



Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla

Centro Interdisciplinario de Posgrados

Investigación y Consultoría

Departamento de Ingeniería

Doctorado en Ingeniería Mecatrónica

**Control Difuso Tipo 2 en el Enfoque de Lyapunov Aplicado
a un Servomecanismo**

Tesis que para obtener el grado de

Doctor en Ingeniería Mecatrónica

Presenta

Rosalío Farfán Martínez

Puebla, México

14 de febrero de 2019



UPAEP – Secretaría General

Dirección General de Apoyos Académicos

Dirección del Centro de Recursos para el Aprendizaje y la Investigación.

Biblioteca Central - **Karol Wojtyla**

Tesis Digitales Restricciones de uso:

DERECHOS RESERVADOS ©

PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de textos, imágenes, gráficas, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente de donde la obtuvo mencionando el autor o autores involucrados en el documento.

Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla

Centro Interdisciplinario de Posgrados

Investigación y Consultoría

Departamento de Ingeniería

Doctorado en Ingeniería Mecatrónica

Se aprueba la Tesis:

Control Difuso Tipo 2 en el Enfoque de Lyapunov Aplicado
a un Servomecanismo

Rosalío Farfán Martínez

Comité de Tesis Doctoral


Dr. Omar Aguilar Mejía

Director de Tesis



Dra. Georgina G. Rosas González

Secretario



Dr. Luis Rosales Roldan

Vocal

Puebla, México

14 de febrero de 2019

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mi asesor de Tesis, Dr. Omar Aguilar Mejía por todo su apoyo y sus consejos para poder culminar esta etapa importante de mi formación profesional.

A la Dra. Georgina Guadalupe Rosas González, por toda la orientación y el apoyo brindado para terminar de manera exitosa este trabajo.

A la Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla (UPAEP) por la calidad de enseñanza y de conocimientos que me brindaron todos los profesores. Sin duda alguna es una de las mejores universidades de México.

A la Universidad Tecnológica de Campeche por apoyarme decididamente en este proyecto, estaré eternamente agradecido por esta oportunidad de superarme profesionalmente.

A la educación pública y privada de México, ya que yo soy un claro ejemplo de los resultados de ambos sistemas de educación.

DEDICATORIAS

Este logro se lo dedico a mi familia, a mi esposa Luz del Alba y a mi hija Monserrat Argentina, por todo el apoyo y la paciencia que me brindaron a lo largo de este tiempo de esfuerzo y dedicación.

De manera especial a Dios por ser tan misericordioso conmigo y por no estar presente en todas las cosas...bueno, él siempre ha sabido lo que le quiero decir.

A todos los profesores que me han brindado sus conocimientos a lo largo de toda mi formación académica, desde la primaria hasta el día de hoy, estoy infinitamente agradecido por sus consejos y sus enseñanzas.

Al Dr. José Antonio Ruz Hernández, Rector de la Universidad Autónoma del Carmen (UNACAR) quien fue el que me orientó en el camino de la investigación sobre el área del Control Automático.

Al Dr. Dionisio Suárez Cerda del Instituto de Investigaciones Eléctricas (IIE) quien me enseñó habilidades de programación para la implementación de esquemas de control.

Probablemente este sea el último grado académico que logre, así que a todos mis sinceras gracias por todo su apoyo, estoy infinitamente agradecido con ustedes.

¡Hasta siempre!

ÍNDICE GENERAL

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1-ANTECEDENTES	2
1.2-DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	6
1.2.1-ESQUEMA DE CONTROL.....	8
1.2.2-METODOLOGÍA	9
1.3-OBJETIVO GENERAL	9
1.4-OBJETIVOS PARTICULARES	9
1.5-ESTRUCTURA DE LA TESIS.....	9
CAPÍTULO 2. FUNDAMENTOS DE LÓGICA DIFUSA.....	11
2.1-INTRODUCCIÓN	11
2.2-CONJUNTOS CLÁSICOS Y CONJUNTOS DIFUSOS.....	12
2.3-OPERACIONES CON CONJUNTOS DIFUSOS	14
2.3.1-UNIÓN DIFUSA – NORMA S.....	15
2.3.2-INTERSECCIÓN DIFUSA – NORMA T.....	16
2.3-VARIABLES LINGÜÍSTICAS Y REGLAS SI-ENTONCES	17
2.4-SISTEMAS DIFUSOS.....	18
2.4.1-SISTEMAS DIFUSOS PUROS	19
2.4.2-SISTEMAS DIFUSOS TAKAGI-SUGENO (T-S).....	20
2.4.3-SISTEMAS DIFUSOS MAMDANI	22
2.5-LÓGICA DIFUSA TIPO 2.....	23
2.6-OPERACIONES CON CONJUNTOS DIFUSOS TIPO 2.....	24
2.7-SISTEMAS DIFUSOS TIPO 2	25
2.7.1-SISTEMA DIFUSO TIPO 2 MAMDANI	25
2.7.2-SISTEMA DIFUSO TIPO 2 TAKAGI-SUGENO (T-S).....	29
CAPÍTULO 3. SÍSTESIS DIFUSA DE LYAPUNOV	31
3.1-INTRODUCCIÓN	31
3.2-SÍNTESIS DIFUSA DE LYAPUNOV	31
3.3-MODELO MATEMÁTICO DEL SISTEMA	32
3.4-DISEÑO DEL CONTROLADOR TIPO MAMDANI PARA LA VELOCIDAD	33
3.5-DISEÑO DEL CONTROLADOR TIPO MAMDANI PARA LA POSICION.	34
3.6-PARÁMETROS DEL SISTEMA.....	35
3.7-CONJUNTOS DIFUSOS.....	36

3.8-CRITERIOS DE DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES	37
3.9-CAJA DE HERRAMIENTAS EMPLEADA PARA EL DISEÑO DE LOS CONTROLADORES	37
CAPÍTULO 4. RESULTADOS OBTENIDOS	39
4.1.-INTRODUCCIÓN	39
4.2-CONTROL DE VELOCIDAD PARA CARGA MÍNIMA (1 DISCO)	39
4.3-CONTROL DE VELOCIDAD PARA CARGA MEDIA (2 DISCOS)	41
4.4-CONTROL DE VELOCIDAD PARA CARGA MÁXIMA (3 DISCOS).....	43
4.5-CONTROL DE POSICIÓN PARA CARGA MÍNIMA (1 DISCO).....	45
4.6-CONTROL DE POSICIÓN PARA CARGA MEDIA (2 DISCOS)	47
4.7-CONTROL DE POSICIÓN PARA CARGA MÁXIMA (3 DISCOS)	49
CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO	51
5.1.-CONCLUSIONES	51
5.2.-TRABAJO FUTURO.....	52
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	53

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3.1. Parámetros del servomotor	36
Tabla 4.1. Índices de desempeño de los controladores carga mínima (Velocidad)	41
Tabla 4.2. Índices de desempeño de los controladores carga media (Velocidad)	42
Tabla 4.3. Índices de desempeño de los controladores carga máxima (Velocidad).....	44
Tabla 4.4. Índices de desempeño de los controladores carga mínima (Posición)	46
Tabla 4.5. Índices de desempeño de los controladores carga media (Posición)	48
Tabla 4.6. Índices de desempeño de los controladores carga máxima (Posición).....	50

ÍNDICE DE GRÁFICAS Y FIGURAS

Figura 1.1. Servomecanismo.....	6
Figura 1.2. Esquema del Servomecanismo	7
Figura 1.3. Esquema de control propuesto.....	8
Figura 2.1. Funciones de pertenencia	14
Figura 2.2. Conjuntos difusos para la velocidad del carro	18
Figura 2.3. Sistema Difuso Puro (configuración básica).....	19
Figura 2.4. Sistema Difuso T-S (configuración básica)	22
Figura 2.5. Sistema Difuso Mamdani (configuración básica).....	23
Figura 2.6. Conjunto difuso tipo 2	24
Figura 2.7. Componentes de un sistema difuso tipo 2	25
Figura 2.8. Inferencia para una regla difusa tipo 2.....	26
Figura 3.1. Esquema de control para la velocidad angular	34
Figura 3.2. Esquema de control para la posición angular	35
Figura 3.3. Conjuntos difusos para la señal del error	36
Figura 3.4. Conjuntos difusos para la señal de la derivada del error.....	37
Figura 3.5. Conjuntos difusos para la señal w	37
Figura 3.6. Editor principal de la caja de herramientas	38
Figura 4.1. Seguimiento de la trayectoria para carga mínima (Velocidad)	39
Figura 4.2. Error de seguimiento de la trayectoria para carga mínima (Velocidad) ..	40
Figura 4.3. Señales de control para carga mínima (Velocidad)	40
Figura 4.4. Derivadas de la Función de Lyapunov para carga mínima (Velocidad) ..	40
Figura 4.5. Seguimiento de la trayectoria para carga media (Velocidad).....	41
Figura 4.6. Error de seguimiento de la trayectoria para carga media (Velocidad)	41
Figura 4.7. Señales de control para carga media (Velocidad)	42
Figura 4.8. Derivadas de la Función de Lyapunov para carga media (Velocidad)	42
Figura 4.9. Seguimiento de la trayectoria para carga máxima (Velocidad)	43
Figura 4.10. Error de seguimiento de trayectoria para carga máxima (Velocidad) ...	43

Figura 4.11. Señales de control para carga máxima (Velocidad).....	44
Figura 4.12. Derivadas de la Función de Lyapunov carga máxima (Velocidad).....	44
Figura 4.13. Seguimiento de la trayectoria para carga mínima (Posición).....	45
Figura 4.14. Error de seguimiento de trayectoria para carga mínima (Posición).....	45
Figura 4.15. Señales de control para carga mínima (Posición)	46
Figura 4.16. Derivadas de la Función de Lyapunov carga mínima (Posición)	46
Figura 4.17. Seguimiento de la trayectoria para carga media (Posición).....	47
Figura 4.18. Error de seguimiento de trayectoria para carga media (Posición)	47
Figura 4.19. Señales de control para carga media (Posición).....	48
Figura 4.20. Derivadas de la Función de Lyapunov carga media (Posición)	48
Figura 4.21. Seguimiento de la trayectoria para carga máxima (Posición)	49
Figura 4.22. Error de seguimiento de trayectoria para carga máxima (Posición)	49
Figura 4.23. Señales de control para carga máxima (Posición)	50
Figura 4.24. Derivadas de la Función de Lyapunov carga máxima (Posición).....	50

ABSTRACT

Fuzzy systems are used in many scientific and engineering applications, mainly in the area of automatic control and pattern recognition. In the Development of this thesis an alternative of control for the servomotors that combines a technique of intelligent control and one of classic control to control the speed and the position is presented; a candidate function of Lyapunov is proposed and analyzed to guarantee the stability of the controller. The results are compared with a similar control technique applied to the same system.

This work presents the design of a controller that uses a Lyapunov candidate function to systematically obtain the rules of a fuzzy type 2 controller. The design of the controller rule base uses only the error signals and the error derivative. Once the fuzzy type 2 controller is designed, the control law that will allow the tracking of a sinusoidal reference is determined. Likewise, the performance analysis is presented to determine the value of the separation interval of the type 2 membership functions.

The results obtained with the proposed controller for tracking the trajectory are compared against those obtained with a PI classic controller recommended by the manufacturer for this type of applications and against a diffuse type 1 controller acting in similar situations. Three scenarios of simulation, minimum load, average load and maximum load are presented.

The aforementioned control schemes are applied to control the speed and position of the servomechanism, under the three possible simulation scenarios. The proposed controller shows better performance indices based on the error to compare the operation of the three controllers. The results are presented at simulation level and are successful.

RESUMEN

Los sistemas difusos se utilizan en muchas aplicaciones científicas y de ingeniería, principalmente en el área del control automático y el reconocimiento de patrones. En el Desarrollo de esta tesis se presenta una alternativa de control para los servomotores que combina una técnica de control inteligente y una de control clásico para controlar la velocidad y la posición; se propone una función candidata de Lyapunov y se analiza para garantizar la estabilidad del controlador. Los resultados son comparados con una técnica de control similar aplicada al mismo sistema.

En este trabajo se presenta el diseño de un controlador que utiliza una función candidata de Lyapunov para obtener sistemáticamente las reglas de un controlador difuso tipo 2. El diseño de la base de reglas del controlador utiliza exclusivamente las señales de error y la derivada del error. Una vez que se diseña el controlador difuso tipo 2, se determina la ley de control que permitirá realizar el seguimiento de una referencia senoidal. Así mismo, se presenta el análisis de desempeño para determinar el valor del intervalo de separación de las funciones de membresía tipo 2.

Los resultados obtenidos con el controlador propuesto para el seguimiento de la trayectoria se comparan contra los que se obtienen con un controlador clásico PI recomendado por el fabricante para este tipo de aplicaciones y contra un controlador difuso tipo 1 actuando en situaciones similares. Se presentan tres escenarios de simulación, carga mínima, carga media y carga máxima.

Los esquemas de control mencionados se aplican para el control de la velocidad y la posición del servomecanismo, bajo los tres escenarios de simulación posibles. El controlador propuesto muestra mejores índices de desempeño basados en el error para comparar el funcionamiento de los tres controladores. Los resultados se presentan a nivel simulación y son exitosos.

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

Los servomecanismos están presentes en muchos aspectos de nuestra vida diaria, principalmente en la industria donde se fabrican y se producen diversos productos que utilizamos para satisfacer las necesidades de nuestro entorno. La industria manufacturera, automotriz, metal mecánica, por citar algunas, utilizan en sus procesos una cantidad importante de estos dispositivos que realizan cualquier cantidad de operaciones de fabricación de piezas y elementos, para el mantenimiento y reemplazo en vehículos y maquinaria presente en este tipo de actividades. Los servomecanismos están compuestos por partes mecánicas, eléctricas y dispositivos electrónicos, en aplicaciones especiales están compuestos también por partes neumáticas e hidráulicas para realizar las secuencias de trabajo. Las tarjetas electrónicas acopladas permiten tener un mejor control sobre las velocidades de trabajo y los ángulos de giro, logrando un mejor desempeño en la calidad de los productos fabricados (Ruz, Rullán, García, Reyes y Sánchez, 2007).

La señal de control se aplica sobre los motores de corriente directa a través de las tarjetas electrónicas diseñadas para este fin; los motores están acoplados a un embrague o a una caja de engranajes, lo cual permite tener control sobre la velocidad y la posición; a este conjunto de elementos se le denomina servomotor. Los servomotores los podemos encontrar acoplados a bandas transportadoras, robots, en las máquinas CNC, en el envasado de productos alimenticios, en el doblado de cajas de cartón, en el bobinado de carretes de hilo, en el llenado de contenedores con líquidos, y en aplicaciones de la industria petrolera como accionadores de válvulas neumáticas, entre otros (Ruz, et al. 2007).}

Por todo lo anterior, el control de los servomotores resulta de especial interés para el buen funcionamiento de las maquinas que intervienen en los procesos y en la calidad de los productos obtenidos. Han sido objeto diversos trabajos de investigación en el área de la Ingeniería de Control, ensayando técnicas de control clásico y control inteligente con la finalidad de obtener un mejor desempeño de trabajo.

En (Huang, Mei, Li y Zhao, 2005), se presenta un método para estimar los parámetros de un servomotor de un robot paralelo para operaciones de elegir y colocar objetos. Se emplea una técnica basada en descomposición de valores singulares para determinar el momento de inercia, torque y potencia del motor requerido para realizar la inspección de calidad de una línea de producción de baterías recargables.

El control de posición de un servomecanismo para un proceso de caracterización zonal de materiales semiconductores por la técnica de fotorreflectancia es presentado en (Acevedo, Prías y Ariza, 2014). Un controlador digital se diseña para posicionar dos haces de luz sobre la muestra a analizar; este posicionamiento es accionado por dos servomotores que alinean el material en los ejes X y Y.

El diseño de un sistema robótico cartesiano para aplicaciones industriales tales como pintura, soldadura e inspección se presenta en (Rojas, Mahla, Muñoz y Castro, 2003). El controlador multi-eje en lazo cerrado, realiza los cálculos y genera las órdenes de movimiento a los servomotores, los cuales, por sus características constructivas permiten una elevada respuesta dinámica y precisión en el posicionamiento.

En (Moreno, Ballesteros y Sánchez, 2012), se presenta la automatización de un prototipo para la selección de mango de exportación. Un sistema de bandas transportadoras analiza la imagen del mango para determinar si cumple con las características necesarias para su exportación. Las bandas transportadoras son accionadas por servomotores para posicionar al mango en la toma de la foto inicial y posteriormente para ubicarlo en el seleccionador mecánico.

El diseño de un controlador difuso y un controlador PID para la posición de un servomecanismo (Futaba S3004) se presenta en (Rairán, Guerrero y Mateus, 2010). Este servomecanismo es utilizado en aplicaciones de aeromodelismo. Se diseñan los dos controladores para la posición angular y se observa que el controlador PID presenta mejor desempeño que el difuso.

En este trabajo se presenta una alternativa de control para los servomotores que combina una técnica de control inteligente y una de control clásico para controlar la velocidad y la posición; se propone una función candidata de Lyapunov y se analiza para garantizar la estabilidad del controlador. Los resultados son comparados con una técnica de control similar aplicada al mismo sistema.

1.1-ANTECEDENTES

Los sistemas difusos son utilizados en muchas aplicaciones científicas y de ingeniería, principalmente en el área del control automático y el reconocimiento de patrones. Los conjuntos difusos fueron introducidos por L. A. Zadeh a mediados de los años sesenta (Zadeh, 1965) para procesar datos afectados de incertidumbre no probabilística. Los sistemas difusos tipo 1 pueden manejar las variables lingüísticas, el razonamiento de los expertos y reproducir el conocimiento de los sistemas a controlar, sin embargo, no pueden manejar ciertas incertidumbres tales como dispersiones en las mediciones y distorsiones lingüísticas del conocimiento de los expertos (Kwak, Kim y Park, 2012). Los sistemas difusos tipo 2 pueden manejar este tipo de incertidumbres y además tienen la capacidad de modelar sistemas complejos no lineales, logrando un mejor desempeño de los controladores diseñados bajo este enfoque. Los conjuntos difusos tipo 2 fueron propuestos originalmente por Zadeh en 1975. En la literatura se reportan diversas aplicaciones de control empleando los sistemas difusos tipo 2, las cuales son aplicadas a diversos sistemas.

En (Maldonado y Castillo, 2012), se realiza un controlador basado en lógica difusa tipo 2 utilizando algoritmos genéticos para controlar la velocidad de un motor de corriente directa.

El controlador es programado en un FPGA (Fiel Programmable Gate Array) para su evaluación. El desempeño del controlador propuesto se compara contra un controlador basado en lógica difusa tipo 1 y un controlador PID, mostrando mejor desempeño que los dos controladores mencionados debido a que la señal de control es más robusta. En este trabajo, los algoritmos genéticos son utilizados para optimizar funciones de membresía triangular y trapezoidal.

En (Yao y Chen, 2011), se diseña un controlador para un vehículo guiado automáticamente. El vehículo debe seguir una línea que se encuentra en el piso del lugar donde se realiza la prueba de desempeño. El controlador propuesto está basado en lógica difusa tipo 2 y es comparado contra el desempeño de un controlador basado en lógica difusa tipo 1. Los resultados obtenidos muestran que el controlador basado en lógica difusa tipo 2 presenta mayor robustez ante el ruido de los sensores y un mejor desempeño del vehículo guiado.

La implementación de un controlador basado en sistemas difusos tipo 2 para el seguimiento de trayectorias de un robot móvil es presentado en (Leottau y Melgarejo, 2011). El controlador es evaluado a nivel simulación y posteriormente en una plataforma que utiliza un controlador de señal digital (DSC). Los resultados muestran que el controlador es robusto y mejora el desempeño de un controlador basado en lógica difusa tipo 1 aplicado al mismo sistema en presencia de perturbaciones.

Un controlador con lógica difusa tipo 2 aplicado a un sistema de levitación magnética se presenta en (Kumar y Kumar, 2012). Los resultados son analizados a nivel simulación contra el desempeño de un controlador con lógica difusa tipo 1 y un controlador PID. Posteriormente los controladores son validados en tiempo real. Teniendo en cuenta que el sistema es inestable y no lineal, el controlador con lógica difusa tipo 2 muestra mejor desempeño ya que la señal de control se encuentra dentro de los límites del actuador y con un voltaje suave y gradual.

El diseño de un controlador con lógica difusa tipo 2 aplicado al control del péndulo invertido se aborda en (Sierra, Bulla y Melgarejo, 2011). El controlador se implementa en un microcontrolador de bajo costo y se valida utilizando un hardware para emulación. Los resultados obtenidos muestran mejor desempeño del controlador propuesto analizando índices del error.

