuda del programa IDARC2D, se obtuvo la respuesta inelástica del edificio, para tres modelos histeréticos diferentes (ver tabla 5.3). En la tabla 6.1 se indica la cantidad de energía que se disipó en cada modelo utilizado. Esto se llevó a cabo en columnas, vigas y en forma global.

Modelo	Energía disipada por las columnas	Energía disipada por las vigas	Energía disipada total
MH1	1.8494×10^6	0.5638×10^6	2.4132×10^6
MH2	2.0056×10^6	0.8166×10^6	2.8222×10^6
MH3	2.6265×10^6	1.0544×10^6	3.6809×10^6

Tabla 6.1 Resumen de la energía disipada para cada uno de los modelos propuestos.

Los resultados obtenidos, demuestran que la cantidad de energía histerética disipada, ya sea de un elemento o de toda la estructura, es función de los valores que adopten los parámetros que definen al modelo. Para poder definir los valores de los parámetros es necesario

realizar una investigación y experimentación y llevar a cabo un ajuste de los mismos. Por esta razón es casi imposible determinar un valor nominal o específico de los parámetros para ser utilizados en todas las estructuras, ya que los valores de estos pueden variar de un elemento a otro en una misma estructura.

Otro resultado relacionado con la respuesta histerética, es la cantidad de daño que sufrió tanto la estructura en forma global, como cada elemento de ella, después de ser sometida al sismo. Para poder definir una cantidad de daño el programa de cómputo, define un índice de daño para cada elemento, para cada nivel y para toda la estructura.

De la información obtenida (Ver tablas 5.4 y 5.5), se pueden desprender las siguientes observaciones:

- La columna más dañada para los últimos dos casos fue la misma, no así para el primer caso.
- La viga más dañada para los últimos dos casos fue la misma, no así para el primer caso.
- Para el segundo caso se detectó que dos elementos habían fallado. Estos mismos elementos para el primer caso no fallaron, sin embargo, sufrieron un daño de considerable magnitud.
- El daño global que sufrió la estructura para cada uno de los casos se puede considerar como severo, sin ser un colapso. El daño mayor se presentó para el segundo caso.
- Para el caso particular en donde dos elementos se colapsaron, el índice global de la estructura indica que aunque los daños sí son severos no representan la falla.

Finalmente, la representación adecuada de la respuesta histerética de las estructuras de concreto reforzado, proporciona valiosa información sobre la resistencia y la capacidad de deformación durante la acción de los sismos. Esta información puede ser utilizada con fines de mejorar o establecer nuevas directrices de diseños sismo-resistente.

7. REFERENCIAS.

- Bazán, E. y Meli, R., (1998), "Diseño sísmico de edificios", LIMUSA.
- Bravo, H., Ponce, L., Suárez, G. y Zúñiga, R., (1988), "Potencial Sísmico de México", 1ª. Parte, Capítulo I. Estudios sobre sismicidad en el Valle de México. Departamento del Distrito Federal.
- Campos-Arias, D. y Esteva, L., (1997), "Modelo de comportamiento histerético y de daño para viga de concreto reforzado", XI Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Veracruz Veracruz, 1, 567-573.
- Chakrabarty, J., (1987), "Theory of plasticity", McGraw-Hill.
- Clough, R. W. y Penzien, J., (1993), "Dynamics of structures", McGraw-Hill.
- Cohn, M. Z., (1973), "Inelasticity and non-linearity in structural concrete", University of Waterloo Press.
- Colindres, R., (1993), "Dinámica de suelos y Estructuras", LIMUSA.
- Corona, G., (1996), "Análisis y diseño de edificios de concreto, ECOgc", Ing. Gerardo A. Corona Carlos.

- De Buen, O., (1992), "Estructuras de acero, comportamiento y diseño", LIMUSA:
- Dowrick, D. J., (1992), "Diseño de estructuras resistentes a sismos", LIMUSA.
- Gere, J. y Timoshenko, S., (1986), "Mecánica de materiales", Iberoamérica.
- Hodge, P. G., (1959), "Plastic analysis of structures", McGraw-Hill.
- Levi, E., (1996), "Elementos de mecánica del medio continuo", LIMUSA.
- Lin, T. H., (1968), "Theory of inelastic structures", John Wiley.
- Mase, G., (1977), "Mecánica del medio continuo (teoría y 360 problemas resueltos)", McGraw-Hill.
- McCormac, J., (1972), "Diseño de estructuras metálicas", Representaciones y servicios de ingeniería, S. A.
- Neville, A. M., (1989), " Tecnología del concreto", LIMUSA, Tomo 1.
- Neville, A. M., (1989), " Tecnología del concreto", LIMUSA, Tomo 2.
- Neville, A. M., (1989), " Tecnología del concreto", LIMUSA, Tomo 3.
- Otani, S., (1981), " Hysteresis Models of reinforced concrete for Earthquake response analysis", Journal of the Faculty of Engineering the University of Tokyo, Vol. 36, 2, pp. 123-159.
- Park, R. y Paulay, T., (1997), " Estructuras de concreto reforzado", LIMUSA.
- Park, T., Reinhorn, A.M. y Kunnath, S.K., (1987), "IDARC2D: inelastic damage analysis of reinforced concrete frame-shear-wall structures", technical Report NCEER-87-0008, Nat. Center for Earth. Eng. Res., State University of New York at Buffalo.
- Paulay, T. y Priestley, M. J. N., (1992), "Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings", John Wiley.
- Pérez, V., (1990), "El concreto armado en las estructuras, teoría elástica", TRILLAS.
- Pavón, V. M., (1998), "Los temblores de Tierra, el poder destructor de los sismos y los volcanes", IMCYC.
- Rosenblueth, E., (1982), "Diseño de estructuras resistentes a sismos", IMCYC.

- Saiidi, M., (1982), "Hysteresis models for reinforced concrete", Journal of structural engineering (ASCE), ST5, pp. 1077-1087.
- Sánchez, T., (1995), "Curso sobre seguridad sísmica de las construcciones para directores responsables de obra", CENAPRED.
- Spadea, G. y Bencardino, F., (1997), "Behavior of fiber-Reinforced concrete Beams under cyclic loading", Journal of structural engineering (ASCE), Vol. 123, 2, pp. 660-668.
- Takeda, T., Sozen, M. A. y Nielsen, N.N., (1970), "Reinforced concrete response to simulated earthquakes", Journal of structural engineering (ASCE), Vol. 96, 12, pp. 2557-2573.
- Torres, M. A., (1980), "Concreto, diseño plástico, teoría elástica", PATRIA, S. A.
- Urquhart, L. C., O'rourke, C. E. y Winter, G., (1962), "Proyecto y dimensionamiento de las estructuras de hormigón", REVERTE.
- Valles, R.E., Reinhorn, A.M., Kunnath, S.K., Li, C. y Madan, A., (1996), "IDARC2D Versión 4: A computer program for the inelastic damage analysis of building", technical Report NCEER-96-0010, State University of New York at Buffalo.

APENDICE A.

Se presenta los resultado del análisis empleando el modelo MH1:

INELASTIC DAMAGE ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

VERSION 4.0 (Beta Ver.)

STATE UNIVERSITY OF NEW YORK AT BUFFALO

DEPARTMENT OF CIVIL ENGINEERING

APRIL 1995

INPUT DATA:

TITLE: ANALISIS DE UN EDIFICIO DE TRES NIVELES

***** CONTROL DATA *****

NUMBER OF STORIES	3
NUMBER OF FRAMES	1
NO. OF TYPES OF CONCRETE	1
NO. OF TYPES OF STEEL	1
NO. OF TYPES OF MASONRY	0
P-DELTA EFFECTS	0 (=0, IGNORE; = 1, INCLUDE)
PLASTICITY MODEL.....	0 (=0, SPREAD = 1, CONCENTRATED PLASTICITY)
LINEAR SYSTEM SOLVER.....	0 (=0, CHOLESKY = 1, LU DECOMPOSITION)
COMPUTER PLATFORM	1 (=0, MAINFRAME; = 1, PC)

***** ELEMENT INFORMATION *****

NO. OF TYPES OF COLUMNS	4
NO. OF TYPES OF BEAMS	1
NO. OF TYPES OF SHEAR WALLS	0
NO. OF TYPES OF EDGE COLUMNS	0
NO. OF TYPES OF TRANSVERSE BEAMS	0
NO. OF TYPES OF DISCRETE SPRINGS	0
NO. OF TYPES OF VISCOUS DAMPERS	0
NO. OF TYPES OF FRICTION DAMPERS	0
NO. OF TYPES OF HYSTERETIC DAMPERS	0
NO. OF TYPES OF INFILL PANELS	0
NUMBER OF COLUMNS	9
NUMBER OF BEAMS	6
NUMBER OF SHEAR WALLS	0
NUMBER OF EDGE COLUMNS	0
NUMBER OF TRANSVERSE BEAMS	0
NUMBER OF DISCRETE SPRINGS	0
NUMBER OF MOMENT RELEASES	0
NUMBER OF BRACES	0
NUMBER OF INFILL PANELS	0