Con respecto al servomecanismo utilizado en este trabajo, en (Ruz, Rullán, García, Reyes y Sánchez, 2007) se presenta el diseño de dos controladores para el seguimiento de la posición y de la velocidad del servomecanismo. Los controladores son realizados con lógica difusa tipo 1 y el enfoque de Lyapunov para garantizar estabilidad. Esta metodología utiliza una función candidata de Lyapunov para obtener las reglas difusas del controlador de tipo Mamdani. Los resultados son presentados en tiempo real y son comparados con controladores clásicos.

Una comparación entre un controlador difuso tipo 2 PI y PID con un controlador difuso tipo 1 es analizado en (Naskar y Pal, 2015). Los controladores son aplicados a un proceso no lineal con tiempo de retardo, se analizan diferentes parámetros de respuesta, tales como sobreimpulso, tiempo de asentamiento, el valor absoluto de la integral del error (IAE) y el valor de la integral del tiempo multiplicada por el valor absoluto del error (ITAE). Los controladores difusos tipo 2 presentan mejor desempeño en todos los rubros analizados. El trabajo no presenta análisis de estabilidad del esquema de control propuesto.

Un controlador inteligente difuso tipo 2 utilizando algoritmos genéticos es analizado en (Hammed, Sorensen y Green, 2011). Partiendo del problema de que los controladores difusos tipo 2 representan un costo computacional muy alto en aplicaciones en tiempo real, proponen una estructura híbrida de cuatro sistemas difusos tipo 1 y el empleo de los algoritmos genéticos para ajustar los parámetros del controlador; estos valores se ajustan minimizando la integral del cuadrado del error (ISE). El controlador se aplica a un invernadero para regular las variables de temperatura y humedad. Los resultados son aceptables y reducen notablemente el esfuerzo computacional que el algoritmo Karnik-Mendel requiere. No se presenta un análisis de estabilidad ni se presenta su aplicación a otros tipos de sistemas.

En (Lu y Liu, 2016), presentan el diseño de un controlador difuso tipo 2 PID aplicado a un robot paralelo. Emplean algoritmos genéticos para determinar los valores óptimos del PID. La función objetivo a minimizar es el ITAE; los parámetros del controlador son calculados para que el robot realice el seguimiento de la trayectoria de control. El controlador presenta un buen desempeño para el seguimiento de trayectorias en robots de este tipo con base en el análisis del índice del error realizado.

Un controlador difuso tipo 2 aplicado al control de la diabetes tipo 1 es aplicado a nivel simulación en (Mollaei y Moghaddam, 2014). El esquema de control toma los niveles de azúcar presentes y modifica la cantidad de insulina a suministrar al paciente para alcanzar los valores deseados. El error y la derivada del error son los parámetros de entrada al controlador para determinar la señal de control a aplicar. Los resultados son superiores en cuanto a desempeño comparados con un controlador difuso tipo 1, ya que la reducción de glucosa en sangre se realiza en menos tiempo.

Un controlador para la impedancia de un robot de rehabilitación con base en un sistema difuso tipo 2 es desarrollado en (Khosdel, Akbarzadeh y Moeenfard, 2015). El control del torque en los robots es muy complejo, ya que la dinámica no siempre es simple debido a las no linealidades presentes; controlar la impedancia es computacionalmente simple con este tipo de controladores. El error y la derivada del error son los parámetros empleados para el diseño del controlador con buenos resultados. No se presenta análisis al respecto de la estabilidad del esquema propuesto.

Una comparación entre controladores difusos tipo 1 y tipo 2 PID, para el control de la anestesia es analizado en el trabajo de (Tomer, Dubey y Tomer, 2015). El trabajo presenta

una propuesta para suministrar dos medicamentos importantes durante las intervenciones quirúrgicas, Propofol y Remifentanil; para analizar el comportamiento del controlador se emplea un modelo dinámico del suministro de estas sustancias. El controlador difuso tipo 2 presenta mejores resultados para mantener el nivel de anestesia y de relajación muscular requerido.

En (Al-Faiz y Saleh, 2014), es aplicado un esquema de control con base en sistemas difusos tipo 2 para controlar la posición de un servo motor de corriente directa. La integral del valor absoluto del error (IAE) es utilizada como criterio de desempeño al ser comparado con un controlador difuso tipo 1. El esquema propuesto presenta un mejor desempeño en parámetros como sobreimpulso, pico máximo de la respuesta, tiempo de asentamiento.

En el área del control de procesos (Taoyan, Ping y Jiangtao, 2012), diseñan un controlador difuso tipo 2 para el nivel de un sistema de tanques acoplados. Comparan cinco métodos de reducción de tipo para el controlador propuesto. El esquema propuesto presenta un buen desempeño empleando como método de reducción de tipo el algoritmo IASC, ya que presenta el menor tiempo computacional para calcular la salida del controlador.

Una propuesta para el control de humedad es analizada en (Zadehbagheri, Eskandari, Rezazadeh y Sedighizadeh, 2014). En este trabajo se diseñan y analizan los desempeños de los controladores difusos tipo 1 y tipo 2 aplicados al proceso mencionado. Los índices de desempeño con base en el error, IAE, ISE, ITAE, muestran que el controlador difuso tipo 2 tiene mejor desempeño en este tipo de procesos. Los resultados son presentados a nivel simulación.

En (Castillo, 2012), se diseña un controlador difuso tipo 2 estable, usando la síntesis difusa de Lyapunov propuesta por (Margaliot y Langholz, 1999) aplicado a un manipulador robótico de un grado de libertad. Los resultados son comparados con un controlador difuso tipo 1. La señal de control es determinada considerando que es proporcional a la aceleración angular del sistema. El controlador propuesto presenta buen desempeño y la función candidata de Lyapunov cumple con las condiciones para garantizar la estabilidad.

Con respecto al sistema a analizar en este trabajo de tesis, se puede encontrar en (Hassouneh, Dhaouadi y Al-Assaf, 2008), el empleo de redes Wavelet para el modelado dinámico del sistema tomando en consideración las características no lineales. La red utilizada identifica con buenos resultados la dinámica del servomecanismo.

En (Adewusi, 2016), se presenta el modelado matemático y la simulación de los parámetros mecánicos y eléctricos del servomecanismo empleando una técnica de optimización. Los elementos identificados son: masa, momento de inercia, resistencia de armadura y constante del motor de C.D. La función de transferencia encontrada es comparada con la respuesta en tiempo real del equipo presentando una excelente aproximación.

Un controlador PID aplicado en tiempo real a la posición del servomecanismo es presentado en (Alwi, Noor y Soh, 2006). Los resultados en cuanto a tiempo de asentamiento, sobreimpulso y error muestran un buen desempeño del mismo.

Los trabajos realizados empleando los sistemas difusos tipo 2 analizan como criterio de buen desempeño aquellos con base en el error del sistema de control, pero pocos analizan la estabilidad del esquema propuesto para garantizar un buen funcionamiento ante perturbaciones. Es este sentido, en este trabajo de investigación se propone el diseño de los controladores para la posición y la velocidad del servomecanismo y además se analiza la estabilidad de los mismos en presencia de perturbaciones en la carga.

En este trabajo de tesis se propone diseñar dos controladores difusos tipo 2 mamdani (para velocidad y posición) empleando la síntesis difusa de Lyapunov aplicado a un servomecanismo. El modelo dinámico del sistema en el espacio de estados implica una síntesis diferente para determinar la señal de control aplicada. Los resultados serán comparados con el trabajo realizado en (Ruz, Rullán, García, Reyes y Sánchez, 2007) a nivel simulación.

1.2-DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El control de servomecanismos se encuentra presente ampliamente en todas las ramas de la industria. El sistema empleado en este trabajo se puede encontrar en aplicaciones industriales donde se requiera la regulación a una velocidad constante de una unidad de fabricación industrial, por ejemplo, en la producción de tiras de plástico; en este caso, una tira continua del material se alimenta a través de una serie de estaciones de trabajo, la velocidad a la que se alimenta la tira debe controlarse con precisión en cada etapa. Un ejemplo donde se necesita un control preciso de la posición es en la torreta de un tanque de batalla, ya que debe ser capaz de apuntar rápidamente, el seguimiento del objetivo y el rechazo a las perturbaciones externas como la velocidad del aire o las irregularidades del terreno (TecQuipment Ltd., 2010). En la figura 1 se aprecia el sistema a analizar.

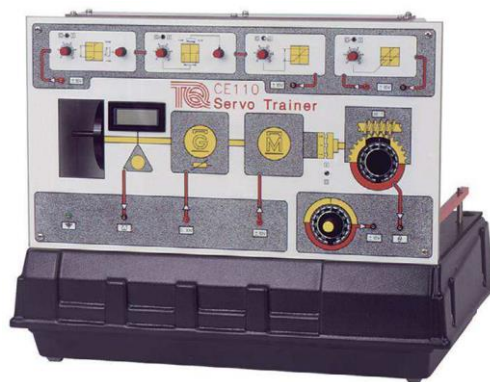


Figura 1.1. Servomecanismo.

El servomecanismo consta de los siguientes elementos:

- Rueda para carga inercial.
- Un generador que provee carga variable al motor de C.D. en serie
- Un motor de C.D. en serie que provee la potencia motriz a la flecha.
- Un embrague operado eléctricamente para habilitar la flecha de salida de la posición.
- Un engranaje reductor 30:1
- Un tacómetro para medir la velocidad de la flecha.
- Un sensor de posición de la flecha acoplada al engranaje reductor.

En la figura 2 se aprecia el esquema del sistema:

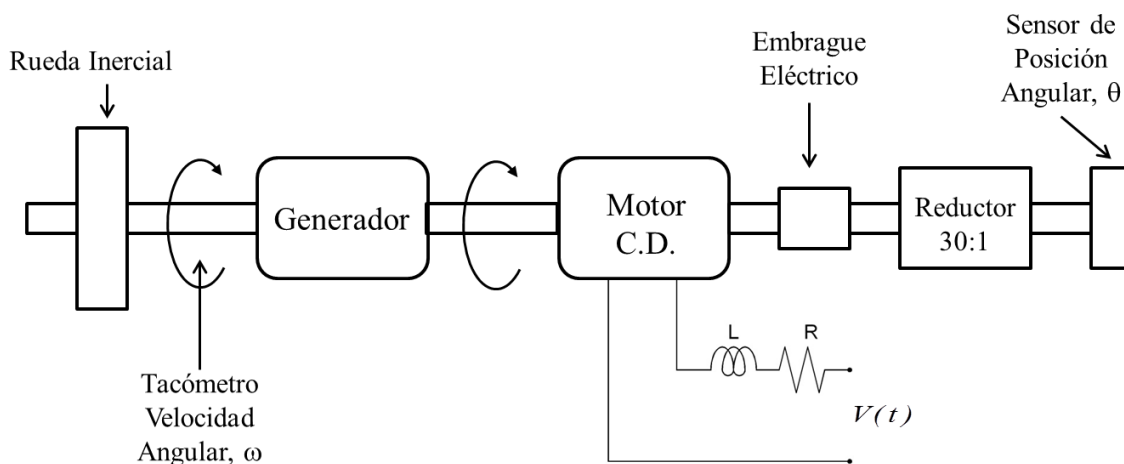


Figura 1.2. Esquema del Servomecanismo.

Los principales componentes de este sistema son: la carga inercial (tiene conectado de forma permanente un disco y posteriormente se pueden agregar dos discos más); un sensor de velocidad; una carga activa en el caso del generador; un motor de corriente directa del servomecanismo; un embrague eléctrico con caja de velocidades y un eje de salida con el sensor de posición. El embrague eléctrico permite desconectar el sistema de posición para estudiar el control de velocidad. La caja de velocidades permite disminuir la velocidad e incrementar el par.

El servomecanismo puede operarse de dos formas: con una carga fija la cual es la rueda volante y con una carga variable aplicada cuando se energiza el generador. En este caso, la carga puede aplicarse de forma gradual o abrupta. Para facilitar la investigación del control del servomecanismo, el equipo provee un conjunto de elementos no lineales típicos. Estos están situados en la parte superior de la unidad como se observa en la Figura 1 y se describen a continuación.

I. Un bloque de anti-zona muerta. Este elemento realiza la función de un compensador de zona muerta, o fricción estática, y se puede utilizar para eliminar la zona muerta real del servomotor mismo o los efectos adicionales establecidos por el bloque de zona muerta.

II. Un bloque de zona muerta. Este elemento permite que la característica práctica de zona muerta de amplificador de servo controlador sea simulada y estudiada electrónicamente.

III. Un bloque de saturación cuyo ajuste limita de manera efectiva el voltaje de alimentación máximo al servo motor y, por lo tanto, la potencia que puede suministrar.

IV. Un bloque de histéresis, que permite simular y estudiar la característica importante en la utilización de la caja de engranes y el efecto de juego del tren del servo controlador.

El problema de control consiste en lograr que la posición y la velocidad, de forma independiente, de la flecha del motor sigan una referencia dada para diferentes cargas: pequeña (un disco), media (dos discos) y completa (tres discos).

1.2.1-ESQUEMA DE CONTROL

En este trabajo se utiliza la lógica difusa tipo 2 y la teoría de estabilidad de Lyapunov en el diseño de los controladores para que la posición y la velocidad del servomecanismo logren el seguimiento de una trayectoria de referencia de forma independiente. Este enfoque utiliza una función candidata de Lyapunov para obtener las reglas de dos controladores difusos tipo Mamdani. El diseño de la base de reglas de los controladores utiliza exclusivamente las señales de error y la derivada del error; esto se debe a que la función candidata utiliza estas señales como variables difusas. Para la realización de este trabajo se utilizará específicamente la teoría propuesta en (Margaliot y Langholz, 1999) para el diseño de controladores difusos tipo 2 estables de tipo Mamdani. Este método permite derivar de una forma sistemática las reglas difusas que constituyen la base de reglas de los controladores a diseñar. El esquema de control propuesto se puede apreciar en la Figura 3.

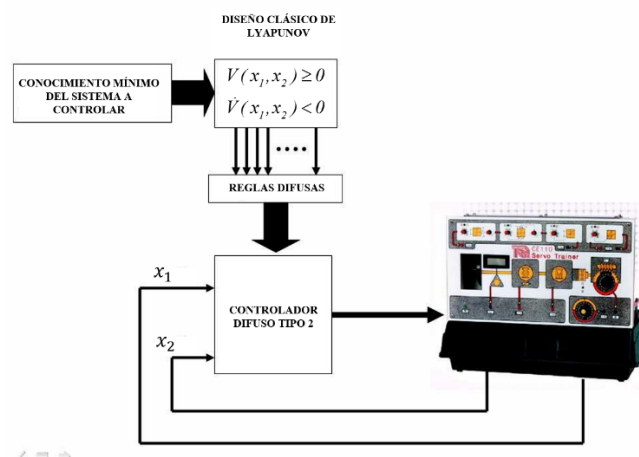


Figura 1.3. Esquema de control propuesto.

1.2.2-METODOLOGÍA

La metodología detallada para realizar este trabajo es la siguiente:

- Revisión y estudio del estado del arte referente al diseño y fundamentos de los controladores difusos tipo 2.
- Estudiar y analizar el método de diseño difuso de Lyapunov.
- Diseñar los dos controladores difusos tipo 2 estables del tipo Mamdani: el de posición y el de velocidad.
- Realizar simulaciones en Matlab para estudiar el desempeño de los controladores.
- Analizar la estabilidad de los controladores diseñados.
- Comparar los resultados obtenidos contra controladores difusos tipo 1 estables del tipo Mamdani.
- Establecer conclusiones acerca del desempeño de los controladores diseñados con base en los resultados obtenidos.
- Establecer los trabajos futuros derivados de los resultados.

1.3-OBJETIVO GENERAL

Diseñar dos controladores difusos tipo 2 para el seguimiento de la posición y la velocidad del servomecanismo, en presencia de variaciones en la carga.

1.4-OBJETIVOS PARTICULARES

- Diseñar un Controlador Difuso tipo 2 estable Mamdani para la posición angular en presencia de variaciones en la carga.
- Diseñar un Controlador Difuso tipo 2 estable Mamdani para la velocidad angular en presencia de variaciones en la carga.
- Comparar el desempeño de los controladores difusos tipo 2 estables contra el de los controladores difusos tipo 1 estables.

1.5-ESTRUCTURA DE LA TESIS

Este trabajo de tesis está organizado de la siguiente manera:

En el **Capítulo 1**, se presenta la revisión del estado del arte sobre los sistemas difusos tipo 2, se describe el problema de control a resolver y las generalidades sobre el trabajo de tesis.

En el **Capítulo 2**, se describe la teoría de los sistemas difusos tipo 1 y 2

En el **Capítulo 3**, se presenta la síntesis de Lyapunov hacia el dominio de la computación con palabras. Este método servirá para el diseño de los controladores difusos tipo 2 Mamdani. Se describe la metodología y el diseño de los controladores, analizando el modelo matemático del sistema y la caja de herramientas para realizar las simulaciones.

En el **Capítulo 4**, se describe los resultados obtenidos en las simulaciones empleando los controladores diseñados y comparados con un controlador difuso tipo 1 aplicado al mismo sistema.

En el **Capítulo 5** se establecen las conclusiones. Así mismo se incluyen los comentarios sobre los resultados obtenidos al aplicar los esquemas propuestos al sistema y se proponen los trabajos futuros.

CAPÍTULO 2. FUNDAMENTOS DE LÓGICA DIFUSA

2.1-INTRODUCCIÓN

El concepto de lógica difusa fué introducido por Lotfi A. Zadeh en 1965 en su artículo “Fuzzy sets” para la revista “*information and control*” de la Universidad de California en Berkeley (Ortiz, 2004). La diferencia con la lógica convencional o booleana radica en que para la lógica difusa las cosas no son absolutamente verdaderas o falsas, es decir, trabaja con grados de veracidad o falsedad de los sucesos.

Por ejemplo, una persona cuya estatura es 1,8m o más es considerada una persona alta, ahora bien, ¿qué pasa con una persona que mide 1,79m?, ¿se puede decir que es una persona baja?, la respuesta es no, pero tampoco sería 100% verdadero decir que es una persona alta.

Como se puede deducir del ejemplo anterior, la persona que mide 1,79m de estatura puede pertenecer al grupo de personas altas, pero también puede pertenecer al grupo de personas bajas; el grado con el cual pertenece a uno u otro grupo de personas es llamado grado de pertenencia.

La lógica difusa actualmente está relacionada y fundamentada en la teoría de los conjuntos difusos; en esta teoría, el grado de pertenencia de un elemento a un conjunto está determinado por una función de membresía, la cual puede tomar valores reales en el intervalo $[0,1]$.

Los esquemas de razonamiento utilizados en la lógica difusa son aproximados, e intentan reproducir los esquemas mentales del cerebro humano en el proceso de aprendizaje y de razonamiento cotidiano; de esta forma, pueden formularse matemáticamente nociones como “poco caliente” o “muy frío”.

Actualmente, la lógica difusa tiene un gran desarrollo en algunas áreas de la ingeniería, está presente en muchos aparatos electrodomésticos como lavadoras, refrigeradores, etc..., es usada en los sistemas de control de trenes subterráneos y en la mayoría de los sistemas expertos o inteligentes.

Por estas propiedades la lógica difusa es un excelente mecanismo para el control de procesos, debido a que, los controladores difusos son capaces de estabilizar sistemas que presentan altas no linealidades en su comportamiento dinámico, utilizando para ello el razonamiento cotidiano y la experiencia de los operadores de los equipos.

Cabe mencionar que en la actualidad existen diversos programas de computadora que nos permiten implementar de una manera fácil los controladores difusos e interactuar con los procesos a controlar.

2.2-CONJUNTOS CLÁSICOS Y CONJUNTOS DIFUSOS

A continuación, se describen las diferencias entre los conjuntos clásicos y los conjuntos difusos en cuanto a su representación, para comprender las características específicas de cada uno de ellos.

Sea U el conjunto universo que contiene todos los posibles elementos, podemos definir un conjunto clásico A , enlistando todos sus miembros (método de lista) como sigue (Wang, 1997):

$$A = \{z_1, z_2, \dots, z_n\} \quad (2.1)$$

o especificando todas las propiedades que deben satisfacer todos los miembros del conjunto, de la siguiente manera:

$$A = \{z \in U \mid z \text{ cumple ciertas condiciones}\} \quad (2.2)$$

un tercer método para definir A (como un conjunto clásico) es el método de la membresía, que introduce una función de pertenencia denotada $\lambda_A(z)$ tal que:

$$\lambda_A(z) = \begin{cases} 1 & \text{si } z \in A \\ 0 & \text{si } z \notin A \end{cases} \quad (2.3)$$

El problema consiste en que algunos conjuntos en ocasiones no tienen claramente definidos sus límites y sus propiedades; un elemento puede pertenecer o no pertenecer a dicho conjunto dependiendo de los criterios que se consideren. Esta limitación de los conjuntos clásicos permite la necesidad de los conjuntos difusos, los cuales se pueden definir de la siguiente manera: Un conjunto difuso en el universo del discurso U es caracterizado por una función de membresía $\lambda_A(z)$ que toma valores en el intervalo $[0,1]$ (Wang, 1997).