SYSTEM OF UNITS: MM, kN

***** STORY HEIGHTS *****

STORY	HEIGHT FROM BASE
3	10500.0000
2	7500.0000
1	4500.0000

***** WEIGHT DISTRIBUTION *****

STORY	FRAME	J-COORD. POSITION
		1 2 3
1	1	141.52 141.52 141.52
2	1	141.52 141.52 141.52
3	1	141.52 141.52 141.52

ENVELOPE PROPERTIES: PROGRAM GENERATED

***** CONCRETE PROPERTIES *****

TYPE	UNCONF COMPRESS STRENGTH	INITIAL ELASTIC MODULUS	STRAIN AT MAX COMP STRENGTH	TENSILE STRENGTH	ULTIMATE STRAIN	Z-FACTOR
1	.025	21.72	.003000	.0049	.000000	.0000

(DEFAULT DATA FOR EPSU AND ZF IS GENERATED AT ELEMENT INPUT LEVEL)

***** REINFORCEMENT PROPERTIES *****

TYPE	YIELD STRENGTH	ULTIMATE STRENGTH	YOUNGS MODULUS	MODULUS AT HARDENING	STRAIN AT HARDENING (%)
1	.412	.577	206.010	3.434	3.000

***** PROPERTIES FOR HYSTERETIC RULE *****

NO. OF TYPES OF HYSTERETIC RULES: 1

RULE NO.	STIFFNESS DEGRADING FACTOR	STRENGTH DEGRADING FACTOR (DUCTILITY)	STRENGTH DEGRADING FACTOR (ENERGY)	TARGET SLIP FACTOR	TYPE
1	2.000	.100	.100	.500	0

COLUMN PROPERTIES: PROGRAM GENERATED

***** COLUMN TYPES *****

COL. TYPE	SHAPE	CONC TYPE	STEEL TYPE	AXIAL LOAD	LENGTH	** RIGID ZONES ** (BOT) (TOP)
1	RECT.	1	1	300.32	4500.00	.00 300.00
2	RECT.	1	1	700.08	4500.00	.00 300.00
3	RECT.	1	1	200.22	3000.00	300.00 300.00
4	RECT.	1	1	400.70	3000.00	300.00 300.00

CROSS SECTION DATA- RECTANGULAR COLUMNS:

TYPE	REGION	HYS RULE	DEPTH	WIDTH	COVER	REINF. AREA	HOOP BAR DIAMETER	HOOP BAR SPACING	CONFINEMENT EFFECTIVENESS
1	TOP	1	400.00	400.00	65.40	1864.00	12.70	150.000	.500
	BOT	1	400.00	400.00	65.40	1864.00	12.70	150.000	.500
2	TOP	1	400.00	400.00	65.40	1160.00	12.70	150.000	.500
	BOT	1	400.00	400.00	65.40	1160.00	12.70	150.000	.500
3	TOP	1	400.00	400.00	65.40	1595.00	12.70	150.000	.500
	BOT	1	400.00	400.00	65.40	1595.00	12.70	150.000	.500
4	TOP	1	400.00	400.00	65.40	800.00	12.70	150.000	.500
	BOT	1	400.00	400.00	65.40	800.00	12.70	150.000	.500

BEAM PROPERTIES: PROGRAM GENERATED

***** BEAM TYPES *****

BEAM TYPE	CONC TYPE	STEEL TYPE	LENGTH	*** RIGID ZONES ***	
				(LEFT)	(RIGHT)
1	1	1	9000.00	200.00	200.00

CROSS-SECTION DATA:

TYPE	SIDE	HYS RULE	DEPTH WIDTH	WEB WIDTH	FLANGE DEPTH	SLAB	COVER	** REINF. AREA ** (BOT) (TOP)	STIRRUP DIA.	STIRRUP SPAC.
1	LEFT	1	600.00	300.00	.00	.00	59.00	790.00 1700.00	12.70	125.00
	RIGHT	1	600.00	300.00	.00	.00	59.00	660.00 1390.00	12.70	125.00

***** NODAL CONNECTIVITY INFORMATION *****

***** COLUMN ELEMENTS *****

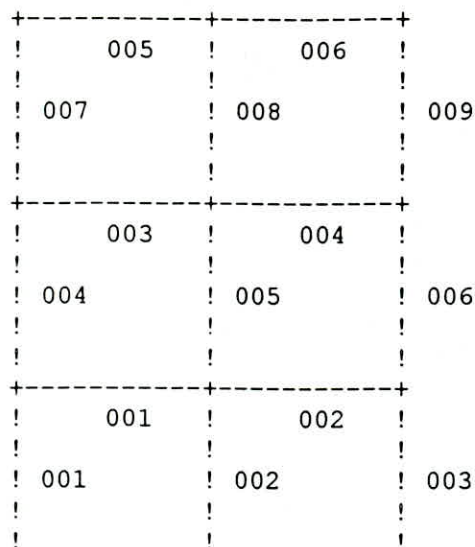
COL. NO.	TYPE	FRAME #	COL LINE	STORY # (BOT)	STORY # (TOP)
1	1	1	1	0	1
2	2	1	2	0	1
3	1	1	3	0	1
4	3	1	1	1	2
5	4	1	2	1	2
6	3	1	3	1	2
7	3	1	1	2	3
8	4	1	2	2	3
9	3	1	3	2	3

***** BEAM ELEMENTS *****

BEAM NO.	TYPE	STORY #	FRAME #	COL LINE (LEFT)	COL LINE (RIGHT)
1	1	1	1	1	2
2	1	1	1	2	3
3	1	2	1	1	2
4	1	2	1	2	3
5	1	3	1	1	2
6	1	3	1	2	3

***** FRAME ELEVATION AND ELEMENT TYPES *****

ELEVATION OF FRAME NO. 1



NOTATION:

- = BEAM
 ! = COLUMN
 W = SHEAR WALL
 I = EDGE COLUMN

NUMBERS INDICATE ELEMENT TYPES
 COLUMN TYPE NUMBERS ON RIGHT
 SHEAR WALL NUMBERS ON LEFT, AND
 EDGE COLUMN NUMBERS BELOW COLUMN TYPES

***** COLUMN PROPERTIES *****

NO.	LENGTH	REGION	HYST RULE	RIGID ZONE	FLEXURAL STIFFNESS	AXIAL STIFFNESS
1	4500.0000	TOP	1	.3000E+03	.3368E+11	.7721E+03
		BOT	1	.0000E+00	.3368E+11	.7721E+03
2	4500.0000	TOP	1	.3000E+03	.3144E+11	.7721E+03
		BOT	1	.0000E+00	.3144E+11	.7721E+03
3	4500.0000	TOP	1	.3000E+03	.3368E+11	.7721E+03
		BOT	1	.0000E+00	.3368E+11	.7721E+03
4	3000.0000	TOP	1	.3000E+03	.3106E+11	.1158E+04
		BOT	1	.3000E+03	.3106E+11	.1158E+04
5	3000.0000	TOP	1	.3000E+03	.2843E+11	.1158E+04
		BOT	1	.3000E+03	.2843E+11	.1158E+04
6	3000.0000	TOP	1	.3000E+03	.3106E+11	.1158E+04
		BOT	1	.3000E+03	.3106E+11	.1158E+04
7	3000.0000	TOP	1	.3000E+03	.3106E+11	.1158E+04
		BOT	1	.3000E+03	.3106E+11	.1158E+04
8	3000.0000	TOP	1	.3000E+03	.2843E+11	.1158E+04
		BOT	1	.3000E+03	.2843E+11	.1158E+04
9	3000.0000	TOP	1	.3000E+03	.3106E+11	.1158E+04
		BOT	1	.3000E+03	.3106E+11	.1158E+04

NO.	SECT	PCP	PYP	UYP	UUP	EI3P	PCN	PYN	UYN	UUN	EI3N
1	TOP	.144E+06	.263E+06	.227E-04	.728E-03	.342E+09	-.144E+06	-.263E+06	-.227E-04	-.728E-03	.3420E+09
	BOT	.144E+06	.263E+06	.227E-04	.396E-02	.342E+09	-.144E+06	-.263E+06	-.227E-04	-.396E-02	.3420E+09
2	TOP	.130E+06	.236E+06	.212E-04	.679E-03	.124E+09	-.130E+06	-.236E+06	-.212E-04	-.679E-03	.1248E+09
	BOT	.130E+06	.236E+06	.212E-04	.286E-02	.124E+09	-.130E+06	-.236E+06	-.212E-04	-.286E-02	.1248E+09
3	TOP	.144E+06	.263E+06	.227E-04	.728E-03	.342E+09	-.144E+06	-.263E+06	-.227E-04	-.728E-03	.3420E+09
	BOT	.144E+06	.263E+06	.227E-04	.396E-02	.342E+09	-.144E+06	-.263E+06	-.227E-04	-.396E-02	.3420E+09
4	TOP	.120E+06	.219E+06	.194E-04	.623E-03	.322E+09	-.120E+06	-.219E+06	-.194E-04	-.623E-03	.3229E+09
	BOT	.120E+06	.219E+06	.194E-04	.357E-02	.322E+09	-.120E+06	-.219E+06	-.194E-04	-.357E-02	.3229E+09
5	TOP	.867E+05	.157E+06	.192E-04	.616E-03	.163E+09	-.867E+05	-.157E+06	-.192E-04	-.616E-03	.1634E+09
	BOT	.867E+05	.157E+06	.192E-04	.361E-02	.163E+09	-.867E+05	-.157E+06	-.192E-04	-.361E-02	.1634E+09
6	TOP	.120E+06	.219E+06	.194E-04	.623E-03	.322E+09	-.120E+06	-.219E+06	-.194E-04	-.623E-03	.3229E+09
	BOT	.120E+06	.219E+06	.194E-04	.357E-02	.322E+09	-.120E+06	-.219E+06	-.194E-04	-.357E-02	.3229E+09
7	TOP	.120E+06	.219E+06	.194E-04	.623E-03	.322E+09	-.120E+06	-.219E+06	-.194E-04	-.623E-03	.3229E+09
	BOT	.120E+06	.219E+06	.194E-04	.357E-02	.322E+09	-.120E+06	-.219E+06	-.194E-04	-.357E-02	.3229E+09
8	TOP	.867E+05	.157E+06	.192E-04	.616E-03	.163E+09	-.867E+05	-.157E+06	-.192E-04	-.616E-03	.1634E+09
	BOT	.867E+05	.157E+06	.192E-04	.361E-02	.163E+09	-.867E+05	-.157E+06	-.192E-04	-.361E-02	.1634E+09
9	TOP	.120E+06	.219E+06	.194E-04	.623E-03	.322E+09	-.120E+06	-.219E+06	-.194E-04	-.623E-03	.3229E+09
	BOT	.120E+06	.219E+06	.194E-04	.357E-02	.322E+09	-.120E+06	-.219E+06	-.194E-04	-.357E-02	.3229E+09