En otras palabras, la función de membresía en los conjuntos clásicos sólo puede tomar dos valores, cero y uno; mientras que en los conjuntos difusos puede tomar un valor dentro del rango $[0,1]$. Un conjunto difuso A en U puede representarse como un conjunto de pares ordenados de un elemento genérico z y su valor de membresía:

$$A = \{(z, \lambda_A(z)) \mid z \in U\} \quad (2.4)$$

Las primeras diferencias que se hacen evidentes entre los conjuntos clásicos y los conjuntos difusos son las siguientes (Ortiz, 2004):

1. La función de pertenencia asociada a los conjuntos clásicos sólo pueden tener dos valores: 0 ó 1, mientras que en los conjuntos difusos pueden tener cualquier valor entre el intervalo 0 y 1.
2. Un elemento puede pertenecer (parcialmente) a un conjunto difuso y simultáneamente pertenecer (parcialmente) al complemento de dicho conjunto, lo anterior no es posible en los conjuntos clásicos.

3. Las fronteras de un conjunto clásico son exactas, es decir, un elemento pertenece o no pertenece a dicho conjunto, en tanto que las de un conjunto difuso son precisamente difusas, ya que existen elementos en las fronteras mismas, y estos elementos pueden pertenecer al mismo tiempo a más de un conjunto difuso con diferente grado de pertenencia.

Las funciones de membresía son usadas para caracterizar las propiedades de los elementos de los conjuntos difusos. Las funciones de membresía se determinan usando el conocimiento de expertos. Se puede determinar también a partir de datos obtenidos de sensores; primero se especifica la estructura de la función de membresía y posteriormente se sintonizan los parámetros de la misma con los datos obtenidos (Jang, 1993).

Las funciones de membresía pueden tomar diversas formas tales como: triangulares, trapezoidales y gaussianas, por citar algunas, las cuales se definen como sigue (Jang, Sun, Mizutani, 1997):

1. Función de Pertenencia Triangular: Se define con base en 3 parámetros $\{a, b, c\}$, con $(a < b < c)$ como sigue:

$$triangular(x; a, b, c) = \begin{cases} 0, & x \leq a. \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b. \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c. \\ 0, & c \leq x. \end{cases} \quad (2.5)$$

2. Función de Pertenencia Trapezoidal: Se define con base en 4 parámetros $\{a, b, c, d\}$, con $(a < b < c < d)$ como sigue:

$$trapezoidal(x; a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & x \leq a. \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b. \\ 1, & b \leq x \leq c. \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d. \\ 0, & d \leq x. \end{cases} \quad (2.6)$$

3. Función de Pertenencia Gaussiana: Se define con base en 2 parámetros $\{c, \sigma\}$ como sigue:

$$gaussiana(x; c, \sigma) = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-c}{\sigma} \right)^2} \quad (2.7)$$

En la figura 2.1 se muestran las funciones de pertenencia mencionadas:

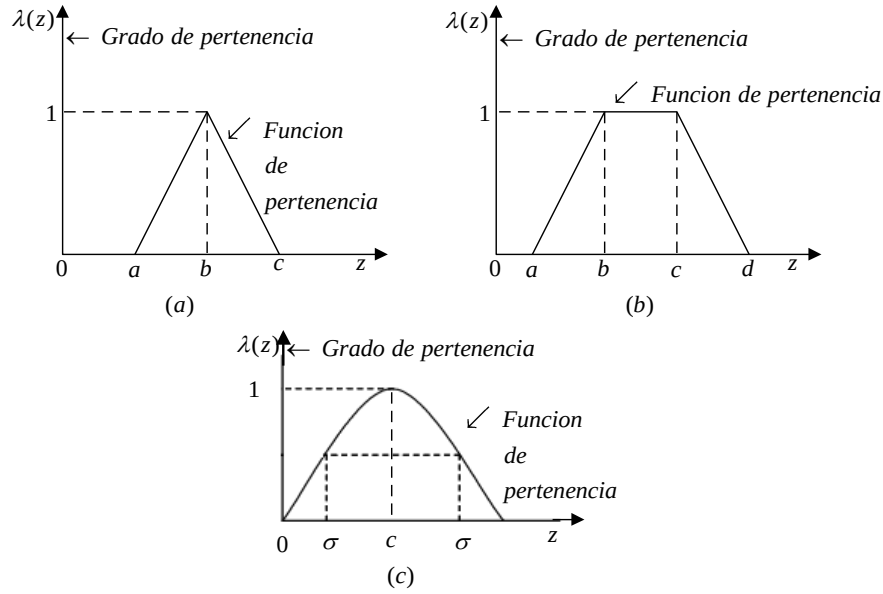


Figura 2.1. Funciones de pertenencia: (a) Triangular; (b) Trapezoidal; (c) Gaussiana.

2.3-OPERACIONES CON CONJUNTOS DIFUSOS

Los conceptos mencionados hasta ahora únicamente logran describir las características básicas de los conjuntos difusos, pero no muestran nada acerca de las operaciones elementales con conjuntos que se pueden realizar desde el punto de vista difuso. Dichas operaciones se describen en esta sección.

Suponiendo que A y B son conjuntos difusos definidos en el universo del discurso U , entonces, la igualdad, la pertenencia, la unión, la intersección y el complemento de dos conjuntos difusos A y B se definen como sigue, (Wang, 1997):

Definición 2.1 Se dice que A y B son iguales si y sólo si $\lambda_A(z) = \lambda_B(z)$ para todo $z \in U$.

Definición 2.2 Se dice que B contiene a A ($A \subset B$), si y sólo si $\lambda_A(z) \leq \lambda_B(z)$ para todo $z \in U$.

Definición 2.3 El complemento de A es un conjunto difuso $\bar{A}$ en U con función de pertenencia definida como:

$$\lambda_{\bar{A}}(z) = 1 - \lambda_A(z) \quad (2.8)$$

Definición 2.4 La unión de A y B es un conjunto difuso en U , definido como $A \cup B$ cuya función de pertenencia se define como:

$$\lambda_{A \cup B}(z) = \max[\lambda_A(z), \lambda_B(z)] \quad (2.9)$$

Definición 2.5 La intersección de A y B es un conjunto difuso $A \cap B$ cuya función de pertenencia es:

$$\lambda_{A \cap B}(z) = \min[\lambda_A(z), \lambda_B(z)] \quad (2.10)$$

Existen otros operadores utilizados para la unión (norma s) y la intersección (norma t).

2.3.1-UNIÓN DIFUSA – NORMA S

Antes de definir lo que es una norma-S, es necesario explicar el producto cartesiano de 2 conjuntos, para entender mejor la nomenclatura usada en lo sucesivo.

Sean U y V dos conjuntos clásicos arbitrarios. El producto cartesiano de U y V , denotado por $U \times V$, es el conjunto no difuso de todos los pares ordenados (u, v) tal que $u \in U$ y $v \in V$, esto es: $U \times V = \{(u, v) | u \in U \text{ y } v \in V\}$ (Zuñiga, 2004).

El orden en que aparecen U y V es importante, ya que si $U \neq V$, entonces $U \times V \neq V \times U$. En general el producto cartesiano de n conjuntos no difusos arbitrarios $U_1, U_2, \dots, U_n$ denotado por $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$, es el conjunto no difuso de todas las n -tuplas $(u_1, u_2, \dots, u_n)$ tales que $u_i \in U_i$ para $i \in \{1, 2, \dots, n\}$; esto es:

$$U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n = \{(u_1, u_2, \dots, u_n) | u_1 \in U_1, u_2 \in U_2, \dots, u_n \in U_n\} \quad (2.11)$$

Una relación (no difusa) entre conjuntos (no difusos) $U_1, U_2, \dots, U_n$ es un subconjunto del producto cartesiano $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$, esto es, si se emplea $Q(U_1, U_2, \dots, U_n)$ para denotar una relación entre $U_1, U_2, \dots, U_n$, entonces:

$$Q(U_1, U_2, \dots, U_n) \subset U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n \quad (2.12)$$

Como un caso especial, una relación binaria entre conjuntos no difusos U y V es un subconjunto del producto cartesiano $U \times V$.

De lo anterior se puede establecer la siguiente definición (Meza, 2003):

Definición 2.6 Una relación difusa es un subconjunto difuso definido en el producto cartesiano de conjuntos clásicos $U_1, U_2, \dots, U_n$, que se puede representar como en (2.4).

Una relación difusa Q en $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$ es definida como el conjunto difuso:

$$Q = \{((u_1, u_2, \dots, u_n), \mu_Q(u_1, u_2, \dots, u_n)) | (u_1, u_2, \dots, u_n) \in U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n\} \quad (2.13)$$

donde: $\mu_Q : U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n \rightarrow [0, 1]$.

En general, una relación binaria sobre un producto cartesiano finito es representada usualmente por una matriz relacional difusa, esto es, una matriz cuyos elementos son los valores de pertenencia de los pares correspondientes a la relación difusa.

Puede verse entonces el producto cartesiano de 2 conjuntos clásicos que contienen los valores de la función de membresía de un elemento como un mapeo hacia otro conjunto mediante alguna relación difusa.

Sea $s : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ un mapeo que transforma las funciones de pertenencia de conjuntos difusos A y B hacia la función de pertenencia de la unión de A y B , esto es:

$$s[\lambda_A(z), \lambda_B(z)] = \lambda_{A \cup B}(z) \quad (2.14)$$

en el caso de que:

$$s[\lambda_A(z), \lambda_B(z)] = \max[\lambda_A(z), \lambda_B(z)] \quad (2.15)$$

Para que la función s pueda ser calificada como una unión, debe cumplir al menos los siguientes cuatro axiomas (Wang, 1997):

Axioma 2.1: $s(1,1) = 1, s(0,a) = s(a,0) = a$ (condición de frontera)

Axioma 2.2: $s(a,b) = s(b,a)$ (condición conmutativa)

Axioma 2.3: Si $a \leq a'$ y $b \leq b'$, entonces $s(a,b) \leq s(a',b')$ (condición de no decremento)

Axioma 2.4: $s(s(a,b),c) = s(a,s(b,c))$ (condición asociativa)

donde a, b, c, a' y b' son los valores de la función de pertenencia para cada punto $z \in U$; lo anterior se entiende mejor analizando los axiomas 2.1-2.4 en conjunto con (2.16).

El axioma 2.1 indica que una función unión puede realizarse aún en los límites de los conjuntos difusos. El axioma 2.2 muestra que el orden en que los conjuntos difusos son combinados no tiene influencia sobre el resultado. El axioma 2.3 demuestra un requerimiento natural para la función unión: un incremento en los valores de pertenencia de los dos conjuntos difusos resultará en un incremento en el valor de la pertenencia de la unión de los dos conjuntos difusos. El axioma 2.4 extiende la función unión a más de dos conjuntos difusos.

Definición 2.7 *Cualquier función $s : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ que satisface los axiomas 2.1-2.4 es llamada una norma s (Wang, 1997).*

2.3.2-INTERSECCIÓN DIFUSA – NORMA T

Sea $t : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ una función que transforma las funciones de pertenencia de conjuntos difusos A y B hacia la función de pertenencia de la intersección de A y B , esto es:

$$t[\lambda_A(z), \lambda_B(z)] = \lambda_{A \cap B}(z) \quad (2.16)$$

en el caso de que:

$$t[\lambda_A(z), \lambda_B(z)] = \min[\lambda_A(z), \lambda_B(z)] \quad (2.17)$$

Para que la función t pueda ser calificada como una intersección, debe cumplir al menos los siguientes cuatro requerimientos (Wang, 1997):

Axioma 2.5: $t(0,0) = 0; t(a,1) = t(1,a) = a$ (condición de frontera)

Axioma 2.6: $t(a,b) = t(b,a)$ (condición conmutativa)

Axioma 2.7: Si $a \leq a'$ y $b \leq b'$, entonces $t(a,b) \leq t(a',b')$ (condición de no decremento)

Axioma 2.8: $t(t(a,b),c) = t(a,t(b,c))$ (condición asociativa)

Definición 2.8 Cualquier función $t : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ que satisfice los axiomas 2.5-2.8 es llamada una norma t (Wang, 1997).

2.3-VARIABLES LINGÜÍSTICAS Y REGLAS SI-ENTONCES

En la vida diaria, a menudo se usan palabras para describir variables, por ejemplo cuando se dice “hoy hace calor” o equivalentemente “la temperatura actual es alta”, se utiliza la palabra “alta” para describir la variable “la temperatura actual”. Esto es, la variable “temperatura actual” toma la palabra “alta” como su valor.

Definición 2.9 Si una variable puede tomar palabras del lenguaje natural como sus valores, es llamada variable lingüística, en donde las palabras son caracterizadas por conjuntos difusos definidos en el universo de discurso donde la variable es definida (Wang, 1997).

Como ejemplo se tiene lo siguiente: la velocidad de un carro es una variable z que toma valores en el intervalo $[0, V_{\max}]$, donde $V_{\max}$ es la máxima velocidad del carro. Si se definen tres conjuntos difusos, “lento”, “medio” y “rápido” como se aprecia en la figura 2.2; se puede ver que z es una variable lingüística, porque puede tomar “lento”, “medio” ó “rápido” como su valor.

Una variable lingüística es caracterizada por (X, T, U, M) (Wang, 1997). Dónde: X es el nombre de la variable, X puede ser la velocidad del carro. T es el conjunto de valores lingüísticos que X puede tomar teniendo en cuenta los conjuntos difusos $T = \{lento, medio, rápido\}$. U es el actual dominio físico donde la variable lingüística X toma sus valores, para el ejemplo anterior: $U = [0, V_{\max}]$. M es una regla semántica que relaciona cada valor lingüístico en T con un conjunto difuso en U . M relaciona “lento”, “medio” y “rápido” con las funciones de pertenencia de la figura 2.2.

Como se puede apreciar, las variables lingüísticas son en general extensiones de las variables numéricas, en el sentido de que sólo pueden tomar conjuntos difusos como sus valores. Las variables lingüísticas son los elementos fundamentales del conocimiento humano, de ahí su importancia en el diseño de controladores basados en lógica difusa.

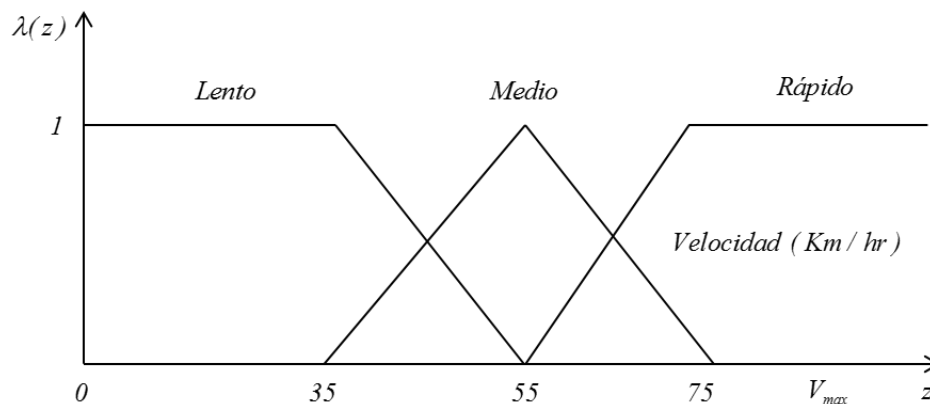


Figura 2.2. Conjuntos difusos para la velocidad del carro.

Cuando se usa un sensor para medir una variable, éste proporciona números; cuando se usa el conocimiento de expertos humanos para evaluar una variable, éste da palabras; es por ello que se pueden formular vagas descripciones del lenguaje natural en precisos términos matemáticos, y de esta manera se puede incorporar a los sistemas de ingeniería el conocimiento humano, de una manera eficiente y sistemática.

En los sistemas difusos de control, el conocimiento humano se representa en términos de reglas difusas *SI-ENTONCES* como una condición, de la siguiente manera:

$$SI <antecedente>, ENTONCES <consecuente>$$

La primera parte de la regla (*SI*) se denomina premisa o antecedente y contiene una o varias condiciones referidas a las entradas del sistema; la segunda parte de la regla (*ENTONCES*) denominada consecuente es la acción a ejecutarse (Ortiz, 2004).

Como se mostrará en la siguiente sección de este capítulo, el conjunto de reglas difusas forman lo que se denomina *base de reglas difusas*, que es una parte fundamental en el diseño de controladores difusos.

2.4-SISTEMAS DIFUSOS

Para muchos sistemas prácticos, la información importante proviene de dos fuentes: una son los expertos humanos quienes describen su conocimiento acerca del sistema en su lenguaje natural; la otra proviene de las mediciones con sensores y los modelos matemáticos que se derivan de leyes físicas. Una tarea importante es combinar estos dos tipos de información para el diseño de sistemas difusos.

Para lograr la combinación de estas dos fuentes de información es clave formular el conocimiento humano de manera similar como se formulan modelos matemáticos a partir de las medidas proporcionadas por los sensores. En otras palabras, el fundamento de los sistemas difusos consiste en transformar el conocimiento humano expresado en palabras a un planteamiento matemático formal.

Los sistemas difusos se basan en el conocimiento experto o en reglas; el corazón de un sistema difuso es el conocimiento expresado en reglas *SI-ENTONCES*. En estas reglas, las palabras se caracterizan por funciones de pertenencia continuas. Por ejemplo, la siguiente es una regla difusa *SI-ENTONCES*:

SI la velocidad del carro es alta, ENTONCES aplica menos fuerza al acelerador

donde las palabras “alta” y “menos” se representan por funciones de pertenencia continuas. En la literatura existen tres esquemas de sistemas difusos comúnmente usados. Cada uno de ellos tiene características particulares, las cuales se describen en las secciones siguientes.

2.4.1-SISTEMAS DIFUSOS PUROS

En los Sistemas Difusos Puros, la base de reglas difusas representa el conjunto de reglas difusas *SI-ENTONCES*; la máquina de inferencia difusa combina estas reglas difusas *SI-ENTONCES* y hace un mapeo de los conjuntos difusos en el espacio de entrada $U \subset R^n$ hacia los conjuntos difusos en el espacio de salida $V \subset R$ utilizando principios lógicos difusos.

El principal problema que presentan los sistemas difusos puros es que tanto las entradas como las salidas son palabras en lenguaje natural, y en los sistemas de ingeniería las entradas y las salidas son variables con valores reales.

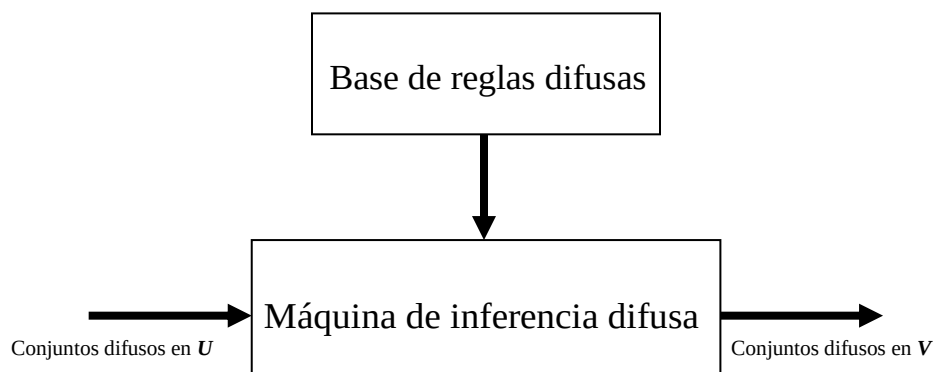


Figura 2.3. Sistema Difuso Puro (configuración básica).

2.4.2-SISTEMAS DIFUSOS TAKAGI-SUGENO (T-S)

En los Sistemas Difusos T-S tanto las entradas como las salidas son variables con valores reales; la base de reglas difusas *SI-ENTONCES* toma la siguiente forma (ejemplo):

SI la velocidad z del carro es alta,

ENTONCES la fuerza hacia el acelerador es $y = cz$

Como podemos apreciar, la parte *ENTONCES* de la regla cambia de usar una palabra en lenguaje natural a una simple fórmula matemática. Este cambio ayuda a que sea más fácil la combinación de las reglas, en realidad, el sistema difuso T-S es un promedio de pesos de los valores de la parte *ENTONCES* de la regla.