***** BEAM PROPERTIES *****

NO.	LENGTH	REGION	HYST RULE	RIGID ZONE	FLEXURAL STIFFNESS
1	9000.0000	LEFT	1	.2000E+03	.7392E+11
		RGHT	1	.2000E+03	.7269E+11
2	9000.0000	LEFT	1	.2000E+03	.7392E+11
		RGHT	1	.2000E+03	.7269E+11
3	9000.0000	LEFT	1	.2000E+03	.7392E+11
		RGHT	1	.2000E+03	.7269E+11
4	9000.0000	LEFT	1	.2000E+03	.7392E+11
		RGHT	1	.2000E+03	.7269E+11
5	9000.0000	LEFT	1	.2000E+03	.7392E+11
		RGHT	1	.2000E+03	.7269E+11
6	9000.0000	LEFT	1	.2000E+03	.7392E+11
		RGHT	1	.2000E+03	.7269E+11

NO	SECT	PCP	PYP	UYP	UUP	EI3P	PCN	PYN	UYN	UUN	EI3N
1	LEFT	.901E+05	.163E+06	.79E-05	.253E-03	.483E+09	-.188E+06	-.342E+06	-.145E-04	-.465E-03	.809E+09
	RGHT	.758E+05	.137E+06	.73E-05	.233E-03	.418E+09	-.154E+06	-.281E+06	-.122E-04	-.391E-03	.741E+09
2	LEFT	.901E+05	.163E+06	.79E-05	.253E-03	.483E+09	-.188E+06	-.342E+06	-.145E-04	-.465E-03	.809E+09
	RGHT	.758E+05	.137E+06	.73E-05	.233E-03	.418E+09	-.154E+06	-.281E+06	-.122E-04	-.391E-03	.741E+09
3	LEFT	.901E+05	.163E+06	.79E-05	.253E-03	.483E+09	-.188E+06	-.342E+06	-.145E-04	-.465E-03	.809E+09
	RGHT	.758E+05	.137E+06	.73E-05	.233E-03	.418E+09	-.154E+06	-.281E+06	-.122E-04	-.391E-03	.741E+09
4	LEFT	.901E+05	.163E+06	.79E-05	.253E-03	.483E+09	-.188E+06	-.342E+06	-.145E-04	-.465E-03	.809E+09
	RGHT	.758E+05	.137E+06	.73E-05	.233E-03	.418E+09	-.154E+06	-.281E+06	-.122E-04	-.391E-03	.741E+09
5	LEFT	.901E+05	.163E+06	.79E-05	.253E-03	.483E+09	-.188E+06	-.342E+06	-.145E-04	-.465E-03	.809E+09
	RGHT	.758E+05	.137E+06	.73E-05	.233E-03	.418E+09	-.154E+06	-.281E+06	-.122E-04	-.391E-03	.741E+09
6	LEFT	.901E+05	.163E+06	.79E-05	.253E-03	.483E+09	-.188E+06	-.342E+06	-.145E-04	-.465E-03	.809E+09
	RGHT	.758E+05	.137E+06	.73E-05	.233E-03	.418E+09	-.154E+06	-.281E+06	-.122E-04	-.391E-03	.741E+09