La configuración básica de los sistemas T-S a pesar de las mejoras con respecto a los sistemas difusos puros tiene algunos inconvenientes tales como:

- La parte *ENTONCES* es una fórmula matemática, y no proporciona un marco natural para representar el conocimiento humano.
- No existe mucha libertad para aplicar los diferentes principios de la lógica difusa, es decir, la versatilidad de los sistemas difusos no está bien representada.

Una de las aplicaciones de este tipo de sistemas difusos es el de modelar con relativa facilidad Sistemas No Lineales, basta con tener a la mano la información heurística de un operador con conocimientos del proceso ó mediante la identificación de subsistemas locales (Zuñiga, 2004). En cualquiera de los dos casos, los subsistemas locales reproducen con bastante exactitud las dinámicas del sistema original.

El sistema difuso T-S del que se hará uso en este trabajo de tesis, tiene de manera general, reglas con el siguiente formato:

$$\begin{aligned} \text{SI } z_1(t) \text{ es } M_{i1} \text{ y } \dots \text{ y } z_g(t) \text{ es } M_{ig} \\ \text{ENTONCES } b_i = h_i(\cdot) \end{aligned} \quad (2.18)$$

donde $z_1 \dots z_g$ son las variables premisas; M_{ij} son los conjuntos difusos del antecedente de la regla i ; $j = 1, 2, \dots, g$; $(\cdot)$ representa el argumento de la función h_i ; $i = 1, 2, \dots, r$; y r es el número de reglas (García, 2005). Cabe mencionar que:

$$b_i = h_i(\cdot) = a_{i0} + a_{i1}z_1 + \dots + a_{ig}z_g \quad (2.19)$$

donde a_{ig} son números reales.

De esta forma, se puede representar un sistema no lineal, mediante relaciones lineales locales de entrada-salida, mediante conjuntos difusos en el antecedente y Sistemas Lineales Invariantes en el Tiempo en el consecuente.

El modelo difuso T-S se obtiene de manera fácil al linealizar el sistema de naturaleza no lineal alrededor de diferentes puntos de operación. Las i -ésimas reglas de los modelos difusos son de la siguiente forma:

i -ésima regla de la planta:

$$\begin{aligned} &SI \ z_1(t) \text{ es } M_{i1} \text{ y } \dots \text{ y } z_g(t) \text{ es } M_{ig} \\ &ENTONCES \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \end{aligned} \quad (2.20)$$

donde $i = 1, 2, \dots, r$; r es el número de reglas; $z_1(t) \dots z_g(t)$ son las variables medibles del sistema; M_{ij} son los conjuntos difusos; $j = 1, 2, \dots, g$; $x(t) \in R^n$ es el vector de estado; $u(t) \in R^m$ es el vector de entrada y $y(t) \in R^p$ es el vector de salida (García, 2005).

No hay que perder de vista que los modelos lineales en la parte *ENTONCES* de la regla son válidos únicamente para una región cerca del punto de operación donde se realizó la linealización; por lo tanto, el modelado difuso T-S nos permite representar un modelo no lineal interpolando r modelos lineales.

El estado final y la salida final se calculan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \frac{\sum_{i=1}^r \lambda_i[z(t)] \cdot \{A_i x(t) + B_i u(t)\}}{\sum_{i=1}^r \lambda_i[z(t)]} \\ y(t) &= \frac{\sum_{i=1}^r \lambda_i[z(t)] \cdot C_i x(t)}{\sum_{i=1}^r \lambda_i[z(t)]} \end{aligned} \quad (2.21)$$

donde $\lambda_i[z(t)] = \prod_{j=1}^g M_{ij}[z_j(t)]$; M_{ij} es el grado de pertenencia de $z_j(t)$ en M_{ij} y $z(t) = [z_1(t) \ z_2(t) \ \dots \ z_g(t)]$.

Es importante mencionar que una vez que tenemos el sistema no lineal representado por un modelo difuso T-S, se diseñan las leyes de control para cada una de las reglas del sistema.

Las reglas difusas para el controlador son (García, 2005):

$$\begin{aligned} &SI \ z_1(t) \text{ es } M_{i1} \text{ y } \dots \text{ y } z_g(t) \text{ es } M_{ig} \\ &ENTONCES \ u(t) = -K_i x(t) \quad i = 1, 2, \dots, r \end{aligned} \quad (2.22)$$

Como se puede apreciar, la parte *SI* de las reglas son las mismas que en las reglas difusas ordinarias *SI-ENTONCES*, pero la parte *ENTONCES* es una combinación lineal de las variables de entrada.

El controlador difuso total es una combinación de cada uno de los controladores lineales locales que se expresa de la siguiente manera:

$$u(t) = - \frac{\sum_{i=1}^r \lambda_i[z(t)] \cdot K_i x(t)}{\sum_{i=1}^r \lambda_i[z(t)]} \quad (2.23)$$

En la figura 2.4 se puede apreciar la configuración básica:

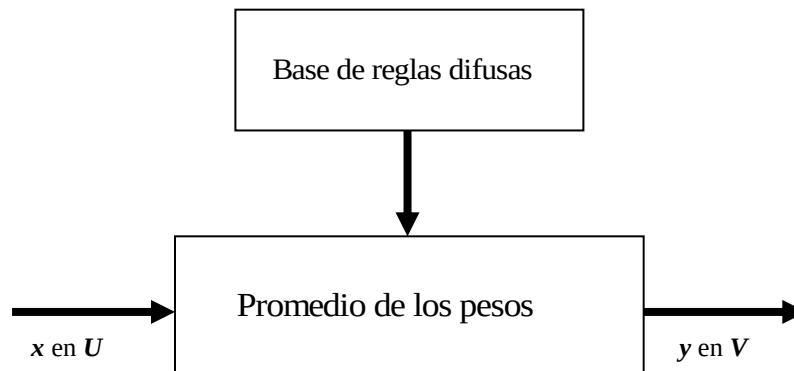


Figura 2.4. Sistema Difuso T-S (configuración básica).

2.4.3-SISTEMAS DIFUSOS MAMDANI

En este tipo de sistemas se agrega un Fuzzificador que transforma un valor real de la variable de entrada a un conjunto difuso, y un Defuzzificador que transforma un conjunto difuso en una variable con valor real, tal como se aprecia en la figura 2.5.

Una característica de este tipo de sistemas es que permite múltiples entradas y una sola salida simple mapeando de un vector de valores reales a un valor real escalar, y las fórmulas matemáticas de este mapeo pueden ser obtenidas fácilmente.

Constan de cuatro componentes principales (Ortiz, 2004):

1. La base de reglas difusas, almacena el conocimiento del experto humano que permite controlar un sistema, en forma de reglas *SI-ENTONCES*.
2. La máquina de inferencia, la cual evalúa que reglas son relevantes en determinado tiempo y decide las posibles entradas a la planta.
3. El Fusificador, modifica las entradas para que puedan ser interpretadas y comparadas con el conjunto de reglas.

4. El Defusificador, convierte las conclusiones de la máquina de inferencia en entradas a la planta.

En este tipo de sistemas toma una gran relevancia la aportación que pueda hacer el operador experto del sistema, ya que si no se cuenta con suficiente información sobre la dinámica de la planta el controlador a diseñar pudiera presentar problemas.

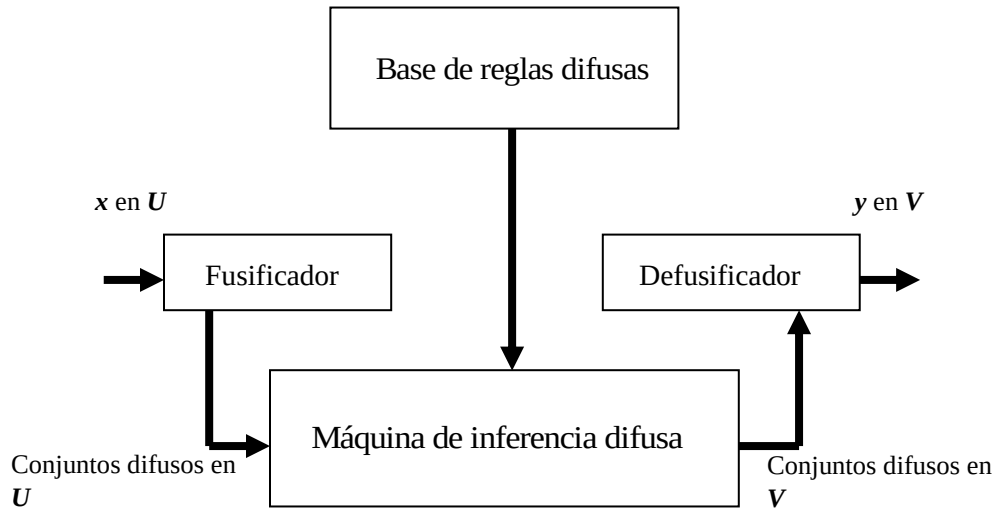


Figura 2.5. Sistema Difuso Mamdani (configuración básica).

La Lógica Difusa tiene un campo de aplicación muy diverso, debido a que nos permite controlar procesos muy complejos en base al razonamiento que usamos de manera cotidiana. La experiencia de los expertos humanos puede ser representada en planteamientos matemáticos, los cuales son usados para diseñar los controladores difusos.

2.5-LÓGICA DIFUSA TIPO 2

Los sistemas inteligentes basados en lógica difusa constituyen herramientas fundamentales para modelar sistemas complejos no lineales. Los conjuntos difusos y la lógica difusa, son el fundamento de los sistemas difusos, han sido desarrolladas buscando modelar la forma como el cerebro manipula información inexacta. Los conjuntos difusos tipo-2 se usan para modelar incertidumbre e imprecisión.

La incertidumbre, es "la imperfección en el conocimiento sobre el estado o los procesos de la naturaleza". La incertidumbre estadística es "la aleatoriedad o el error proveniente de varias fuentes como las descritas al usar la metodología estadística". Hay varias fuentes de incertidumbre en el cálculo y evaluación. Los cinco tipos de incertidumbre, que emergen de un conocimiento impreciso del estado de la naturaleza son (Castillo, Melín, 2012):

- Incertidumbre en la medición, es el error en las cantidades observadas.
- Incertidumbre en el proceso, es la aleatoriedad subyacente en la dinámica.
- Incertidumbre en el modelo, es la especificación errónea de la estructura del modelo;

- Incertidumbre en la estimación, es la que puede resultar de cualquiera, o de una combinación, de las incertidumbres descritas anteriormente y es la inexactitud e imprecisión.
- Incertidumbre en la implementación, es la consecuencia de la variabilidad que resulta de una política de ordenación, i.e. incapacidad para alcanzar exactamente el objetivo de una estrategia.

La lógica difusa, es una tecnología basada en reglas que tolera imprecisiones e incluso las aprovecha para resolver problemas que antes no tenían solución.

Las funciones de membresía en los sistemas difusos tipo 2 se caracterizan por una función de membresía superior y una función de membresía inferior; el intervalo $\mathcal{E}$ entre estas dos funciones puede variarse para obtener un desempeño óptimo (Cazares, Tupak, Castillo, 2011). Cada una de estas funciones puede ser representada como una función de membresía de sistemas difusos tipo 1; ver figura 2.6

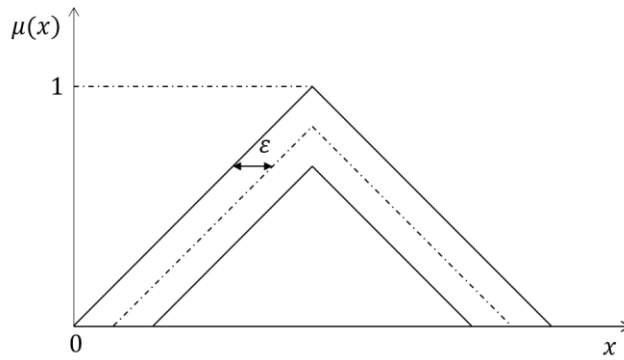


Figura 2.6. Conjunto difuso tipo 2.

2.6-OPERACIONES CON CONJUNTOS DIFUSOS TIPO 2

Considerando dos conjuntos difusos tipo 2, $\tilde{A}_1$ y $\tilde{A}_2$, por ejemplo:

$$\begin{aligned}\tilde{A}_1 &= \int_x \mu_{\tilde{A}_1}(x) / x \\ \tilde{A}_2 &= \int_x \mu_{\tilde{A}_2}(x) / x\end{aligned}\tag{2.24}$$

La unión de $\tilde{A}_1$ y $\tilde{A}_2$, es otro conjunto difuso tipo 2, representado por la siguiente expresión (Castillo, 2012):

$$\tilde{A}_1 \cup \tilde{A}_2 = \int_{x \in X} \mu_{\tilde{A}_1 \cup \tilde{A}_2}(x) / x\tag{2.25}$$

Si más de una combinación de pares de como resultado el mismo punto, entonces se mantiene el que tenga el máximo grado de membresía.

La intersección de $\tilde{A}_1$ y $\tilde{A}_2$, es otro conjunto difuso tipo 2, representado por la siguiente expresión:

$$\tilde{A}_1 \cap \tilde{A}_2 = \int_{x \in X} \mu_{\tilde{A}_1 \cap \tilde{A}_2}(x) / x \quad (2.26)$$

Si más de una combinación de pares de como resultado el mismo punto, entonces se mantiene el que tenga el máximo grado de membresía.

El complemento de un conjunto difuso A es otro conjunto difuso tipo 2, representado por la siguiente expresión:

$$\tilde{A}^c = \int_x \mu_{\tilde{A}^c}(x) / x \quad (2.27)$$

2.7-SISTEMAS DIFUSOS TIPO 2

Los sistemas difusos tipo 2 constan de un fusificador que convierte un valor real a un valor difuso; una máquina de inferencia difusa que aplica un razonamiento difuso para obtener una salida difusa; un procesador de salida que consta de un reductor que transforma un conjunto difuso tipo 2 a un conjunto difuso tipo 1 y un defusificador que traslada una salida a un valor preciso (Mendel, Hagra, Tan, Melek, Ying, 2014). Esto se puede apreciar en la Figura 2.7

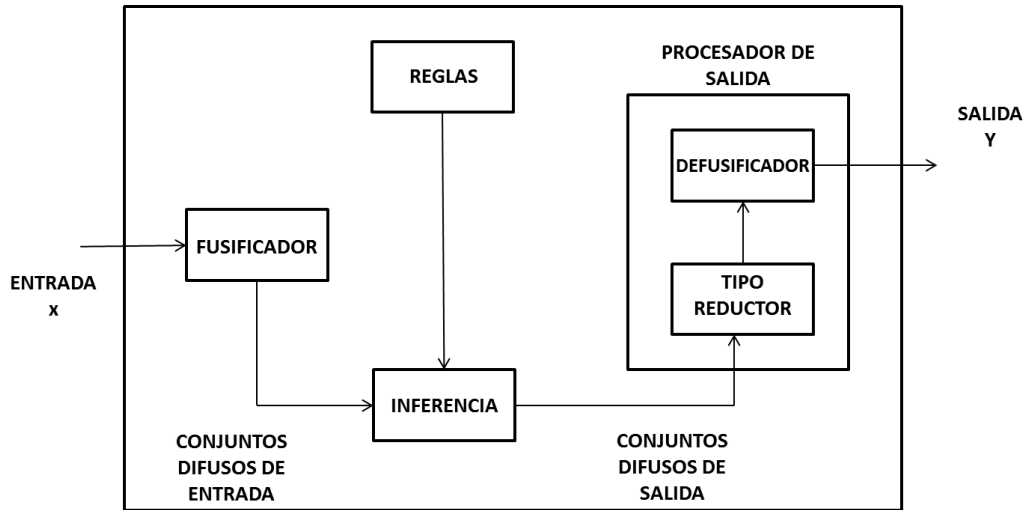


Figura 2.7. Componentes de un sistema difuso tipo 2.

2.7.1-SISTEMA DIFUSO TIPO 2 MAMDANI

Considerando una base de reglas difusas que consiste de N reglas de la siguiente forma:

$$R^n : SI \ x_1 \text{ es } \tilde{X}_1^n \text{ y } \dots \text{ y } x_I \text{ es } \tilde{X}_I^n, \text{ ENTONCES } y \text{ es } Y^n \quad n=1,2,\dots,N \quad (2.28)$$

donde $\tilde{X}_i^n (i=1,\dots,I)$ son los conjuntos difusos tipo 2, y $Y^n = [\underline{y}^n, \bar{y}^n]$ es un intervalo que representa el consecuente de cada regla del sistema difuso.

Asumiendo un vector de entrada $X' = (x'_1, x'_2, \dots, x'_I)$, la salida del sistema difuso tipo 2 mamdani se realiza como sigue.

Calcular el valor de membresía de cada entrada x'_i en cada conjunto difuso tipo 2 X_i^n :

$$X_i^n = [\mu_{X_i^n}(x'_i), \mu_{\bar{X}_i^n}(x'_i)], \quad i=1,2,\dots,I, n=1,2,\dots,N \quad (2.29)$$

El intervalo de la salida difusa de la n -ésima regla $F^n(X')$ se calcula de la siguiente manera:

$$F^n(X') = [\mu_{X_1^n}(x'_1) \times \dots \times \mu_{X_I^n}(x'_I), \mu_{\bar{X}_1^n}(x'_1) \times \dots \times \mu_{\bar{X}_I^n}(x'_I)] \equiv [f^n, \bar{f}^n], \quad n=1,2,\dots,N \quad (2.30)$$

en la ecuación 2.30 también puede ser usado el mínimo en lugar del producto.

En la figura 2.8 se aprecia la inferencia difusa tipo 2 para un sistema de una regla. Es importante notar que en los sistemas difusos tipo 1, la salida difusa de la máquina de inferencia pasa directamente a defusificador para calcular la salida real del sistema; en el caso de los sistemas difusos tipo 2, la salida de la inferencia pasa a un reductor de tipo que mapea un sistema difuso tipo 2 a un sistema difuso tipo 1, posteriormente pasa a un defusificador para calcular la salida.

Calcular la salida de un sistema difuso tipo 2 es un procedimiento más complejo que para los sistemas tipo 1 desde el punto de vista computacional, ya que la región donde se dispara la salida de la regla es mayor.

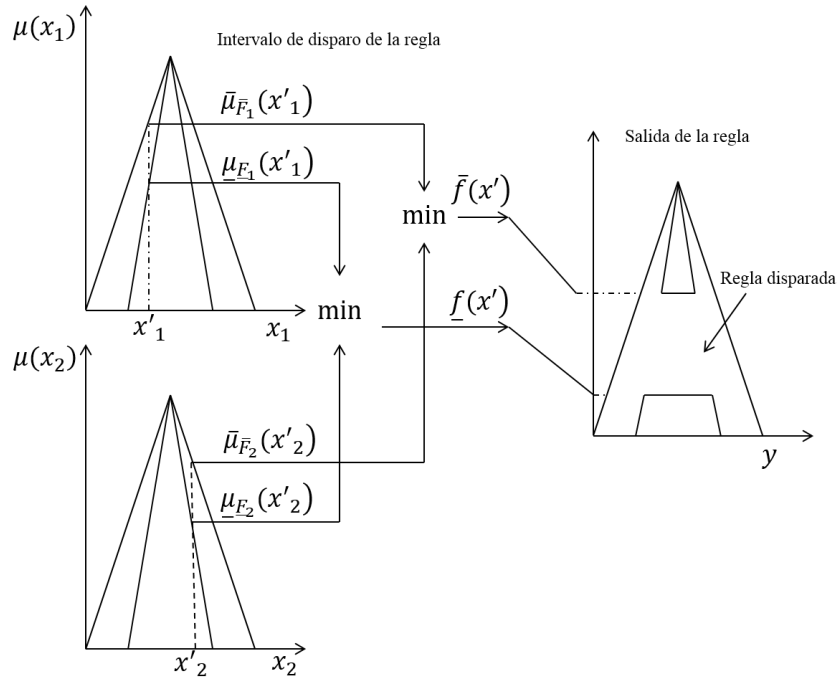


Figura 2.8. Inferencia para una regla difusa tipo 2.