***** EIGEN VECTORS (MASS NORMALIZED) *****

STORY	1	2	3
3	2.355	-2.156	1.165
2	2.018	.789	-2.619
1	1.391	2.507	1.827

***** END OF MODAL ANALYSIS *****

SEQUENCE OF COMPONENT CRACKING/YIELDING

CURRENT TIME: .1250

COLUMN 2: CRACK INITIATED AT BOT
BEAM 2: CRACK INITIATED AT RGHT

CURRENT TIME: .1300

COLUMN 1: CRACK INITIATED AT BOT
COLUMN 2: CRACK INITIATED AT TOP
COLUMN 3: CRACK INITIATED AT BOT
BEAM 1: CRACK INITIATED AT RGHT

CURRENT TIME: .1350

COLUMN 1: CRACK INITIATED AT TOP
COLUMN 3: CRACK INITIATED AT TOP

CURRENT TIME: .1550

COLUMN 2: YIELDING DETECTED AT BOT
COLUMN 5: CRACK INITIATED AT TOP
BEAM 1: CRACK INITIATED AT LEFT
BEAM 2: YIELDING DETECTED AT RGHT

CURRENT TIME: .1600

COLUMN 1: YIELDING DETECTED AT BOT
BEAM 1: YIELDING DETECTED AT RGHT

CURRENT TIME: .1650

COLUMN 3: YIELDING DETECTED AT BOT
BEAM 2: CRACK INITIATED AT LEFT

CURRENT TIME: .1750

COLUMN 2: YIELDING DETECTED AT TOP

CURRENT TIME: .1800

COLUMN 5: CRACK INITIATED AT BOT
COLUMN 6: CRACK INITIATED AT BOT

CURRENT TIME: .1850

COLUMN 1: YIELDING DETECTED AT TOP
 COLUMN 4: CRACK INITIATED AT TOP
 BEAM 3: CRACK INITIATED AT RGHT

CURRENT TIME: .1900

COLUMN 3: YIELDING DETECTED AT TOP
 COLUMN 5: YIELDING DETECTED AT TOP
 BEAM 4: CRACK INITIATED AT RGHT

CURRENT TIME: .2000

COLUMN 6: CRACK INITIATED AT TOP

CURRENT TIME: .2150

COLUMN 8: CRACK INITIATED AT TOP

CURRENT TIME: .2250

BEAM 3: CRACK INITIATED AT LEFT

CURRENT TIME: .2300

BEAM 4: YIELDING DETECTED AT RGHT
 BEAM 6: CRACK INITIATED AT RGHT

CURRENT TIME: .2350

COLUMN 5: YIELDING DETECTED AT BOT
 COLUMN 8: CRACK INITIATED AT BOT
 BEAM 3: YIELDING DETECTED AT RGHT

CURRENT TIME: .2400

BEAM 1: YIELDING DETECTED AT LEFT
 BEAM 5: CRACK INITIATED AT RGHT

CURRENT TIME: .2500

BEAM 4: CRACK INITIATED AT LEFT

CURRENT TIME: .2550

COLUMN 4: YIELDING DETECTED AT TOP

CURRENT TIME: .2800

COLUMN 8: YIELDING DETECTED AT TOP

CURRENT TIME: .3200

COLUMN 6: YIELDING DETECTED AT TOP

CURRENT TIME: .3650
BEAM 2: YIELDING DETECTED AT LEFT
CURRENT TIME: .4600
COLUMN 7: CRACK INITIATED AT TOP
CURRENT TIME: .4850
COLUMN 4: CRACK INITIATED AT BOT
CURRENT TIME: .5050
COLUMN 9: CRACK INITIATED AT BOT
CURRENT TIME: .5100
COLUMN 9: CRACK INITIATED AT TOP
CURRENT TIME: .5250
COLUMN 4: YIELDING DETECTED AT BOT
CURRENT TIME: .5350
COLUMN 8: YIELDING DETECTED AT BOT
CURRENT TIME: .5450
BEAM 5: CRACK INITIATED AT LEFT
CURRENT TIME: .5700
BEAM 6: YIELDING DETECTED AT RGHT
CURRENT TIME: .5950
COLUMN 7: YIELDING DETECTED AT TOP
CURRENT TIME: .6150
COLUMN 7: CRACK INITIATED AT BOT
CURRENT TIME: .7550
COLUMN 6: YIELDING DETECTED AT BOT
CURRENT TIME: .7700
BEAM 6: CRACK INITIATED AT LEFT
CURRENT TIME: .7800
BEAM 3: YIELDING DETECTED AT LEFT

CURRENT TIME: .7850

BEAM 4: YIELDING DETECTED AT LEFT

CURRENT TIME: 1.5300

COLUMN 7: YIELDING DETECTED AT BOT

CURRENT TIME: 1.5650

COLUMN 9: YIELDING DETECTED AT TOP

CURRENT TIME: 2.9100

BEAM 5: YIELDING DETECTED AT LEFT

CURRENT TIME: 3.2000

COLUMN 9: YIELDING DETECTED AT BOT

CURRENT TIME: 6.5800

BEAM 4: FAILURE INITIATED AT RGHT !!!

***** MAXIMUM RESPONSE *****

 STORY STORY SHEAR DRIFT RATIO(%) STORY DRIFT DISPLACEMENT VEL. ACCEL. STORY VELOCITY DRIFT
 NO.

3	883.62	9.06	271.7822	1303.2613	5206.4079	10493.8457	1522.7176
2	1080.16	12.98	389.3773	1251.9908	5470.0074	10392.6623	1749.9337
1	986.48	23.71	1067.1599	1067.1599	4755.4968	16818.4876	4755.4968

***** MAXIMUM FORCES *****
(TIME AT MAXIMUM)

*** COLUMNS ***

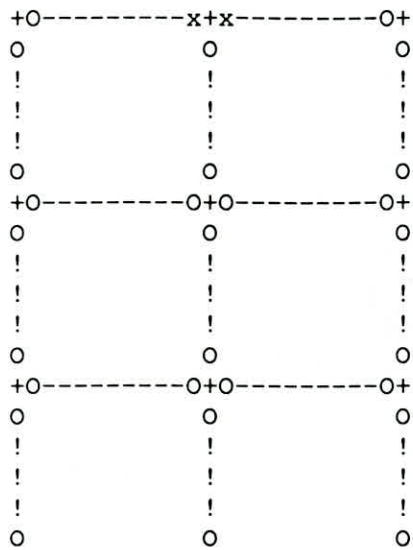
NO.	MOMENT (+)	MOMENT (-)	SHEAR (+)	SHEAR (-)	AXIAL (TENS)	AXIAL (COMP)	MOMENT (+)	DEMAND/CAPACITY (-)
1 BOT	.4293E+06	-.3590E+06	.1842E+03	-.1625E+03	.0000E+00	-.4725E+03	1.630	1.363
	(2.68)	(.43)	(2.68)	(.41)	(.00)	(1.10)		
TOP	.3240E+06	-.3445E+06					.230	1.308
	(.41)	(2.67)						
2 BOT	.3021E+06	-.2781E+06	.1368E+03	-.1307E+03	.0000E+00	-.7306E+03	1.278	1.176
	(2.69)	(.43)	(1.98)	(.43)	(.00)	(2.28)		
TOP	.2707E+06	-.2770E+06					1.145	1.172
	(.43)	(1.91)						
3 BOT	.3962E+06	-.3575E+06	.1770E+03	-.1607E+03	.0000E+00	-.4736E+03	1.504	1.357
	(2.68)	(.43)	(2.67)	(.41)	(.00)	(2.08)		
TOP	.3181E+06	-.3507E+06					1.207	1.331
	(.41)	(1.95)						
4 BOT	.2443E+06	-.2355E+06	.1399E+03	-.2263E+03	.0000E+00	-.3161E+03	1.115	1.075
	(4.27)	(1.19)	(2.14)	(1.16)	(.00)	(4.67)		
TOP	.3104E+06	-.1349E+06					1.417	.616
	(1.15)	(2.10)						
5 BOT	.2387E+06	-.2190E+06	.1798E+03	-.1816E+03	.0000E+00	-.4281E+03	1.514	1.389
	(2.16)	(1.18)	(2.09)	(1.18)	(.00)	(1.35)		
TOP	.2168E+06	-.2136E+06					1.375	1.355
	(1.18)	(2.07)						
6 BOT	.2644E+06	-.9478E+05	.2089E+03	-.1350E+03	.0000E+00	-.3144E+03	1.207	.433
	(2.19)	(3.85)	(2.14)	(1.19)	(.00)	(2.20)		
TOP	.2956E+06	-.2387E+06					1.349	1.090
	(1.18)	(2.14)						
7 BOT	.2559E+06	-.1356E+06	.1608E+03	-.1510E+03	.0000E+00	-.2606E+03	1.168	.619
	(9.75)	(.64)	(4.22)	(.63)	(.00)	(2.60)		
TOP	.3166E+06	-.1401E+06					1.445	.639
	(6.64)	(4.20)						
8 BOT	.2202E+06	-.1999E+06	.1747E+03	-.1699E+03	.0000E+00	-.4041E+03	1.396	1.268
	(2.98)	(1.29)	(2.99)	(1.29)	(.00)	(.21)		
TOP	.2084E+06	-.1991E+06					1.322	1.263
	(4.62)	(2.99)						
9 BOT	.1319E+06	-.2287E+06	.1411E+03	-.1372E+03	.0000E+00	-.2613E+03	.602	1.044
	(1.17)	(3.27)	(1.58)	(6.65)	(.00)	(2.95)		
TOP	.1627E+06	-.2778E+06					.743	1.268
	(1.22)	(4.21)						