Para realizar la reducción de tipo y combinar los antecedentes y consecuentes del conjunto de reglas, existen varios métodos, el comúnmente usado es el reductor de tipo del centro de los conjuntos (Mendel, 2001).

$$Y_{COS}(X') = \bigcup_{\substack{f^n \in F^n(x') \\ y^n \in Y^n}} \frac{\sum_{n=1}^N f^n y^n}{\sum_{n=1}^N f^n} = [y_l, y_r] \quad (2.31)$$

donde:

$$y_l = \min_{k \in [1, N-1]} \frac{\sum_{n=1}^k \bar{f}^n \underline{y}^n + \sum_{n=k+1}^N \underline{f}^n \underline{y}^n}{\sum_{n=1}^k \bar{f}^n + \sum_{n=k+1}^N \underline{f}^n} = \frac{\sum_{n=1}^L \bar{f}^n \underline{y}^n + \sum_{n=L+1}^N \underline{f}^n \underline{y}^n}{\sum_{n=1}^L \bar{f}^n + \sum_{n=L+1}^N \underline{f}^n} \quad (2.32)$$

$$y_r = \min_{k \in [1, N-1]} \frac{\sum_{n=1}^k \underline{f}^n \bar{y}^n + \sum_{n=k+1}^N \bar{f}^n \bar{y}^n}{\sum_{n=1}^k \underline{f}^n + \sum_{n=k+1}^N \bar{f}^n} = \frac{\sum_{n=1}^R \underline{f}^n \bar{y}^n + \sum_{n=R+1}^N \bar{f}^n \bar{y}^n}{\sum_{n=1}^R \underline{f}^n + \sum_{n=R+1}^N \bar{f}^n} \quad (2.33)$$

Los puntos de cambio L y R , son determinados por:

$$\underline{y}^L \leq y_l \leq \underline{y}^{L+1} \quad (2.34)$$

$$\underline{y}^R \leq y_r \leq \underline{y}^{R+1} \quad (2.35)$$

$\{\underline{y}^n\}$ y $\{\bar{y}^n\}$ son ordenados de manera ascendente respectivamente. $\{y_l\}$ y $\{y_r\}$ pueden ser calculados empleando el algoritmo **Karnik-Mendel (KM)**.

Algoritmo KM para calcular y_l :

a) Ordenar $\underline{y}_n$ ($n = 1, 2, \dots, N$) en orden ascendente; ordenar $F^n(x')$ con su respectivo

$\underline{y}_n$

b) Inicializar $\bar{f}^n$:

$$\bar{f}^n = \frac{f^n + \underline{f}^n}{2} \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (2.36)$$

Calcular

$$y = \frac{\sum_{n=1}^N \underline{y}^n f^n}{\sum_{n=1}^N f^n} \quad (2.37)$$

c) Encontrar el punto de cambio $k(1 \leq k \leq N-1)$, tal que:

$$\underline{y}^k \leq y \leq \underline{y}^{k+1} \quad (2.38)$$

d) Ordenar

$$f^n = \begin{cases} \bar{f}^n, & n \leq k \\ \underline{f}^n, & n > k \end{cases} \quad (2.39)$$

y calcular:

$$y' = \frac{\sum_{n=1}^N \underline{y}^n f^n}{\sum_{n=1}^N f^n} \quad (2.40)$$

e) Checar si $y' = y$. Si esto sucede, entonces $y_l = y$, $L = k$. Si no sucede esto, entonces:

f) Poner $y = y'$; regresar al inciso c.

Algoritmo KM para calcular y_r :

a) Ordenar $\bar{y}_n$ ($n = 1, 2, \dots, N$) en orden ascendente; ordenar $F^n(x')$ con su respectivo

$\bar{y}_n$

b) Inicializar $\bar{f}^n$:

$$\bar{f}^n = \frac{f^n + \bar{f}^n}{2} \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (2.41)$$

Calcular

$$y = \frac{\sum_{n=1}^N \bar{y}^n f^n}{\sum_{n=1}^N f^n} \quad (2.42)$$

c) Encontrar el punto de cambio $k(1 \leq k \leq N-1)$, tal que:

$$\bar{y}^k \leq y \leq \bar{y}^{k+1} \quad (2.43)$$

d) Ordenar

$$f^n = \begin{cases} f^n, & n \leq k \\ \bar{f}^n, & n > k \end{cases} \quad (2.44)$$

y calcular:

$$y' = \frac{\sum_{n=1}^N \bar{y}^n f^n}{\sum_{n=1}^N f^n} \quad (2.45)$$

e) Checar si $y' = y$. Si esto sucede, entonces $y_r = y$, $R=k$. Si no sucede esto, entonces:

f) Poner $y = y'$; regresar al inciso c.

Finalmente, el defusificador calcula la salida real del sistema como sigue (Mendel, 2001):

$$y = \frac{y_l + y_r}{2} \quad (2.46)$$

2.7.2-SISTEMA DIFUSO TIPO 2 TAKAGI-SUGENO (T-S)

Considerando un sistema difuso tipo 2 T-S con p entradas $x_1 \in X_1, \dots, x_p \in X_p$ y una salida $y \in Y$ descrito por reglas difusas **SI-ENTONCES** con relaciones entrada-salida del sistema; con una base de M reglas, teniendo p antecedentes, cada regla en términos generales puede expresarse como (Mendel, et al. 2014):

$$\begin{aligned} &SI \ x_1 \text{ es } F_1^s \text{ y } \dots \text{ y } x_p \text{ es } F_p^s, \text{ ENTONCES} \\ &U^s(x) = C_0^s + C_1^s x_1 + C_2^s x_2 + \dots + C_p^s x_p \end{aligned} \quad (2.47)$$

donde: $s = 1, 2, \dots, M$; $C_j^s (j = 1, 2, \dots, p)$ son los consecuentes de la regla; la salida de cada regla es $U^s(x)$; $F_k^s (k = 1, 2, \dots, p)$ son los conjuntos difusos antecedentes.

Para calcular la salida del sistema difuso tipo 2 T-S se deben realizar las siguientes operaciones:

- 1.- Calcular el valor de cada regla $\{u^s(x)\}_{s=1}^M = \{\mu^k(x)\}_{k=1}^M$
- 2.- Calcular el intervalo de disparo $F^s(x) = [\underline{f}^s(x), \bar{f}^s(x)]$ para cada una de las M reglas
- 3.- Calcular el promedio de los pesos del intervalo de disparo de las reglas:

$$U(x) = \frac{\sum_{s=1}^M F^s(x) \mu^s(x)}{\sum_{s=1}^M F^s(x)} = [u_l(x), u_r(x)] \quad (2.48)$$

Los valores de u_l y u_r pueden ser calculados con el **algoritmo KM** aplicado a:

$$u_l(x) = \min_{\substack{f_j^s(x) \in [\underline{f}^s(x), \bar{f}^s(x)] \\ s=1, \dots, M}} \frac{\sum_{s=1}^M f_j^s(x) \mu^s(x)}{\sum_{s=1}^M f_j^s(x)} \quad (2.49)$$

$$u_r(x) = \max_{\substack{f_j^s(x) \in [\underline{f}^s(x), \bar{f}^s(x)] \\ s=1, \dots, M}} \frac{\sum_{s=1}^M f_j^s(x) \mu^s(x)}{\sum_{s=1}^M f_j^s(x)} \quad (2.50)$$

- 4.- La salida real del sistema es:

$$u(x) = \frac{u_l(x) + u_r(x)}{2} \quad (2.51)$$

Los sistemas difusos tipo 2 tienen un gran potencial para el manejo de sistemas que presentan incertidumbre en las variables medidas, ya sea por daño en los sensores o por la complejidad que implica la obtención de un modelo matemático exacto. Los sistemas difusos tipo 2 Mamdani representan una herramienta importante para lograr el control de sistemas, ya que la experiencia del observador es de vital importancia para definir los conjuntos difusos de entrada y salida.

CAPÍTULO 3. SÍSTESIS DIFUSA DE LYAPUNOV

3.1.-INTRODUCCIÓN

El sistema de inferencia difuso propuesto por (Mamdani, Assilian, 1975) fue utilizado por primera vez para llevar el control de una máquina de vapor por un conjunto de reglas lingüísticas obtenidas de la experiencia de operadores humanos. En la aplicación de (Mamdani, Assilian, 1975), dos sistemas de inferencia difusa se utilizaron como controladores, uno para la generación del calor de una caldera y otro para la apertura de una válvula reguladora de la máquina, respectivamente. Este tipo de sistema es el empleado en la presente tesis.

El aspecto más complicado en el diseño de controladores difusos es la construcción de la base de reglas. La extracción del conocimiento del operador humano en forma de reglas de control es complicado, en ocasiones no se logra una buena comprensión del funcionamiento de la planta.

La teoría clásica de Lyapunov se emplea para el diseño de controladores difusos. El método clásico de la síntesis de Lyapunov se emplea para para construir una función candidata de Lyapunov V y entonces determinar las condiciones requeridas de la función de Lyapunov en lazo cerrado. Se asume un conocimiento difuso acerca de la planta a ser controlada y las condiciones de la función candidata de Lyapunov se pueden expresar en reglas difusas SI-ENTONCES. Esta metodología se emplea para el estudio de estabilidad y robustez de los controladores diseñados bajo este criterio.

3.2-SÍNTESIS DIFUSA DE LYAPUNOV

En esta sección se describe el enfoque difuso de Lyapunov para el diseño de controladores. Se empieza con el caso convencional, el cual tiene una descripción exacta del modelo matemático de la planta y posteriormente se describirá su extensión al caso difuso.

Considerar el sistema de una entrada y una salida (Margaliot, Langholz, 1999).

$$\begin{aligned}\dot{X} &= F(x, u) \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{3.1}$$

donde $F(\cdot) = (F_1(\cdot), F_2(\cdot), \dots, F_n(\cdot))^T$ y $y \in R$ son las entradas y salidas del sistema respectivamente, y $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in R^n$ es el vector de estados del sistema. El objetivo de control es estabilizar el sistema alrededor de algún punto $x_0 = 0$. Específicamente diseñar un controlador retroalimentado tal que 0 sea el punto de equilibrio estable de 3.1

Una forma de lograr este objetivo es elegir una función candidata de Lyapunov $V(x)$ y entonces determinar las condiciones necesarias de la función candidata. Una función

candidata de Lyapunov, continua y diferenciable debe cumplir lo siguiente (Margaliot, Langholz, 1999):

$$V(0) = 0 \quad (3.2)$$

$$V(x) > 0, \quad x \in N \setminus \{0\} \quad (3.3)$$

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} \dot{x}_i < 0, \quad x \in N \setminus \{0\} \quad (3.4)$$

donde $N \setminus \{0\} \in R^n$ es algún punto cercano de 0. Si 0 es un punto de equilibrio de 3.1, y V existe, entonces 0 es local y asintóticamente estable.

Esta idea se puede extender a un escenario más real, asumiendo que el modelo exacto de la planta es desconocido y solo se conoce algo acerca del sistema. Se puede obtener una función candidata de Lyapunov y obtener su derivada, entonces obtener las condiciones necesarias para que cumpla con 3.2-3.4; en este caso, como el conocimiento acerca del sistema es difuso, las condiciones obtenidas resultan en un controlador difuso.

Se pueden formular las condiciones resultantes en forma de reglas difusas en 2 posibles representaciones (Margaliot, Langholz, 1999):

$$\text{SI } x_1 \text{ es } \langle lv \rangle \text{ y/o } x_2 \text{ es } \langle lv \rangle \dots \text{y/o } x_n \text{ es } \langle lv \rangle \text{ ENTONCES } u \text{ debe ser } \langle lv \rangle \quad (3.5)$$

$$\text{SI } x_1 \text{ es } \langle lv \rangle \text{ y/o } x_2 \text{ es } \langle lv \rangle \dots \text{y/o } x_n \text{ es } \langle lv \rangle \text{ ENTONCES } u \text{ debe ser } f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3.6)$$

donde $f()$ es una función lineal.

Las reglas 3.1 constituyen la base de reglas de un sistema Mamdani y las reglas 3.6 constituyen la base de reglas de un sistema Takagi Sugeno. Esta metodología se denomina Síntesis Difusa de Lyapunov.

3.3-MODELO MATEMÁTICO DEL SISTEMA

El modelo matemático de la planta fue desarrollado por (Ruz, et al. 2007), se realizaron pruebas para calibrar el equipo, determinar las ganancias de los sensores de medición y se combinaron las ecuaciones de la parte eléctrica y la parte mecánica para obtener el modelo matemático en el espacio de estados. Dicho modelo está representado por la siguiente expresión (Ruz, et al. 2007):

$$T \frac{d^2 y_\theta(t)}{dt} + \frac{dy_\theta(t)}{dt} = G_1 G_2 v(t) \quad (3.7)$$

definiendo los siguientes cambios de variables:

$$\begin{aligned}x_1 &= y_\theta(t) \\x_2 &= y_\omega(t) \\u &= v(t)\end{aligned}\tag{3.8}$$

se obtiene la representación en el espacio de estados del sistema:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{1}{T}x_2 + \frac{G_1 G_2}{T}u\end{aligned}\tag{3.9}$$

donde:

x_1 = Posicion del servomotor, x_2 = Velocidad del servomotor, G_1 = Ganancia del sensor de velocidad, G_2 = Ganancia del sensor de posicion, T = Constante de tiempo del sistema, u = Señal de Control

El modelo matemático se validó en línea con el equipo y se realizaron las pruebas del fabricante para calibrar y poner a punto el modelo. Es importante mencionar que la zona muerta del equipo no está considerada en el modelo, porque el controlador difuso debe ser capaz de funcionar correctamente ante la presencia de perturbaciones o dinámicas no modeladas.

3.4-DISEÑO DEL CONTROLADOR TIPO MAMDANI PARA LA VELOCIDAD

Se escoge la siguiente función candidata de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2}(e^2 + \dot{e}^2)\tag{3.10}$$

donde e es el error de seguimiento. Diferenciando V se tiene:

$$\dot{V} = e\dot{e} + \dot{e}\ddot{e}\tag{3.11}$$

Sustituyendo $w = \ddot{e}$:

$$\dot{V} = e\dot{e} + \dot{e}w\tag{3.12}$$

se requiere entonces que:

$$\dot{V} = e\dot{e} + \dot{e}w < 0\tag{3.13}$$

Analizando la ecuación 3.13, se pueden establecer reglas difusas para W de tal forma que la desigualdad se cumpla:

SI e es positivo y $\dot{e}$ es positivo ENTONCES W es negativo grande

SI e es negativo y $\dot{e}$ es negativo ENTONCES W es positivo grande

SI e es positivo y $\dot{e}$ es negativo ENTONCES W es cero

SI e es negativo y $\dot{e}$ es positivo ENTONCES W es cero

El objetivo de control es diseñar una señal u tal que la velocidad angular x_2 siga una señal de referencia deseada y_ω . El error se define por $e = x_2 - y_\omega$, la segunda derivada del error es:

$$\ddot{e} = w = \ddot{x}_2 - \ddot{y}_\omega \quad (3.14)$$

de la ecuación 3.9:

$$\ddot{x}_2 = -\frac{1}{T} \dot{x}_2 + \frac{G_1 G_2}{T} \dot{u} \quad (3.15)$$

combinando las ecuaciones 3.14 y 3.15 se tiene:

$$w = -\frac{1}{T} \dot{x}_2 + \frac{G_1 G_2}{T} \dot{u} - \ddot{y}_\omega \quad (3.16)$$

despejando u , la señal de control se obtiene:

$$u = \frac{T}{G_1 G_2} \int \left(\frac{1}{T} \dot{x}_2 + w + \ddot{y}_\omega \right) dt \quad (3.17)$$

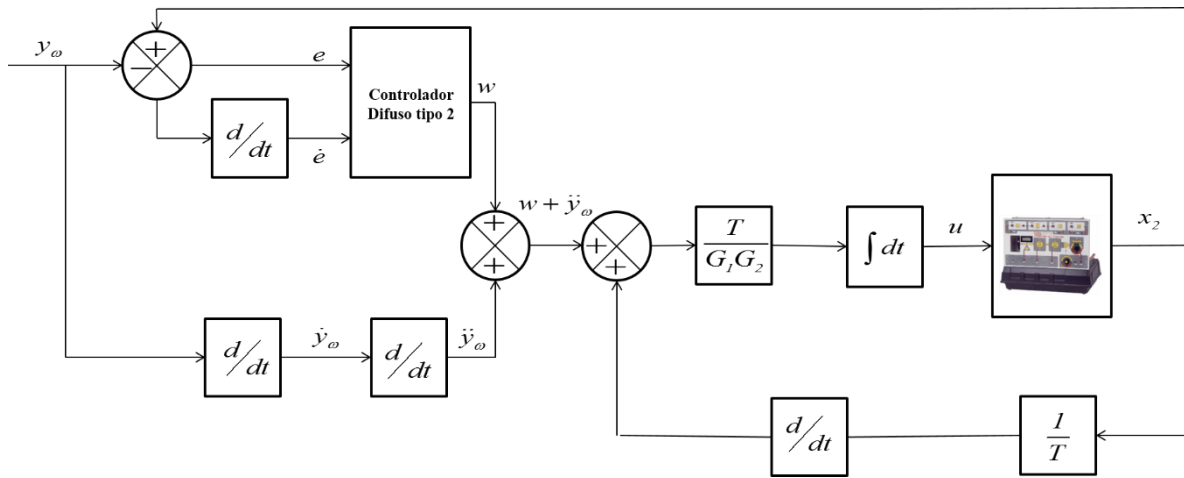


Figura 3.1. Esquema de control para la velocidad angular.

3.5-DISEÑO DEL CONTROLADOR TIPO MAMDANI PARA LA POSICION

El objetivo de control es diseñar una señal u tal que la posición angular x_1 siga una señal de referencia deseada y_θ . El error se define por $e = x_1 - y_\theta$, la segunda derivada del error es:

$$\ddot{e} = w = \ddot{x}_1 - \ddot{y}_\theta \quad (3.18)$$

como $\ddot{x}_1 = \dot{x}_2$ de la ecuación 3.9:

$$w = \dot{x}_2 - \ddot{y}_\theta \quad (3.19)$$

sustituyendo $\dot{x}_2$ en 3.19 de la ecuación 3.9

$$w = -\frac{1}{T}x_2 + \frac{G_1G_2}{T}u - \ddot{\theta} \quad (3.20)$$

despejando u , la señal de control se obtiene:

$$u = \frac{T}{G_1G_2}(w + \ddot{\theta}) + \frac{1}{G_1G_2}x_2 \quad (3.21)$$

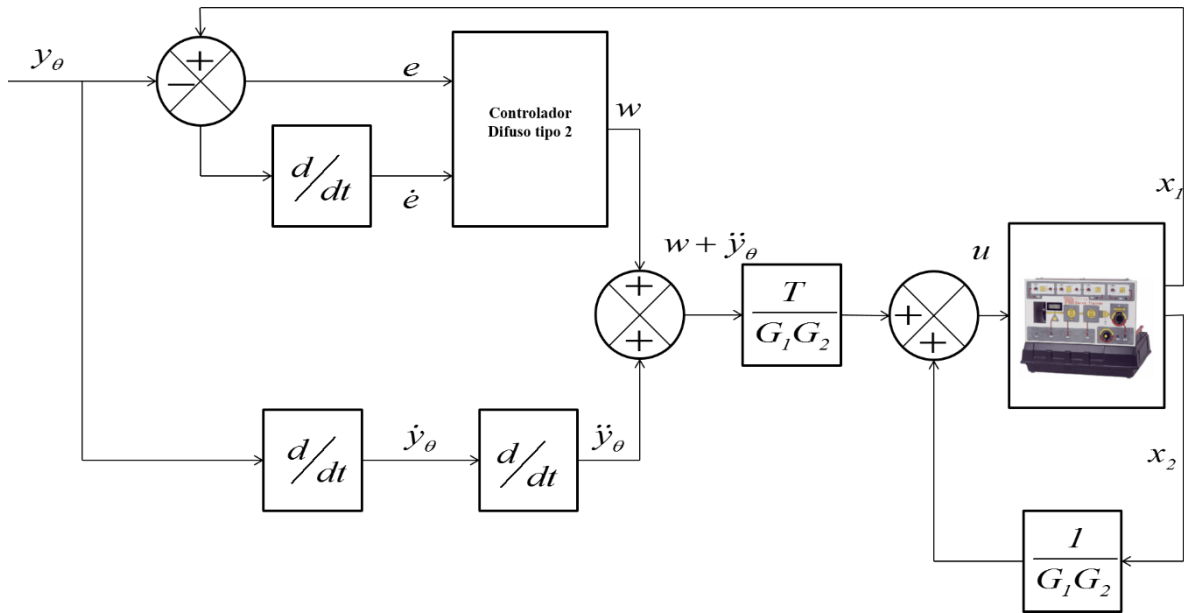


Figura 3.2. Esquema de control para la posición angular.

Como se aprecia en los esquemas de control para la posición y para la velocidad, el sistema difuso tipo 2 mamdani se emplea para determinar la variable w , a diferencia de otros esquemas de control donde la salida es directamente la señal de control u .

En este capítulo se describió el enfoque difuso de Lyapunov, el cual combina la teoría de estabilidad de Lyapunov y los fundamentos matemáticos de la lógica difusa. La parte interesante de esta aplicación fue la forma sencilla en que se obtuvieron las reglas para el cálculo de w , las cuales, partieron de la derivada de la función de Lyapunov. El algoritmo de control propuesto se utiliza para el seguimiento de trayectorias, tanto de posición como de velocidad.

3.6-PARÁMETROS DEL SISTEMA

En referencia al modelo del sistema planteado en la ecuación 3.9, las variables y parámetros importantes del modelo se muestran en la Tabla 1, (Ruz, et al. 2007). En la determinación de los valores de los parámetros del sistema realizaron pruebas de calibración de los sensores

bajo la metodología del fabricante del equipo y posteriormente se realizaron pruebas de validación para corroborar el modelo matemático obtenido con la dinámica del equipo. El problema de control consiste en lograr que la posición y la velocidad de la flecha del motor sigan una referencia dada para diferentes cargas: pequeña (un disco), media (dos discos) y completa (tres discos).

Parámetro	Descripción	Valor
x_1	Posición del Servomotor	$[-10,10]$ volts; $[-180^\circ,180^\circ]$
x_2	Velocidad del servomotor	$[-10,10]$ volts; $[-2000,2000]$ rpm
G_1	Ganancia del sensor de velocidad	0.9321
G_2	Ganancia del sensor de posición	2.2475 seg.
T	Constante de tiempo del sistema	0.4856 seg. (carga mínima) 1.1051 seg. (carga media) 1.6652 seg. (carga mayor)
u	Señal de control	$[-10,10]$ Volts

Tabla 3.1. Parámetros del servomotor.

3.7-CONJUNTOS DIFUSOS

Los voltajes de los sensores de la posición y la velocidad del sistema determinan los conjuntos difusos a utilizar, quedando como sigue:

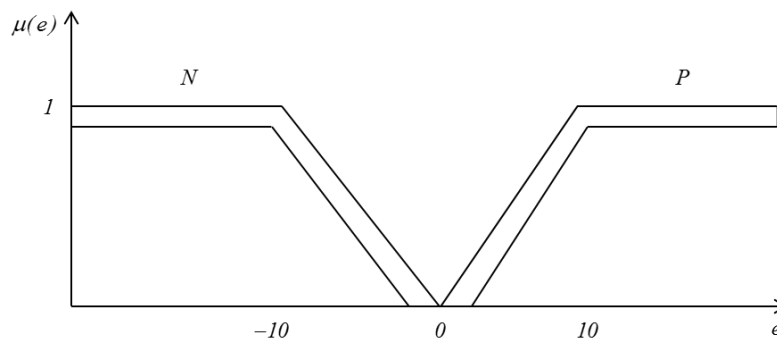


Figura 3.3. Conjuntos difusos para la señal del error.

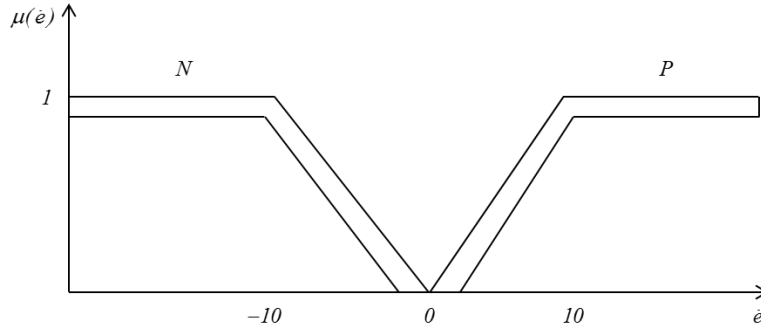


Figura 3.4. Conjuntos difusos para la señal de la derivada del error.

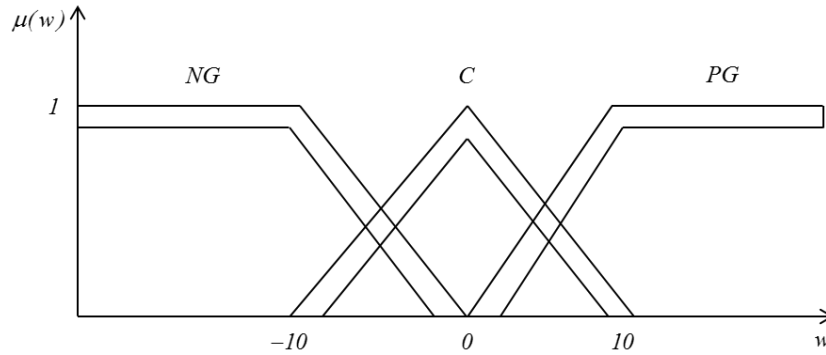


Figura 3.5. Conjuntos difusos para la señal W .

donde: N es Negativo, P es Positivo, NG es Negativo Grande, C es Cero, PG es Positivo Grande.

3.8-CRITERIOS DE DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES

En referencia a la figura 2.6, el intervalo de separación de los conjuntos difusos ε toma valores en el rango de 0 a 1 con incrementos de 0.1. Se utilizan dos criterios de desempeño para evaluar el comportamiento de ambos controladores; la integral del valor absoluto del error ((IAE), ecuación 3.22 y la integral del error cuadrático (ISE), ecuación 3.23

$$IAE = \int_0^{\infty} |e| dt \quad (3.22)$$

$$ISE = \int_0^{\infty} [e]^2 dt \quad (3.23)$$

3.9-CAJA DE HERRAMIENTAS EMPLEADA PARA EL DISEÑO DE LOS CONTROLADORES

En este trabajo se emplea la caja de herramientas desarrollada por (Castro, et al. 2007), esta herramienta emplea las diferentes fases del diseño de los sistemas difusos. Esta interface gráfica, tiene la capacidad de desarrollar sistemas complejos y su flexibilidad permite trabajar con sistemas difusos tipo 2. Es posible desarrollar operadores difusos, variables lingüísticas, funciones de membresía y métodos de evaluación de los sistemas difusos tipo 2. Es posible

desarrollar sistemas de inferencia difusa Mamdani y Takagi-Sugeno-Kang (TSK), diseñar funciones de membresía y operadores difusos tipo 2.

La caja de herramientas considera 5 partes del proceso de inferencia difusa tipo 2: fusificación de las variables de entrada, aplicación de los operadores difusos tipo 2 and y or, implicación del antecedente de la regla al consecuente, agregación de los consecuentes de las reglas difusas y reducción de tipo y defusificación.

El editor principal despliega información general acerca del sistema de inferencia difusa tipo 2. Se puede apreciar los nombres de las variables difusas de entrada, el sistema de inferencia difusa utilizado (Mamdani o TSK), las variables difusas de salida del sistema y diversas opciones que pueden elegirse para la implicación, agregación, reducción de tipo. El usuario puede elegir entre diversas opciones de configuración con menús desplegables para desarrollar de mejor manera la implementación de los controladores.

En la figura 3.6 se aprecia el editor principal con las variables arriba mencionadas:

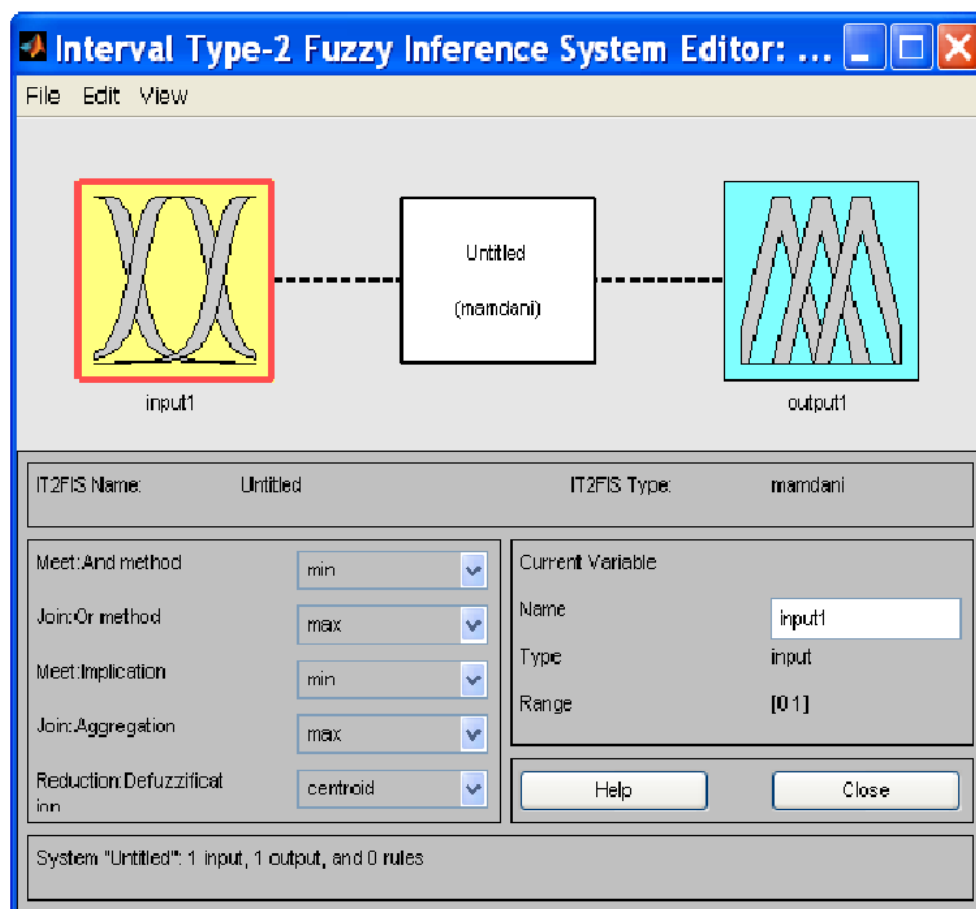


Figura 3.6. Editor principal de la caja de herramientas.

CAPÍTULO 4. RESULTADOS OBTENIDOS

4.1.-INTRODUCCIÓN

Los resultados presentados a nivel simulación se obtienen empleando la caja de herramientas descrita en la sección 3.9 de este trabajo. La constante de tiempo del modelo matemático varía dependiendo de la cantidad de discos que como carga pueden aplicarse; uno, dos o tres discos. Los resultados que se muestran tanto para el control de la posición como la velocidad, son obtenidos de la comparación del control difuso tipo 2 (CDT2) contra un controlador clásico propuesto por el fabricante del equipo y del control difuso tipo 1 (CDT1) contra un; en ambos casos se analizan las 3 cargas diferentes que pueden ser aplicadas al equipo. Cabe mencionar que ε es la distancia de separación de los conjuntos difusos tipo 2, el valor que muestra mejor desempeño es 0.1

4.2-CONTROL DE VELOCIDAD PARA CARGA MÍNIMA (1 DISCO)

La señal de referencia que se utiliza para la simulación es $y_{\omega} = 5 \sin 0.4t$ volts, que corresponde a una onda senoidal de amplitud de 1000 r.p.m., ya que cada volt de entrada al equipo corresponde a 200 r.p.m. En la figura 4.1 se puede apreciar el desempeño de los controladores con respecto a la señal de referencia. Los controladores realizan un seguimiento adecuado de la señal de referencia.

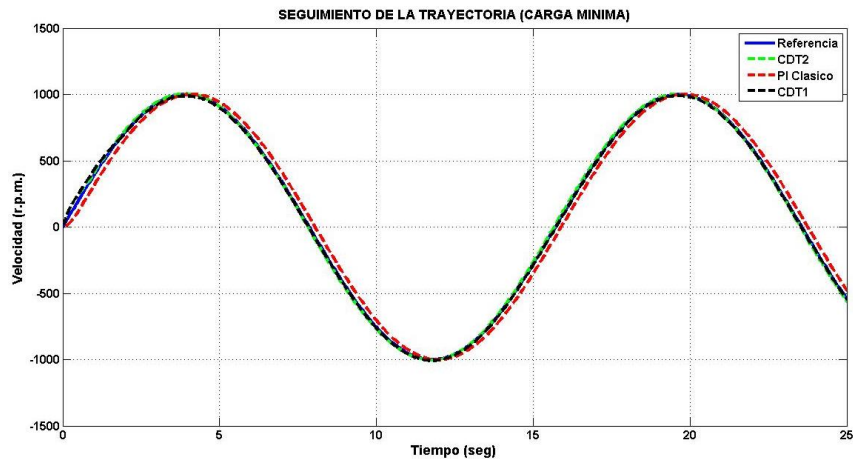


Figura 4.1. Seguimiento de la trayectoria para carga mínima (Velocidad).

En la figura 4.2 se muestran las señales del error de seguimiento de los controladores:

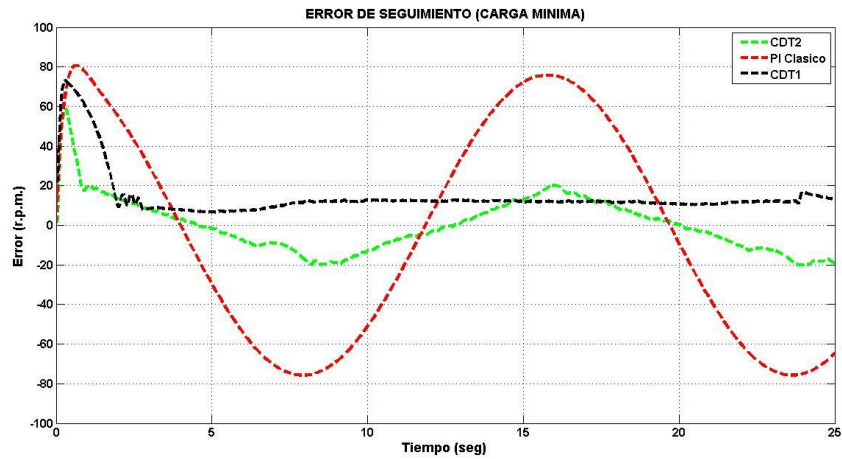


Figura 4.2. Error de seguimiento de la trayectoria para carga mínima (Velocidad).

Las señales de control generadas se visualizan en la gráfica 4.3; en todos casos se encuentran dentro de los límites de voltaje del actuador.

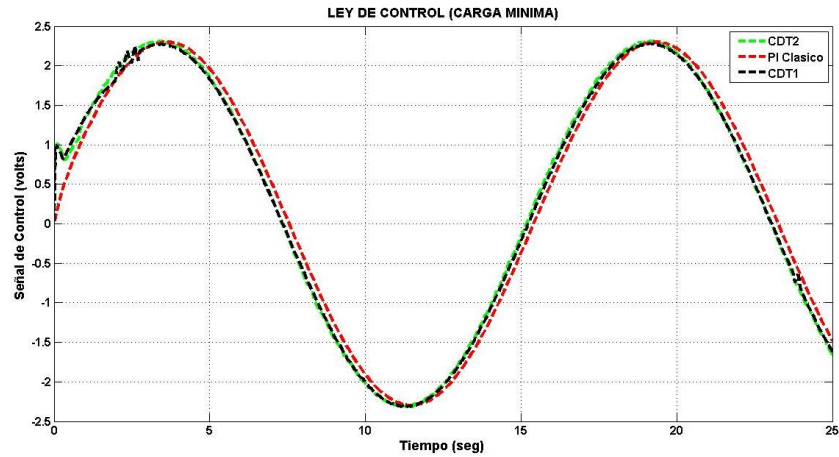


Figura 4.3. Señales de control para carga mínima (Velocidad).

El comportamiento de las derivadas de la Función de Lyapunov, se muestra en la figura 4.4

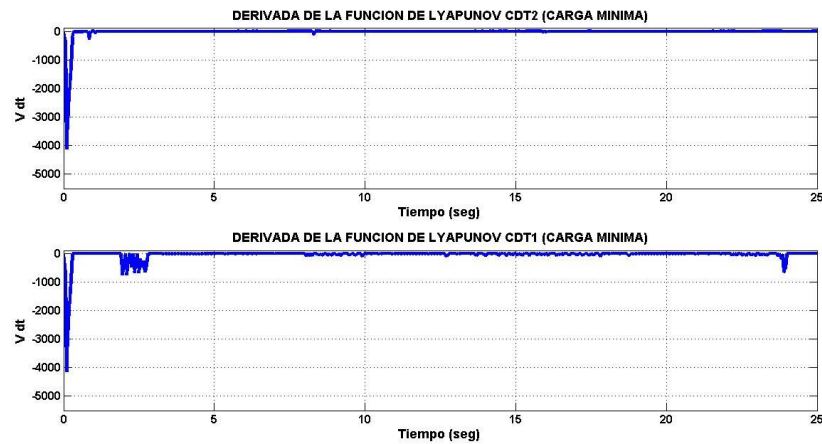


Figura 4.4. Derivadas de la Función de Lyapunov CDT2 vs CDT1 para carga mínima (Velocidad).

Los índices de desempeño para los esquemas de control se muestran en la tabla 4.1, donde se aprecia un mejor desempeño del CDT2

ε	CDT2		CDT1		PI Clásico	
	IAE	ISE	IAE	ISE	IAE	ISE
0.1	1.359	0.1095	1.783	0.2074	6.177	1.871

Tabla 4.1. Índices de desempeño de los controladores para carga mínima (Velocidad).

4.3-CONTROL DE VELOCIDAD PARA CARGA MEDIA (2 DISCOS)

Para la simulación de los controladores se emplea la señal de referencia $y_w = 2.5 \sin 0.4t$ volts , en la figura 4.5 se puede apreciar el seguimiento de la trayectoria de referencia de los controladores propuestos.

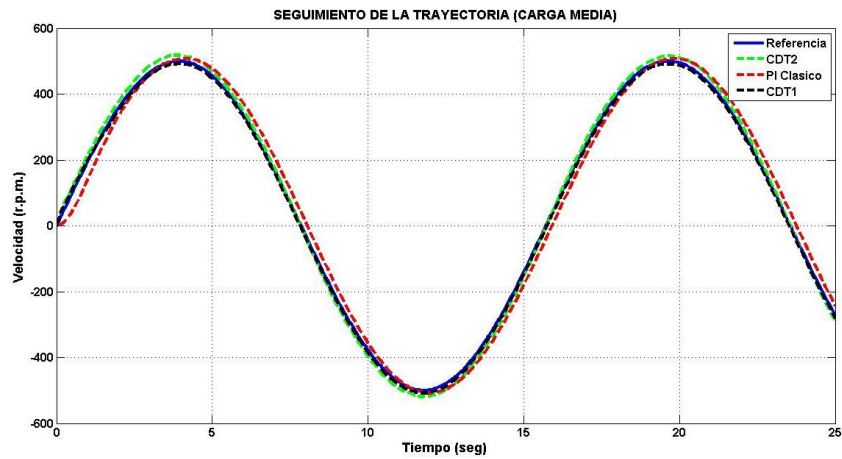


Figura 4.5. Seguimiento de la trayectoria para carga media (Velocidad).

El error en el seguimiento de la señal de referencia es mostrado en la figura 4.6

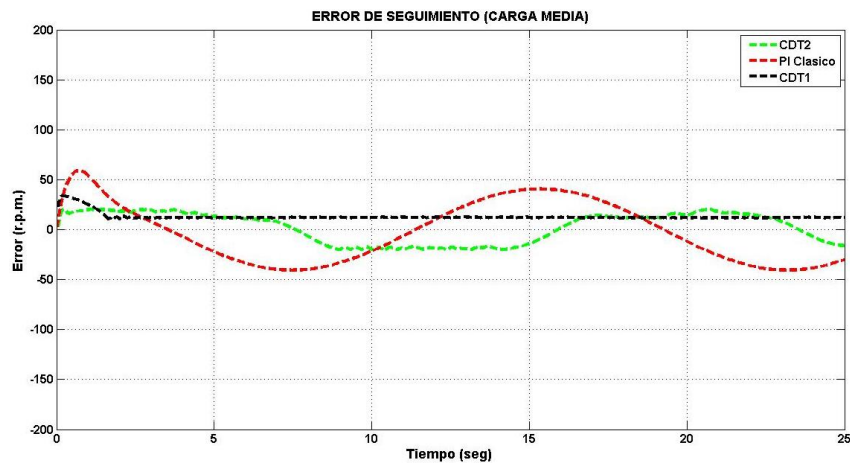


Figura 4.6. Error de seguimiento de la trayectoria para carga media (Velocidad).

Las señales de control se muestran en la figura 4.7, se presentan suaves y sin cambios bruscos en el voltaje.