*** BEAMS ***

NO.	MOMENT (+)	MOMENT (-)	SHEAR (+)	SHEAR (-)	MOMENT (+)	DEMAND/CAPACITY (-)
1 LEFT	.2688E+06	-.3805E+06	.6681E+02	-.6422E+02	1.639	1.110
	(2.03)	(.48)				
RGHT	.1730E+06	-.3061E+06			1.256	1.089
	(13.31)	(2.02)				
2 LEFT	.2104E+06	-.3497E+06	.6637E+02	-.6556E+02	1.283	1.020
	(2.02)	(.44)				
RGHT	.2142E+06	-.3651E+06			1.555	1.299
	(.44)	(2.07)				
3 LEFT	.2558E+06	-.3558E+06	.5992E+02	-.6032E+02	1.560	1.038
	(2.24)	(1.19)				
RGHT	.1803E+06	-.2732E+06			1.309	.972
	(6.62)	(2.10)				
4 LEFT	.1898E+06	-.3157E+06	.5482E+02	-.5973E+02	1.158	.921
	(2.10)	(1.19)				
RGHT	.2370E+06	-.2941E+06			1.721	1.046
	(6.63)	(2.19)				
5 LEFT	.1818E+06	-.3404E+06	.3232E+02	-.5122E+02	1.109	.993
	(4.21)	(6.64)				
RGHT	.1369E+06	-.1013E+06			.994	.360
	(4.58)	(2.94)				
6 LEFT	.1627E+06	-.1492E+06	.5330E+02	-.3736E+02	.992	.435
	(2.93)	(1.28)				
RGHT	.1721E+06	-.2995E+06			1.250	1.066
	(1.29)	(4.21)				

***** DAMAGED STATE OF FRAMES *****

FINAL STATE OF FRAME NO. 1



NOTATION:

- = BEAM
 ! = COLUMN
 W = SHEAR WALL
 I = EDGE COLUMN

x = YIELD
 O = SEVERE YIELD
 FOR EDGE COLS: C: COMPRESSION
 T: TENSION
 O: TENSILE YIELD

***** DAMAGE ANALYSIS *****

***** MODIFIED PARK-ANG-WEN MODEL *****

***** DAMAGE DATA: COLUMNS

=====

NO.	*DEFORMATION*		***STRENGTH***		HYST. ENERGY	TOTAL DAMAGE
	BOT	TOP	BOT	TOP		
1	.146	.394	.025	.052	.4097E+06	.247
2	.200	.663	.031	.112	.4418E+06	.480
3	.146	.255	.027	.043	.4111E+06	.201
4	.093	.318	.020	.003	.1185E+06	.117
5	.097	.685	.013	.067	.1026E+06	.413
6	.145	.689	.019	.005	.1188E+06	.187
7	.072	.457	.005	.030	.6108E+05	.284
8	.072	.506	.019	.118	.1672E+06	.364
9	.087	.361	.002	.005	.1863E+05	.167

DAMAGE DATA: BEAMS

=====

NO.	**DEFORMATION**		***STRENGTH***		HYST. ENERGY	TOTAL DAMAGE
	LEFT	RIGHT	LEFT	RIGHT		
1	.370	.133	.131	.021	.1372E+06	.462
2	.120	.536	.016	.173	.1400E+06	.647
3	.342	.083	.123	.000	.1145E+06	.465
4	.060	.451	.000	.102	.7377E+05	.551
5	.083	.034	.027	.000	.2488E+05	.110
6	.035	.190	.000	.102	.7349E+05	.292

***** RESULTS OF DAMAGE ANALYSIS *****

DAMAGE INDEX STATISTICS OF FRAME NO. 1

! 0.11 ! 0.29 !
! (0.07) ! (0.21) !
!0.28 !0.36 !0.17
! (.18) ! (.48) ! (.05)
! ! !
! 0.46 ! 0.55 !
! (0.22) ! (0.14) !
!0.12 !0.41 !0.19
! (.22) ! (.19) ! (.22)
! ! !
! 0.46 ! 0.65 !
! (0.09) ! (0.09) !
!0.25 !0.48 !0.20
! (.27) ! (.29) ! (.27)
! ! !

VALUES IN PARANTHESIS INDICATE ENERGY RATIOS

***** STORY LEVEL DAMAGE INDICES *****

STORY	BEAM-SLAB DAMAGE	COL-WALL DAMAGE	WEIGHTING FACTOR
3	.070	.235	.143
2	.178	.149	.219
1	.100	.257	.638
OVERALL STRUCTURAL DAMAGE :		.343	