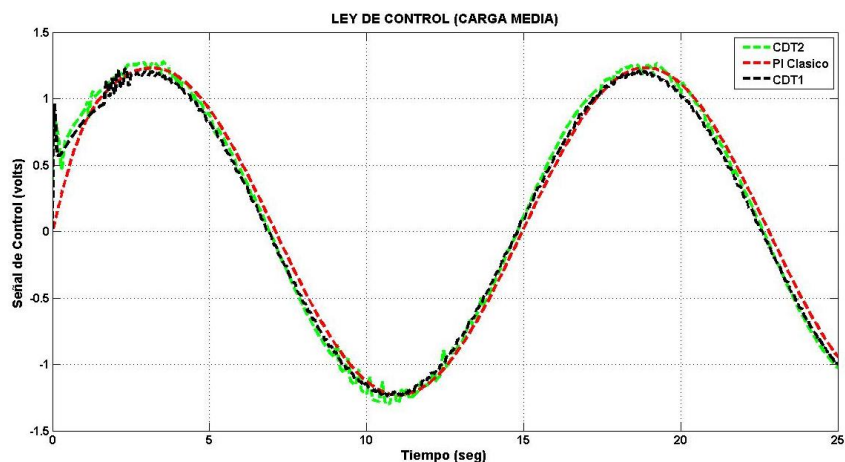


Figura 4.7. Señales de control para carga media (Velocidad).

El comportamiento de las derivadas de la Función de Lyapunov para los controladores se muestra en la figura 4.8, en los dos esquemas difusos de control se cumple con las condiciones de dicha función:

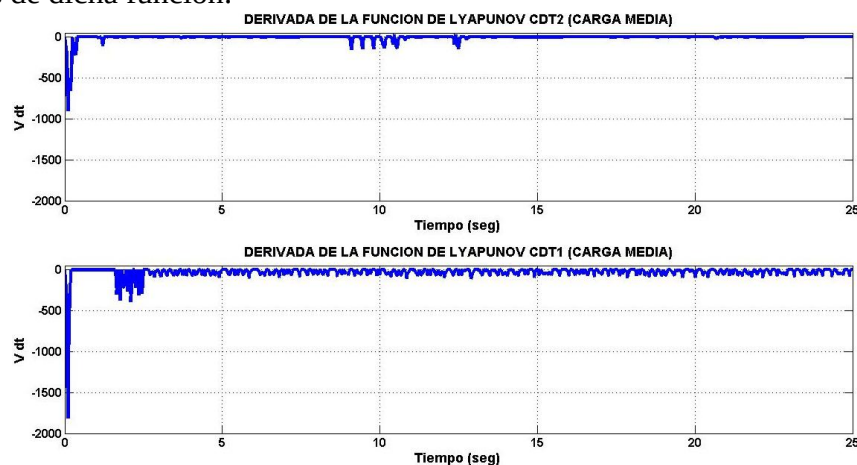


Figura 4.8. Derivadas de la Función de Lyapunov CDT2 vs CDT1 para carga media (Velocidad).

La comparación entre los índices de desempeño propuestos se aprecia en la tabla 4.2, el CDT2 muestra un mejor comportamiento:

$\mathcal{E}$	CDT2		CDT1		PI Clásico	
	IAE	ISE	IAE	ISE	IAE	ISE
0.1	1.798	0.1432	1.835	0.1504	3.382	0.5719

Tabla 4.2. Índices de desempeño de los controladores para carga media (Velocidad).

4.4-CONTROL DE VELOCIDAD PARA CARGA MÁXIMA (3 DISCOS)

Para la simulación de los controladores se emplea la señal de referencia $y_w = 7.5 \sin 0.2t$ volts , en la figura 4.9 se puede apreciar el seguimiento de la trayectoria de referencia de los controladores propuestos.

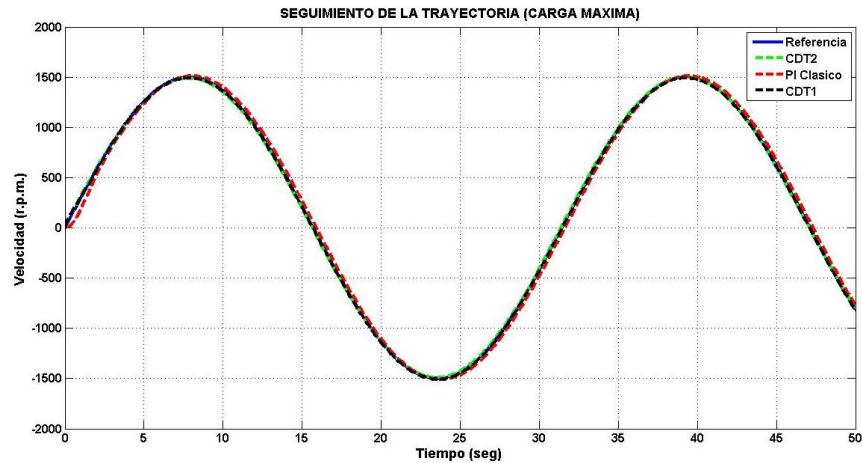


Figura 4.9. Seguimiento de la trayectoria para carga máxima (Velocidad).

El error en el seguimiento de la señal de referencia es mostrado en la figura 4.10

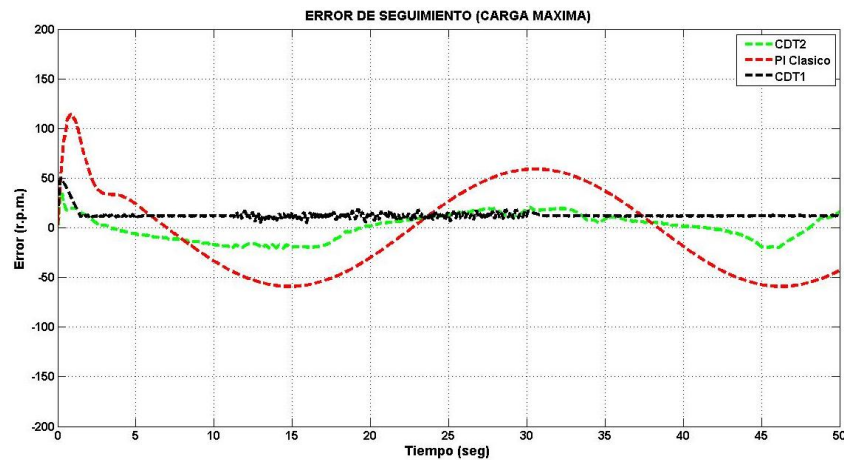


Figura 4.10. Error de seguimiento de la trayectoria para carga máxima (Velocidad).

Las señales de control se muestran en la figura 4.11, el CDT1 presenta variaciones en la señal de control entre el segundo 10 y el segundo 30.

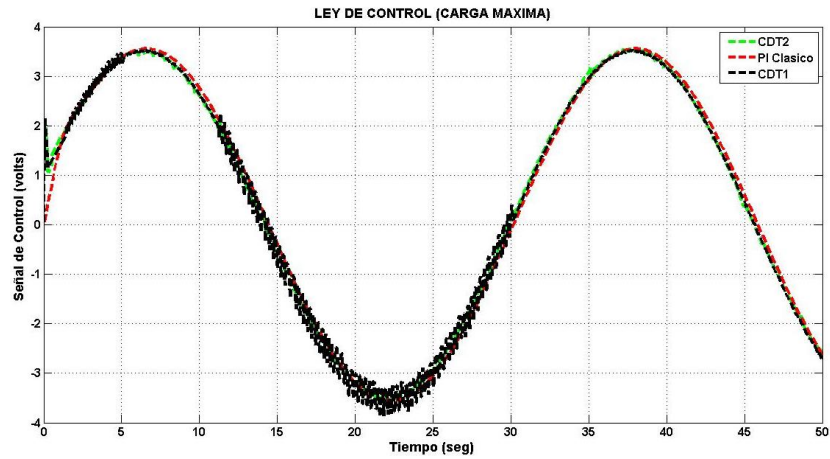


Figura 4.11. Señales de control para carga máxima (Velocidad).

El comportamiento de las derivadas de la Función de Lyapunov para los controladores se muestra en la figura 4.12, en los dos esquemas difusos de control se cumple con las condiciones de dicha función:

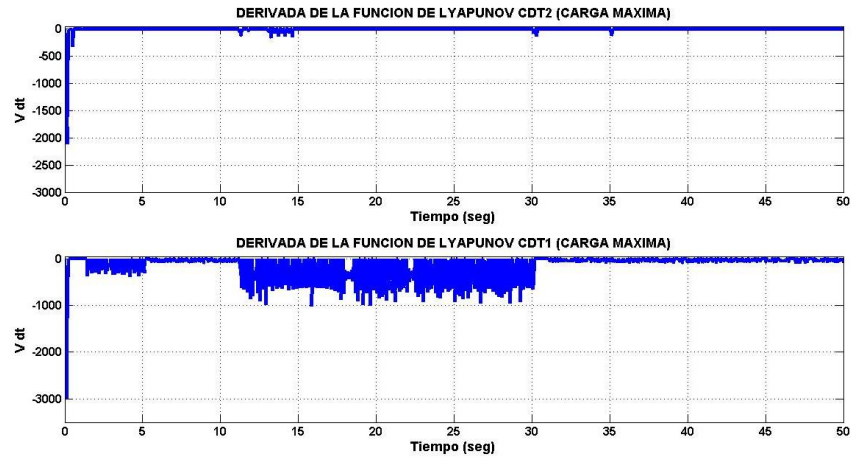


Figura 4.12. Derivadas de la Función de Lyapunov CDT2 vs CDT1 para carga máxima (Velocidad).

La comparación entre los índices de desempeño propuestos se aprecia en la tabla 4.3, el CDT2 muestra un mejor comportamiento:

ε	CDT2		CDT1		PI Clásico	
	IAE	ISE	IAE	ISE	IAE	ISE
0.1	1.798	0.1432	1.835	0.1504	3.382	0.5719

Tabla 4.3. Índices de desempeño de los controladores para carga máxima (Velocidad).

4.5-CONTROL DE POSICIÓN PARA CARGA MÍNIMA (1 DISCO)

La señal de referencia que se utiliza para la simulación es $y_\theta = 5 \sin 0.4t$ grados , que corresponde a una onda senoidal de amplitud de 90 grados , ya que cada volt de entrada al equipo corresponde a 18 grados . El esquema de control clásico (EC Clásico) propuesto por el fabricante consiste en una ganancia proporcional $k_p=10$ para la posición y una ganancia proporcional de $k_v=0.01$ para la velocidad. En la figura 4.13 se aprecia el comportamiento de los controladores en el seguimiento de la señal de referencia.

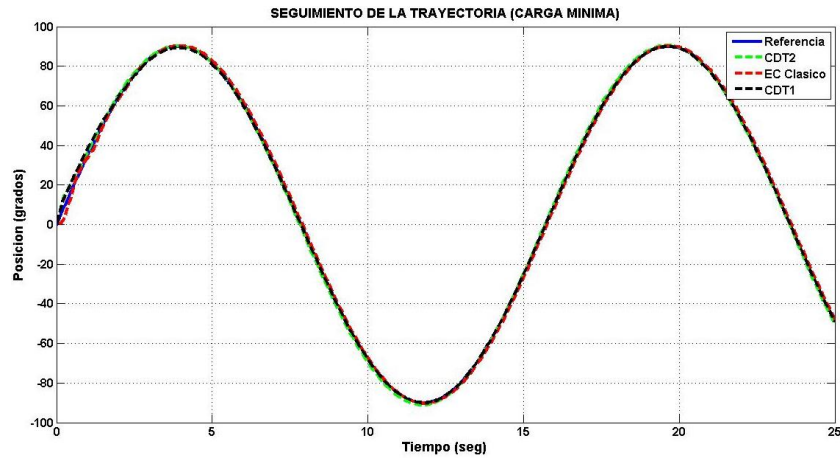


Figura 4.13. Seguimiento de la trayectoria para carga mínima (Posición).

El error en el seguimiento de la trayectoria de la posición se muestra en la figura 4.14, al inicio el error es mayor en todos los casos, posteriormente se comporta de mejor manera.

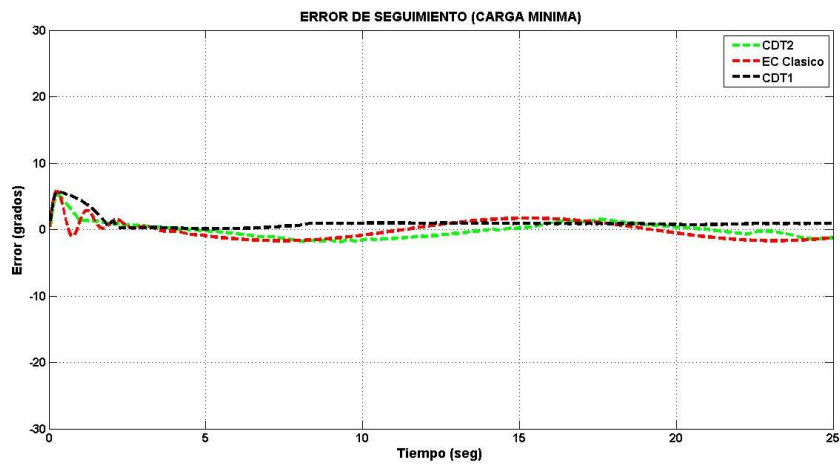


Figura 4.14. Error de seguimiento de la trayectoria para carga mínima (Posición).

La señal de control de los controladores se aprecia en la figura 4.15, los voltajes se presentan con cambios bruscos en el CDT1.

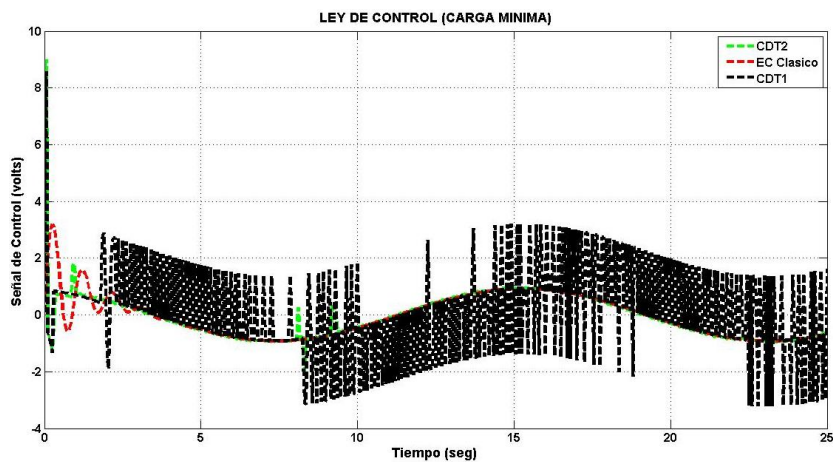


Figura 4.15. Señales de control para carga mínima (Posición).

El comportamiento de las derivadas de la Función de Lyapunov se muestra en la figura 4.16

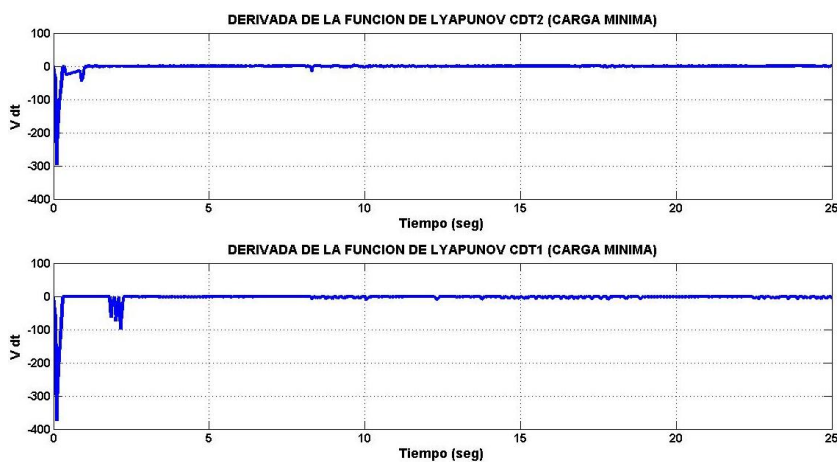


Figura 4.16. Derivada de la Función de Lyapunov CDT2 vs CDT1 para carga mínima (Posición).

La comparación entre los índices de desempeño propuestos se aprecia en la tabla 4.4, el CDT2 muestra un mejor comportamiento.

ε	CDT2		CDT1		EC Clásico	
	IAE	ISE	IAE	ISE	IAE	ISE
0.1	1.284	0.1022	1.323	0.1319	1.597	0.1423

Tabla 4.4. Índices de desempeño de los controladores para carga mínima (Posición).

4.6-CONTROL DE POSICIÓN PARA CARGA MEDIA (2 DISCOS)

La señal de referencia que se utiliza para la simulación es $y_\theta = 2.5 \sin 0.4t$ grados, que corresponde a una onda senoidal de amplitud de 45 grados, ya que cada volt de entrada al equipo corresponde a 18 grados. El comportamiento para el seguimiento de la señal de posición se representa en la figura 4.17, los controladores muestran un buen desempeño.

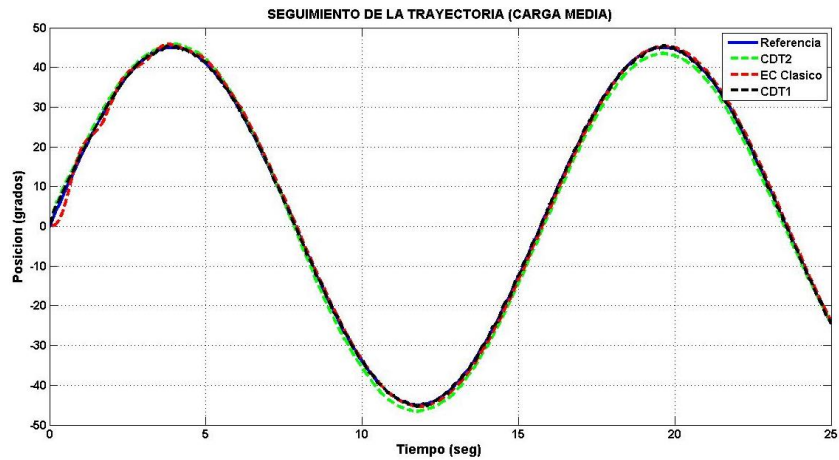


Figura 4.17. Seguimiento de la trayectoria para carga media (Posición).

El error de seguimiento de la señal de referencia para los esquemas propuestos es mostrado en la figura 4.18

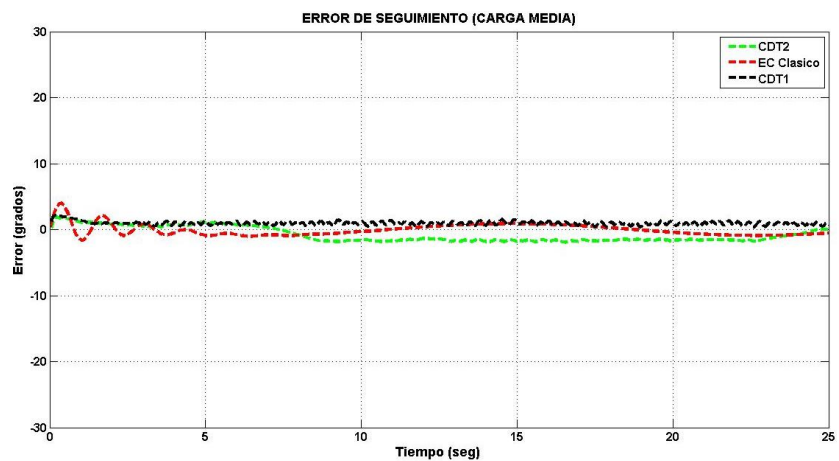


Figura 4.18. Error de seguimiento de la trayectoria para carga media (Posición).

Las señales de control de los esquemas propuestos se pueden apreciar en la figura 4.19

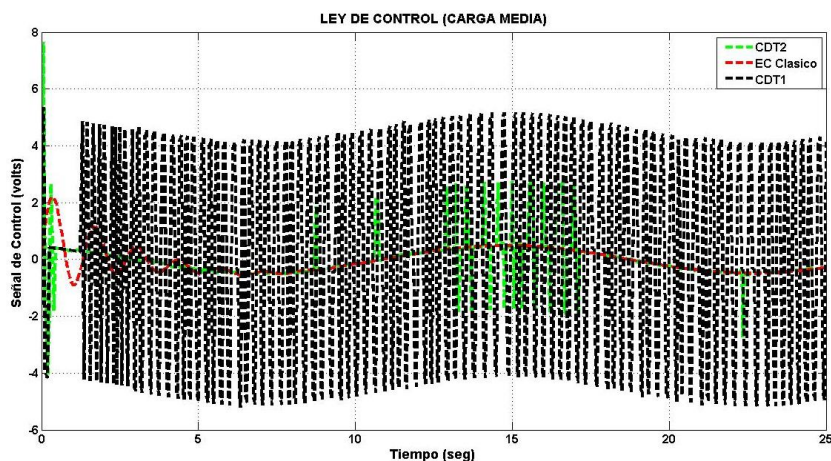


Figura 4.19. Señales de control para carga media (Posición).

Las derivadas de la Función de Lyapunov están representadas en la figura 4.20

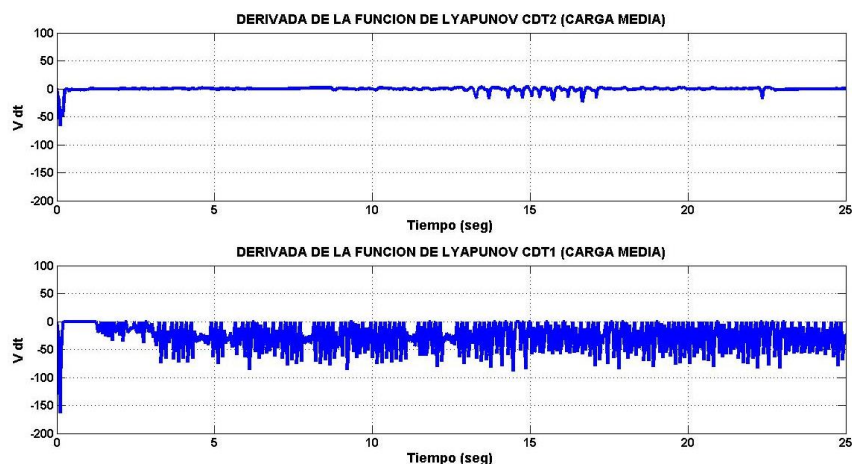


Figura 4.20. Derivadas de la Función de Lyapunov CDT2 vs CDT1 para carga media (Posición).

La comparación entre los índices de desempeño propuestos se aprecia en la tabla 4.5, el CDT2 muestra un mejor comportamiento:

ε	CDT2		CDT1		EC Clásico	
	IAE	ISE	IAE	ISE	IAE	ISE
0.1	1.783	0.1442	1.799	0.3709	2.9632	0.4568

Tabla 4.5. Índices de desempeño de los controladores para carga media (Posición).

4.7-CONTROL DE POSICIÓN PARA CARGA MÁXIMA (3 DISCOS)

La señal de referencia que se utiliza para la simulación es $y_\theta = 7.5 \sin 0.2t$ grados, que corresponde a una onda senoidal de amplitud de 135 grados, ya que cada volt de entrada al equipo corresponde a 18 grados. En la figura 4.21 se puede apreciar el seguimiento de la señal de referencia, los controladores muestran un buen desempeño.

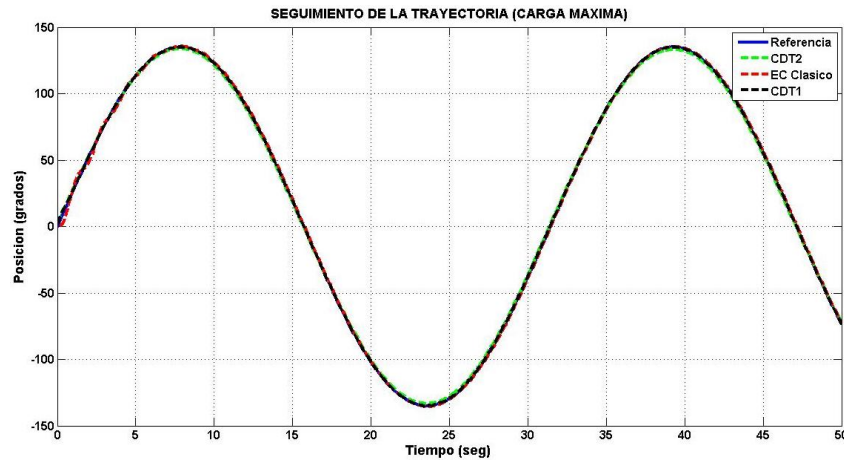


Figura 4.21. Seguimiento de la trayectoria para carga máxima (Posición).

El error en el seguimiento de la señal de referencia es mostrado en la figura 4.22

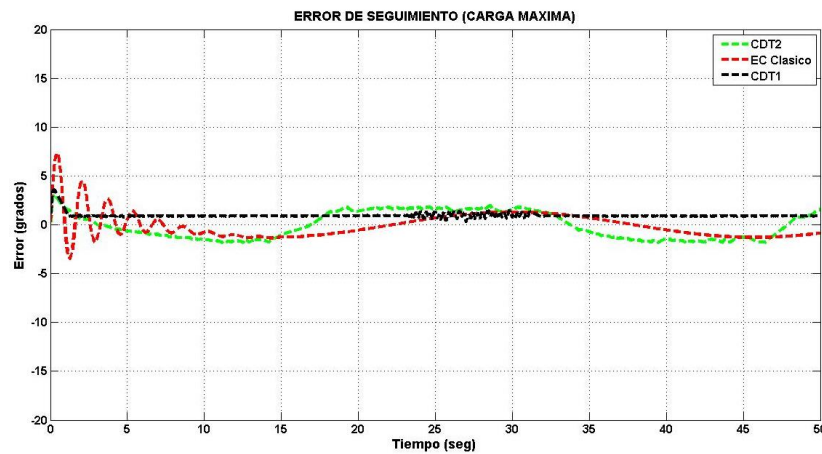


Figura 4.22. Error de seguimiento de la trayectoria para carga máxima (Posición).

La comparación entre las señales de control de los esquemas propuestos se muestra en la figura 4.23

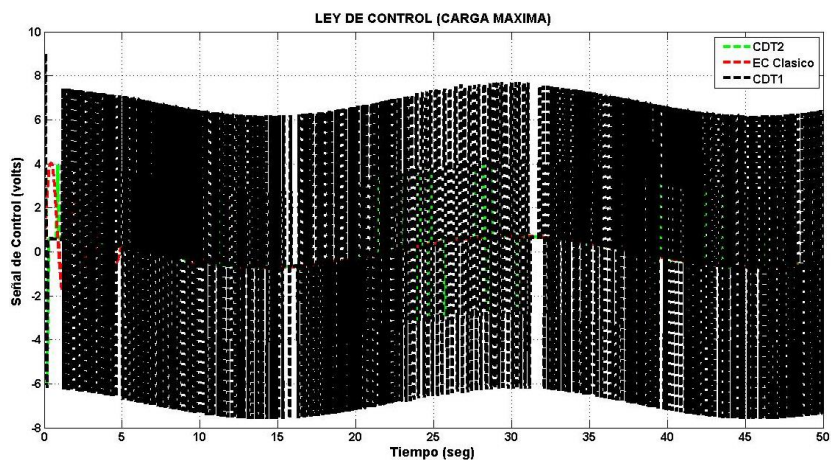


Figura 4.23. Señales de control para carga máxima (Posición).

El comportamiento de las derivadas de la Función de Lyapunov se aprecia en la figura 4.24

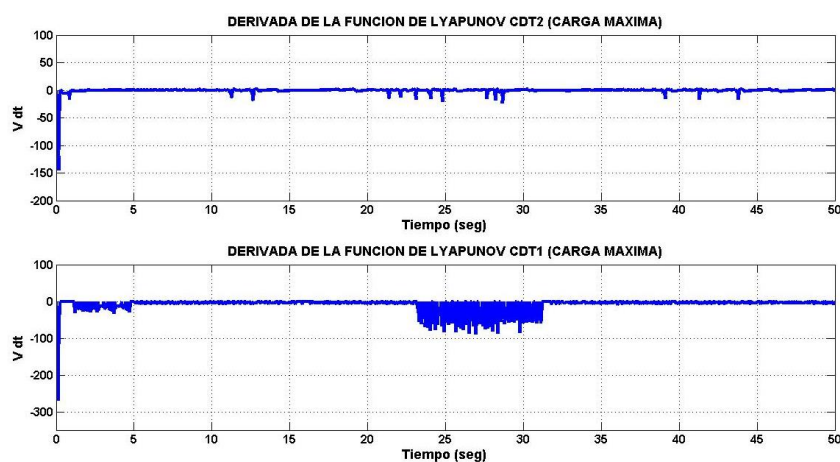


Figura 4.24. Derivadas de la Función de Lyapunov CDT2 vs CDT1 para carga máxima (Posición).

La comparación entre los índices de desempeño propuestos se aprecia en la tabla 4.6, el CDT2 muestra un mejor comportamiento:

ε	CDT2		CDT1		EC Clásico	
	IAE	ISE	IAE	ISE	IAE	ISE
0.1	3.568	0.2905	4.625	0.4143	5.786	0.4556

Tabla 4.6. Índices de desempeño de los controladores para carga máxima (Posición).

Como se puede apreciar en las simulaciones el controlador propuesto en este trabajo muestra un mejor desempeño para los tres escenarios de control posibles con respecto a la carga. La derivada de la Función de Lyapunov cumple con las condiciones necesarias de estabilidad.

CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

5.1.-CONCLUSIONES

De este trabajo de tesis se desprenden las siguientes conclusiones:

- El diseño de controladores estables, basado en la síntesis difusa de Lyapunov en combinación con la lógica difusa tipo 2 muestra buenos resultados en su aplicación a los servomecanismos. Es una técnica efectiva ya que logra buenos desempeños en los índices basados en el error. La función de Lyapunov permite establecer una base de reglas prácticas para su aplicación, aunque la lógica difusa tipo 2 requiere de un esfuerzo computacional importante para su implementación.
- En el escenario de simulación para carga mínima (1 disco), el controlador propuesto muestra mejores resultados en comparación con los otros esquemas de control analizados en este trabajo. El CDT1 para el control de la posición, presenta variaciones en la señal de control mientras que el CDT2 presenta una señal suave y dentro de los límites del actuador.
- En el escenario de simulación para carga media (2 discos), en cuanto al seguimiento de la trayectoria en posición y velocidad los tres controladores logran el objetivo. Para el control de la posición, el CDT2 genera una señal de control alta al inicio, alrededor de los 9 volts, posteriormente baja significativamente, en tanto el CDT1 presenta la señal de control con variaciones frecuentes entre 4 volts y -4 volts. Los índices de desempeño basados en el error demuestran que el error que se presenta con el CDT2 es menor que los otros dos esquemas analizados.
- En el escenario de simulación para carga máxima (3 discos), los tres controladores presentan un buen desempeño en cuanto al seguimiento de la trayectoria, lo cual les permite minimizar el error de seguimiento. El CDT2 presenta los mejores índices de desempeño del error, aunque en cuanto a la señal de control, en ambos casos (velocidad y posición) se presenta con valores de voltaje altos al principio y después de 5 segundos se minimizan estos valores, en todo momento dentro de los límites del actuador. El CDT1 para el control de la posición presenta una señal de control con variaciones frecuentes, lo cual puede ocasionar un daño en el servomotor.

De manera general, en este trabajo de tesis se muestra los buenos resultados obtenidos de la aplicación del CDT2 a los servomecanismos. Este esquema de control se basa en la estabilidad de la función de Lyapunov y mostrando índice de desempeño basados en el error con mejor comportamiento que los otros esquemas analizados. Las señales de control generadas por el CDT2 se muestran suaves y dentro de los límites del actuador, aunque para

carga media y máxima en el control de la posición, al principio genera una señal alta en volts, pero después de unos segundos toma valores bajos de voltaje.

Esta técnica de control puede extenderse al estudio de los procesos industriales, ya que con el tiempo los sensores generan incertidumbre en las mediciones provocando errores que pueden ser corregidos por este tipo de esquemas.

5.2.-TRABAJO FUTURO

Como perspectivas futuras de este trabajo de tesis se propone lo siguiente:

- Aplicar el algoritmo de control diseñado en este trabajo empleando otras señales de referencia para el seguimiento de la trayectoria.
- Utilizar funciones de membresía gaussianas para los conjuntos difusos del error y su derivada.
- Aplicar esta técnica de control a los procesos industriales (presión, nivel, temperatura, caudal) debido a su importancia en la industria en general.
- Emplear un algoritmo bioinspirado para determinar los conjuntos difusos del error y su derivada.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acevedo, J., Prías, J., Ariza, H. (2014). Elaboración de un Control de Servomecanismo para la Caracterización Zonal de Materiales Semiconductores por la Técnica de Fotorreflectancia. *Revista de Investigaciones - Universidad del Quindío*. 26, (1), 26-33.
- Adewusi, S. (2016). Modeling and Parameter Identification of a DC Motor Using Constraint Optimization Technique. *IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering (IOSR-JMCE)*. 13, (6), 46-56.
- Al-Faiz, M. Z., Saleh, M.S. (2014). Design and Implementation of Type-2 Fuzzy Logic Controllers for the Position Control of a DC Servo Motor. *Diyala Journal of Engineering Sciences*. 7, (3), 120-130.
- Alwi, E. A., Noor, S. B., Soh, A.C. (2006). Simulation and Real Time Implementation of DC Servo Position Control. *Journal of Industrial Technology*. 15, (1), 49-72.
- Castillo, O. (2012). Design of Stable Type-2 Fuzzy Logic Controllers. *Studies in Fuzziness and Soft Computing*. Janusz Kacprzyk (Ed.). 49-61. Springer-Verlag.
- Castillo, O. (2012). Type-2 Fuzzy Logic in Intelligent Control Applications. Chennai, India. Springer-Verlag.
- Castillo, O., Melin, P. (2012). Recent Advances in Interval Type-2 Fuzzy Systems. New York. U.S.A. Springer Heildelberg.
- Cazares, N., Tupak, L., Castillo, O. (2011). Designing Type-1 Fuzzy Logic Controllers via Fuzzy Lyapunov Synthesis for Nonsmooth Mechanical Systems: The Perturbed Case. *Computación y Sistemas*. 14, (3), 283-293.
- García, R. (2005). Control Difuso Takagi-Sugeno para el Seguimiento de Trayectorias en Tiempo Real Aplicado a un Robot Manipulador, Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica, CINVESTAV-IPN, Unidad Guadalajara, Guadalajara, Jalisco, México.
- Hammed, I. A., Sorensen, C. G., Green, O. (2011). Building an Intelligent Controller using Simple Genetic Type-2 Fuzzy Logic System. *Fuzzy Controllers, Theory and Applications*, Dr. Lucian Grigorie (Ed.), ISBN: 978-953-307-543-3, 147-162.
- Hassouneh, W., Dhaouadi, R., Al-Assaf, Y. (2008). Dynamic Modeling of Nonlinear Systems Using Wavelet Networks. *Journal of Robotics and Mechatronics*. 20, (1), 178-187.
- Huang, T., Mei, J., Li, Z., Zhao, X. (2005). A Method for Estimating Servomotor Parameters of a Parallel Robot for Rapid Pick-and-Place Operations. *Journal of Mechanical Design*. 127, 596-601.
- Jang, R. (1993). ANFIS: Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference System. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*. 23, (3), 665-685.

- Jang, R., Sun, T. Mizutani, E. (1997). *Neuro-Fuzzy and Soft Computing (A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence)*, Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J., U.S.A.
- Khoshdel, V., Akbarzadeh, A., Moeenfar, H. (2015). Variable Impedance Control for Rehabilitation Robot using Interval Type-2 Fuzzy Logic. *International Journal of Robotics*. 4, (3), 46-54.
- Kumar, A., Kumar, V. (2012). Design and Implementation of IT2FLC for Magnetic Levitation System. *Advances in Electrical Engineering Systems*, 1, (2), 116-123.
- Kwak, H.J., Kim, D.W., Park, G.T. (2012). A New Fuzzy Inference Technique for Singleton Type-2 Fuzzy Logic Systems. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 9, 1-7.
- Leottau, L., Melgarejo, M. (2011). An Embedded Type-2 Fuzzy Controller for a Mobile Robot Application. *Recent Advances in Mobile Robotics*. Dr. Andon Topalov (Ed.). ISBN: 978-953-307-909-7. 365-384.
- Lu, X., Liu, M., (2016). Optimal Design and Tuning of PID-type Interval Type-2 Fuzzy Logic Controllers for Delta Parallel Robots. *International Journal of Advanced Robotic Systems*. 13, (96), 1-12.
- Maldonado, Y., Castillo, O. (2012). Genetic Design of an Interval Type-2 Fuzzy Controller for Velocity Regulation in a DC Motor. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 9, 1-8.
- Mamdani, E. H., Assilian, S. (1975). An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. *International Journal of Man-Machine Studies*. 7, (1), 1-13.
- Margaliot, M., Langholz, G. (1999). Fuzzy Lyapunov-based approach to the design of fuzzy Controllers. *Fuzzy Sets and Systems*, Elsevier, 106, 49-59.
- Mendel, J. M., Hagaras, H., Tan, W. W., Melek, W. W., Ying, H. (2014). *Introduction to Type-2 Fuzzy Logic Control*. Hoboken, New Jersey, U.S.A.: WILEY.
- Mendel, J.M. (2001). *Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions*. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice-Hall.
- Meza, A. (2003). Observadores Difusos y Control Adaptable Difuso Basado en Observadores, Tesis de Maestría en Control Automático, CINVESTAV-IPN, México D. F.
- Mollaei, N., Moghaddam, R. K. (2014). A New Controlling Approach of Type 1 Diabetics Based on Interval Type-2 Fuzzy Controller. *Journal of Fuzzy Set Valued Analysis*. 2014, (2014), 1-14.

- Moreno, A., Ballesteros, D., Sánchez, G. (2012). Prototipo Mecánico para la Automatización del Proceso de Selección del Mango tipo Exportación. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*. 11, (21), 151-160.
- Naskar, I., Pal. A. K. (2015). Design an Interval Type -2 Fuzzy PI & PID Controller for Nonlinear System. *International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering*. 4, (1), 187-193.
- Ortiz, F. (2004). Modelado y Control PD-Difuso en Tiempo Real para el Sistema Barra-Esfera, *Tesis de Maestría en Control Automático*, CINVESTAV-IPN, México D. F.
- Rairán, J., Guerrero, C., Mateus, J. (2010). PID and Fuzzy Controller Design for DC Motor Positioning. *Ingeniería Universidad Bogotá (Colombia)*. 14, (1), 137-160.
- Rojas, J., Mahla, I., Muñoz, G., Castro, D. (2003). Diseño de un Sistema Robótico Cartesiano para Aplicaciones Industriales. *Revista Facultad de Ingeniería, Chile*. 11, (2), 11-16.
- Ruz, J.A., Rullan, J.L., García, R., Reyes, E.A., Sánchez, E. (2007). Trajectory Tracking Using Fuzzy-Lyapunov Approach: Application to a Servo Trainer. *Theoretical Advances and Applications of Fuzzy Logic and Soft Computing*. Dr. Oscar Castillo et al. (Eds.). 710-718. Springer-Verlag.
- Sierra, G.K., Bulla, J.O., Melgarejo, M.A. (2011). An Embedded Type-2 Fuzzy Processor For The Inverted Pendulum Control Problem. *IEEE Latin America Transactions*, 9, (3), 263-269.
- Taoyan, Z., Ping, L., Jiangtao, C. (2012). Study of Interval Type-2 Fuzzy Controller for the Twin-tank Water Level System. *Chinese Journal of Chemical Engineering*. 20, (6), 1102-1106.
- TecQuipment Ltd. (2010). CE110 Servo Trainer Handbook.
- Tomer, J. A., Dubey, R. P., Tomer, A. S. (2015). Comparision between type-1 and type-2 Fuzzy logic Controller to Control Anesthesia. *International Journal of Advanced Information Science and Technology (IJAIST)*. 4, (9), 37-45.
- Wang, L. (1997). *A Course in Fuzzy Systems and Control*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, U.S.A.
- Yao, L., Chen, Y.S. (2011). Type-2 Fuzzy Control of an Automatic Guided Vehicle for Wall-Following. *Theory and Applications*. Dr. Lucian Grigorie (Ed.), ISBN: 978-953-307-543-3. 243-252.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy Sets. *Information and control*, 8, 338-353.

Zadehbagheri, O., Eskandari, H., Rezazadeh, A., Sedighizadeh, M. (2014). Humidity Process Controlling Using Fuzzy Type-1 and Type-2 with PID Controller. *International Journal on "Technical and Physical Problems of Engineering" (IJTPE)*. 6, (2), 117-121.

Zuñiga, V. (2004). El Problema de la Regulación Difusa. Aplicación a Sistemas Electromecánicos, Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica, CINVESTAV-IPN, Unidad Guadalajara.